





MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS,

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS,

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

TOME XXIII. — 1848-1850.



BRUXELLES,

M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

1850.


BRITISH
NATURAL

TABLE

DES MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XXIII.

CLASSE DES SCIENCES.

MÉMOIRES COURONNÉS.

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS.

CLASSE DES LETTRES.

MÉMOIRES COURONNÉS.

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS.

MÉMOIRE

SUR

LA THÉORIE GÉNÉRALE DES SÉRIES;

PAR

M. Ossian BONNET,

RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE PARIS

(Couronné par l'Académie royale de Belgique, le 15 décembre 1849.)

Quod tam paucis tam multa praestet geometria gloriatur

MÉMOIRE

SUR

LA THÉORIE GÉNÉRALE DES SÉRIES.

INTRODUCTION.

Les géomètres ont employé, dans ces derniers temps, pour résoudre les questions difficiles de mécanique moléculaire et de physique mathématique, des séries de différente forme et dont les termes représentent certaines intégrales particulières d'équations aux différentielles ordinaires ou aux différentielles partielles. La théorie de ces séries n'ayant pas toujours été présentée d'une manière satisfaisante, j'ai pensé qu'il y aurait quelque utilité à la reprendre en entier et à y apporter toute la rigueur qu'on est en droit d'exiger maintenant dans une partie aussi importante de l'analyse. C'est là l'objet du mémoire que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie royale de Belgique.

Je dois dire que le but que je me suis proposé a été atteint avant moi par M. Lejeune Dirichlet, à l'égard de deux classes de séries (*). Néanmoins, comme mes démonstrations diffèrent totalement de celles de l'habile analyste allemand, j'ose croire que même la partie de mon travail qui se rapporte à ces séries ne sera pas sans intérêt aux yeux des géomètres, car ils savent combien il est important de pouvoir traiter

(*) Voyez deux beaux mémoires insérés dans le *Journal de M. Crelle*, tom. IV et tom. XVII.

les questions difficiles sous plusieurs points de vue. Mon mémoire se compose de quatre paragraphes, dans lesquels je considère successivement les séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des multiples entiers d'un arc proportionnel à la variable, les séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des arcs obtenus en multipliant la variable par les racines réelles et positives d'une équation transcendante convenablement choisie, les séries qui ont leurs termes proportionnels aux fonctions ordinairement représentées par Y_n, les séries ordonnées suivant les fonctions Y_n et X_n. Chacun de ces paragraphes est précédé d'une introduction dans laquelle j'expose l'état de la question et les principaux résultats que j'ai obtenus, ce qui me dispense d'entrer ici dans de plus grands détails à ce sujet. Enfin, dans une note annexée au mémoire, je donne une démonstration nouvelle du théorème de M. Cauchy, par lequel on ramène la condition de convergence de la série de Maclaurin à celle de la continuité de la fonction qu'il s'agit de développer. On connaît toute l'importance de ce beau théorème, mais on sait aussi qu'on n'a pas jusqu'ici fixé d'une manière nette les termes suivant lesquels son énoncé doit être interprété, de même qu'on n'a pas examiné ce qui arrive lorsqu'on donne au module de la variable la valeur même pour laquelle la fonction devient discontinue; or, toutes ces difficultés se trouvent levées par la méthode qui me sert à établir le théorème.

Avant d'entrer en matière, il ne sera pas inutile de rappeler quelques propositions relatives aux séries et aux intégrales définies, dont les principales ont été données par Abel, dans son célèbre mémoire sur le binôme de Newton (voyez tome I de ses OEuvres complètes), et qui nous seront fort utiles dans la suite.

Lemme I.

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ldots\ a_n,$$

représentant n *nombres réels quelconques, et*

$$\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ \varepsilon_3,\ \ldots\ldots\ \varepsilon_n,$$

n *autres nombres positifs et tels que chacun soit ou égal ou inférieur à celui qui le précède immédiatement, si pour toutes les valeurs entières de* p *depuis* 1 *jusqu'à* n, *on a*

$$A < a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_p < B,$$

A *et* B *étant des nombres déterminés, on aura pour les mêmes valeurs de* p

$$A\varepsilon_1 < a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + a_3\varepsilon_3 + \ldots\ldots + a_p\varepsilon_p < B\varepsilon_1.$$

Théorème I. *Si la série à termes réels quelconques*

$$u_1, \; u_2, \; u_3, \; u_4, \; \ldots\ldots \; u_n, \; \ldots\ldots$$

est convergente, la série

$$\varepsilon_1 u_1, \; \varepsilon_2 u_2, \; \varepsilon_3 u_3, \; \ldots\ldots \; \varepsilon_n u_n, \; \ldots\ldots$$

que l'on obtient en multipliant respectivement les différents termes de la première par une suite de nombres ε_1, ε_2, ε_3, ... *positifs et tels que chacun soit ou égal ou inférieur à celui qui le précède immédiatement, est aussi convergente.*

Corollaire I. *Si la série*

$$a_1 x^{\alpha_1}, \quad a_2 x^{\alpha_2}, \quad a_3 x^{\alpha_3}, \quad \ldots\ldots \quad a_n x^{\alpha_n}, \; \ldots\ldots$$

dont les termes sont proportionnels à certaines puissances positives et ascendantes d'une variable réelle et positive x, *est convergente pour une valeur* x_0 *de* x, *cette série sera convergente aussi pour toute autre valeur* x_1 *de* x *moindre que* x_0.

Corollaire II. *Si la série*

$$a_1 m^{\alpha_1 x}, \quad a_2 m^{\alpha_2 x}, \quad a_3 m^{\alpha_3 x}, \quad \ldots\ldots \quad a_n m^{\alpha_n x}, \; \ldots\ldots$$

dont les termes sont proportionnels à certaines puissances positives et ascendantes de l'exponentielle m^x, *est convergente pour une valeur positive de* x_0 *de* x, *cette série sera convergente aussi pour toute autre valeur positive* x_1 *de* x *qui donnera* $m^{x_1} < m^{x_0}$, *c'est-à-dire,* $x_1 < x_0$ *quand* m *est* > 1 *et* $x_1 > x_0$ *quand* m *est* < 1.

Théorème II. *Si l'on pose*

$$f(x) = a_1 x^{\alpha_1} + a_2 x^{\alpha_2} + a_3 x^{\alpha_3} + \ldots\ldots + a_n x^{\alpha_n} + \ldots\ldots,$$

la série étant celle qui a été considérée dans le corollaire I du théorème I, et que x_0 *soit une valeur positive de* x *pour laquelle cette série soit convergente, de façon que, d'après le corollaire I du théorème I, la même série soit aussi convergente pour toutes les valeurs positives moindres, la différence* $f(X-h) - f(X)$, *dans laquelle* h *est positif et* X *positif et tout au plus égal à* x_0, *sera infiniment petite avec* h.

Corollaire. *Si l'on a*

$$f(x) = a_1 x^{\alpha_1} + a_2 x^{\alpha_2} + a_3 x^{\alpha_3} + \ldots\ldots + a_n x^{\alpha_n} + \ldots\ldots$$

pour toutes les valeurs positives de x *inférieures à une limite déterminée* x_0, *et que la série*

$$a_1 x_0^{\alpha_1}, \quad a_2 x_0^{\alpha_2}, \quad a_3 x_0^{\alpha_3}, \ldots\ldots \; a_n x_0^{\alpha_n}, \ldots\ldots,$$

obtenue en faisant $x = x_0$, *soit convergente, cette dernière série aura pour somme la limite vers laquelle tend* $f(x_0 - h)$, *à mesure que* h *décroît, en conservant des valeurs positives.*

Théorème III. *Si l'on pose*

$$f(x) = a_1 m^{\alpha_1 x} + a_2 m^{\alpha_2 x} + a_3 m^{\alpha_3 x} + \ldots\ldots + a_n m^{\alpha_n x} + \ldots\ldots,$$

la série étant celle qui a été considérée dans le corollaire II du théorème I, et que x_0 *soit une valeur positive de* x *pour laquelle cette série soit convergente, de façon que, d'après le corollaire II du théorème I, la même série soit convergente aussi pour toutes les valeurs positives moindres si* m *est* > 1, *et pour toutes les valeurs positives plus grandes si* m *est* < 1; *la différence* $f(X-h) - f(X)$, *dans laquelle* h *est positif ou négatif selon que* m *est* > 1 *ou* < 1 *et* X *positif et tel que* $X - x_0$ *soit ou nul ou de signe contraire à* h, *sera infiniment petite avec* h.

Corollaire. *Si l'on a*

$$f(x) = a_1 m^{\alpha_1 x} + a_2 m^{\alpha_2 x} + a_3 m^{\alpha_3 x} + \ldots\ldots + a_n m^{\alpha_n x} + \ldots\ldots$$

pour toutes les valeurs positives de x, *inférieures ou supérieures à une certaine limite* x_0 *selon que* m *est* > 1 *ou* < 1, *et que la série*

$$a_1 m^{\alpha_1 x_0} + a_2 m^{\alpha_2 x_0} + a_3 m^{\alpha_3 x_0} + \ldots\ldots + a_n m^{\alpha_n x_0} + \ldots\ldots$$

obtenue en faisant $x = x_0$ *soit convergente, cette dernière série aura pour somme la limite vers laquelle tend* $f(x_0 - h)$ *à mesure que* h *décroît en conservant des valeurs du signe de* $m - 1$.

Théorème IV. *Si la série*

$$a_1 x^{\alpha_1}, \quad a_2 x^{\alpha_2}, \quad a_3 x^{\alpha_3}, \quad \ldots\ldots$$

est convergente pour $x = x_0$ *et que les coefficients* a_1, a_2, a_3, ... *soient des fonctions continues d'une certaine variable* y, *la somme de la série sera pour* $x < x_0$ *une fonction continue de* y.

Théorème V. *Si l'égalité*

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots + a_n x^n + \ldots\ldots$$

a lieu pour toutes les valeurs positives de x *inférieures à une limite déterminée* x_0, *on pourra la différentier par rapport à* x, *et l'on aura pour toutes les valeurs positives de* x *inférieures à* x_0 :

$$f'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \ldots\ldots + na_n x^{n-1} + \ldots\ldots$$

Corollaire. *Si l'on a pour une certaine valeur positive de* x,

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots + a_n x^n + \ldots\ldots$$

la série du second membre sera nécessairement celle de Maclaurin, et l'on pourra poser

$$a_0 = f(0), \quad a_1 = f'(0), \quad a_2 = \frac{f''(0)}{1.2}, \ldots\ldots a_n = \frac{f^n(0)}{1.2.3\ldots n} \ldots\ldots$$

REMARQUE. La démonstration du lemme énoncé plus haut, ne reposant nullement sur ce que p et n sont finis, on peut supposer ces deux nombres infinis deux termes consécutifs des suites

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots\ldots \quad a_n,$$
$$\varepsilon_1, \quad \varepsilon_2, \quad \varepsilon_3, \quad \ldots\ldots \quad \varepsilon_n,$$

ayant alors généralement une différence infiniment petite; on obtient ainsi la proposition suivante relative aux intégrales définies, et qu'il serait très-facile d'établir directement.

LEMME II. *Si l'intégrale définie*

$$\int_a^x f(x)\, dx,$$

dans laquelle $f(x)$ *est une fonction finie quelconque, reste comprise entre les deux limites* A *et* B *quand* x *varie de* a *à* b, *l'intégrale*

$$\int_a^x f(x)\, \varphi(x)\, dx.$$

dans laquelle $\varphi(x)$ *est une fonction toujours positive, et constante ou décroissante lorsque* x *croît, reste comprise pour les mêmes valeurs de* x *entre* $A\varphi(a)$ *et* $B\varphi(a)$.

On peut tirer de ce lemme un grand parti pour expliquer les difficultés qui se rapportent aux intégrales définies dont l'∞ est la limite supérieure; pour le moment, nous nous bornerons à en déduire les deux théorèmes suivants qui nous seront spécialement utiles dans la suite et qui sont les analogues de deux autres relatifs aux séries indiqués plus haut.

THÉORÈME VI. *Si l'intégrale*

$$\int_a^\infty m^{\alpha x} f(\alpha)\, d\alpha,$$

est finie et déterminée pour une valeur positive x_0 *de* x, *cette même intégrale sera finie et déterminée pour toute valeur* x_1 *de* x *qui donnera* $m^{x_1} < m^{x_0}$, *c'est-à-dire* $x_1 < x_0$ *quand* m *est* > 1 *et* $x_1 > x_0$ *quand* m *est* < 1.

THÉORÈME VII. *Si l'on pose*

$$F(x) = \int_a^\infty m^{\alpha x} f(\alpha)\, d\alpha,$$

l'intégrale étant celle du théorème précédent, et que x_0 *soit une valeur positive de* x *pour laquelle cette intégrale soit finie et déterminée, de façon que, d'après ce qui précède, cette même intégrale soit aussi finie et déterminée pour toutes les valeurs positives moindres quand* m *est* > 1, *et pour toutes les valeurs positives plus grandes quand* m *est* < 1; *la différence* $F(X-h)-F(X)$, *dans laquelle* h *a le même signe que* $m-1$ *et où* X *est un nombre positif et tel que* $X-x_0$ *soit nul ou de signe contraire à* h, *sera infiniment petite avec* h.

Corollaire. *Si l'on a*

$$F(x)=\int_a^\infty m^{\alpha x} f(\alpha)\,d\alpha,$$

pour toutes les valeurs positives de x, *inférieures à* x_0 *quand* m *est* > 1 *et supérieures à* x_0 *quand* m *est* < 1, *et que l'intégrale*

$$\int_a^\infty m^{\alpha x_0} f(\alpha)\,d\alpha,$$

obtenue en faisant $x=x_0$, *soit finie et déterminée; cette intégrale aura pour valeur la limite vers laquelle tend* $F(x_0-h)$ *à mesure que* h *décroît en gardant le signe de* $m-1$.

§ 1er.

DÉVELOPPEMENT DES FONCTIONS OU PARTIES DE FONCTIONS DONNÉES ARBITRAIREMENT ENTRE CERTAINES LIMITES, EN SÉRIES ORDONNÉES SUIVANT LES SINUS ET COSINUS DES MULTIPLES ENTIERS D'UN ARC PROPORTIONNEL A LA VARIABLE.

Dans les applications de l'analyse à la mécanique et à la physique, on a souvent occasion de développer des fonctions données arbitrairement entre certaines limites, en séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des multiples entiers d'un arc proportionnel à la variable. Ces séries indiquées d'abord dans des cas particuliers par Daniel Bernouilli, Euler,

Lagrange, et plus tard avec toute leur généralité par Fourier, peuvent servir à représenter des fonctions ou parties de fonctions tout à fait quelconques, continues ou discontinues, même infinies pour certaines valeurs de la variable. Une autre propriété non moins importante dont jouissent aussi les mêmes séries, c'est qu'elles sont toujours convergentes. Cette seconde propriété avait été facilement aperçue à l'égard des différentes séries particulières que l'on avait eu occasion de considérer, mais elle est restée longtemps sans démonstration complète; c'est M. Cauchy qui, le premier, a cherché à l'établir d'une manière générale, dans un travail qui fait partie des Mémoires de l'Académie des sciences de Paris, pour l'année 1823: la démonstration de l'illustre géomètre est assez simple, malheureusement elle pèche en plusieurs points, et d'ailleurs ne s'applique pas à toutes les séries de la forme considérée. M. Lejeune Diriklet s'est ensuite occupé de la question, dans le tome IV du *Journal de M. Crelle*, et, plus heureux que M. Cauchy, est parvenu à la résoudre par une méthode à la fois très-élégante et très-simple. Le tome IV du *Journal de M. Crelle* contient encore un travail sur le même sujet de M. le professeur Dirksen; la convergence des séries trigonométriques y est démontrée d'une manière rigoureuse, mais on n'y fait pas voir, ce qui est nécessaire, que la somme de la série est précisément la fonction qu'il s'agit de développer. Du reste, on peut remarquer qu'en combinant le résultat de M. Dirksen avec la démonstration que Poisson a donnée, tome XII, pag. 435 du *Journal de l'École polytechnique*, la question se trouve complétement résolue.

En effet, Poisson démontre que pour toutes les valeurs de α positives et inférieures à 1, on a

$$\frac{1-\alpha^2}{2}\int_a^b \frac{f(\mu)\,d\mu}{1+\alpha^2-2\alpha\cos.\frac{\pi(x-\mu)}{d}} = \frac{1}{2}\int_a^b f(\mu)\,d\mu + \int_a^b\left[\Sigma_{n=1}^{n=\infty}\alpha^n\cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\right]f(\mu)\,d\mu,$$

puis, que la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\frac{1-\alpha^2}{2}\int_a^b \frac{f(\mu)\,d\mu}{1+\alpha^2-2\alpha\cos.\frac{\pi(x-\mu)}{d}},$$

à mesure que α s'approche indéfiniment de l'unité en lui restant constamment moindre, est $\frac{b-a}{2} f(x)$ (*); de là résulte, d'après le corollaire du théorème II (voyez plus haut), que si la série

$$\tfrac{1}{2}\int_a^b f(\mu)\,d\mu + \int_a^b \left[\Sigma_{n=1}^{n=\infty} \cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\right] f(\mu)\,d\mu$$

est convergente, elle aura nécessairement pour somme $\frac{(b-a)}{2} f(x)$.

Nous donnerons, dans ce paragraphe, une démonstration nouvelle de la convergence des séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des multiples entiers d'un arc proportionnel à la variable, plus simple encore que celle de M. Diriklet; elle repose sur la proposition relative aux intégrales définies qui a été énoncée plus haut (lemme II); proposition importante et dont nous aurons occasion de nous servir dans plusieurs circonstances.

1. Soit $f(x)$ une fonction de x, soumise à la seule condition d'avoir entre deux limites données a et b une valeur constamment finie et réelle, et admettant la possibilité du développement, posons

$$\begin{aligned} f(x) &= A_0 + A_1 \cos.\frac{\pi x}{d} + A_2 \cos.\frac{2\pi x}{d} + A_3 \cos.\frac{3\pi x}{d} + \ldots.. \\ &\quad + B_1 \sin.\frac{\pi x}{d} + B_2 \sin.\frac{2\pi x}{d} + B_3 \sin.\frac{3\pi x}{d} + \ldots.. \\ &= A_0 + \Sigma_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos.\frac{n\pi x}{d} + \Sigma_{n=1}^{n=\infty} B_n \sin.\frac{n\pi x}{d}, \end{aligned}$$

où d représente la différence $\frac{b-a}{2}$, il sera très-facile de déterminer les coefficients A_0, A_n, B_n. En effet, si, après avoir remplacé x par μ et multiplié les deux membres par $d\mu$, on intègre de a à b, il vient d'abord

$$A_0 = \frac{1}{2d}\int_a^b f(\mu)\,d\mu;$$

(*) Ce second point de la démonstration de Poisson laisse peut-être à désirer, mais on peut facilement y apporter toute la rigueur désirable; on voit même très-aisément que lorsque $f(x)$ est discontinue pour la valeur de x que l'on considère, la limite, au lieu de

$$\frac{b-a}{2} f(x), \quad \text{est } \frac{b-a}{4}\,[f(x+\varepsilon) + f(x-\varepsilon)],$$

ε étant un infiniment petit positif.

puis, si l'on remplace x par μ, que l'on multiplie les deux membres successivement par $\cos.\frac{n\pi\mu}{d}\,d\mu$, $\sin.\frac{n\pi\mu}{d}\,d\mu$, et que l'on intègre de a à b, on trouve de même

$$\mathrm{A}_n = \frac{1}{d}\int_a^b f(\mu)\cos.\frac{n\pi\mu}{d}\,d\mu,$$

$$\mathrm{B}_n = \frac{1}{d}\int_a^b f(\mu)\sin.\frac{n\pi\mu}{d}\,d\mu;$$

donc, portant ces valeurs dans le développement de $f(x)$, on a

$$f(x) = \frac{1}{2d}\int_a^b f(\mu)\,d\mu + \frac{1}{d}\Sigma_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b \cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}f(\mu)\,d\mu.$$

2. Les considérations précédentes dont on s'est souvent contenté, prouvent seulement que s'il existe une série ordonnée suivant les sinus et cosinus des multiples entiers de $\frac{\pi x}{d}$, qui représente $f(x)$, elle sera nécessairement

$$\frac{1}{2d}\int_a^b f(\mu)\,d\mu + \frac{1}{d}\Sigma_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b \cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}f(\mu)\,d\mu;$$

mais il est clair que, pour être complétement rigoureux, il faut encore montrer que cette série est convergente, et même qu'elle a pour somme $f(x)$.

3. Or, on a pour un arc quelconque u,

$$\tfrac{1}{2} + \cos.u + \cos.2u + \ldots\ldots + \cos.nu = \frac{\sin.(n+\frac{1}{2})u}{2\sin.\frac{1}{2}u},$$

d'où, en changeant u en $\frac{\pi(x-\mu)}{d}$, multipliant par $f(\mu)\,d\mu$ et intégrant de a à b,

$$\tfrac{1}{2}\int_a^b f(\mu)\,d\mu + \int_a^b f(\mu)\cos.\frac{\pi(x-\mu)}{d}\,d\mu + \int_a^b f(\mu)\cos.\frac{2\pi(x-\mu)}{d}\,d\mu + \ldots\ldots$$

$$+ \int_a^b f(\mu)\cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\,d\mu = \tfrac{1}{2}\int_a^b f(\mu)\frac{\sin.\dfrac{(n+\frac{1}{2})\pi(x-\mu)}{d}}{\sin.\dfrac{\pi(x-\mu)}{2d}}\,d\mu;$$

tout consiste donc à faire voir que la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\frac{1}{2}\int_a^b f(\mu)\,\frac{\sin.\dfrac{(n+\frac{1}{2})\,\pi(x-\mu)}{d}}{\sin.\dfrac{\pi(x-\mu)}{2d}}\,d\mu,$$

à mesure que n croît indéfiniment, est $d.\,f(x)$, ou mieux $\frac{d}{2}\left[f(x+\varepsilon)+f(x-\varepsilon)\right]$, ε étant un infiniment petit.

Nous allons d'abord établir quelques propositions préliminaires.

4. Désignons par h et k deux nombres positifs, dont le plus grand, k, soit au plus égal à $\frac{\pi}{2}$, et par $\varphi(\alpha)$ une fonction continue ou discontinue, toujours positive pour les valeurs de α comprises entre h et k, et constante ou décroissante lorsque α croît de h à k; il est très-facile, dans ce cas simple, de trouver la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\int_h^k \frac{\sin.\,n\alpha}{\sin.\,\alpha}\,\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

à mesure que le nombre entier n, supposé positif, grandit indéfiniment : en effet, on a, quelles que soient les limites,

$$-\frac{2}{n} < \int_h^\alpha \sin.\,n\alpha\,d\alpha < \frac{2}{n};$$

donc $\frac{\varphi(\alpha)}{\sin.\,\alpha}$ étant une fonction toujours positive entre les limites h et k, et décroissante lorsque α croît, on a aussi (lemme II),

$$-\frac{2}{n}\,\frac{\varphi(h)}{\sin.\,h} < \int_h^k \frac{\sin.\,n\alpha}{\sin.\,\alpha}\,\varphi(\alpha)\,d\alpha < \frac{2}{n}\,\frac{\varphi(h)}{\sin.\,h};$$

cela prouve que la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\int_h^k \frac{\sin.\,n\alpha}{\sin.\,\alpha}\,\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

à mesure que n croît indéfiniment, est zéro.

5. Ce résultat peut s'étendre facilement au cas où $\varphi(\alpha)$ représente une fonction tout à fait quelconque : d'abord si la fonction $\varphi(\alpha)$, toujours constante ou décroissante, peut devenir négative pour les valeurs de α comprises entre h et k; j'appelle C un nombre positif supérieur à la valeur absolue de toutes les valeurs négatives de $\varphi(\alpha)$, et je considère les deux intégrales

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}[C+\varphi(\alpha)]\,d\alpha, \quad C\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\,d\alpha.$$

Chacune d'elles aura zéro pour limite, d'après ce qui a été démontré; il en sera donc de même de leur différence,

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha.$$

Si la fonction $\varphi(\alpha)$ est constante ou croissante, lorsque α croît de h à k, on considérera

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}[-\varphi(\alpha)]\,d\alpha;$$

comme $-\varphi(\alpha)$ sera constante ou décroissante, lorsque α croîtra, la limite de cette intégrale pour $n=\infty$ sera nulle; il en sera donc de même de

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha, \text{ qui est égale à } -\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}[-\varphi(\alpha)]\,d\alpha.$$

Enfin, si la fonction $\varphi(\alpha)$ varie d'une manière quelconque entre les deux limites h et k; appelons l, l', l'', ... $l^{(r)}$ les valeurs de α, rangées par ordre de grandeur croissante et comprises entre h et k, pour lesquelles la fonction $\varphi(\alpha)$ est ou *maxima* ou *minima*, et décomposons l'intégrale

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

en une série d'autres ayant respectivement pour limites h et l, l et l', l' et l'', ... $l^{(r)}$ et k, toutes ces intégrales partielles tendront vers la limite zéro, à mesure que n croîtra; donc il en sera de même de l'intégrale totale

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\,\varphi(\alpha)\,d\alpha.$$

6. Nous avons supposé, dans ce qui précède, que les deux limites h et k de l'intégrale étaient l'une et l'autre inférieures à $\frac{\pi}{2}$, mais il est encore possible de généraliser sous ce rapport le résultat que nous avons obtenu. Je dis que l'on a toujours

$$\int_h^k \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\,\varphi(\alpha)\,d\alpha = 0,$$

pour $n = \infty$, si entre les deux limites h et k, il ne tombe aucune valeur de α qui rende $\sin. \alpha$ égal à zéro.

En effet, appelons $i\pi$ le plus grand multiple de π contenu dans h (i peut être négatif), de telle sorte que l'on ait $h = i\pi + h'$, h' étant positif et inférieur à π, et posons $\alpha = i\pi + \alpha'$; l'intégrale proposée reviendra, abstraction faite du signe, à

$$\int_{h'}^{k'} \frac{\sin. n\alpha'}{\sin\ \alpha'}\,\varphi(i\,\pi + \alpha')\,d\alpha',$$

k' représentant la différence $k - i\pi$; et il suffira de faire voir que cette dernière intégrale a zéro pour limite, à mesure que n croît. Or, si h' et k' sont inférieurs l'un et l'autre à $\frac{\pi}{2}$, le plus grand k' de ces nombres pouvant atteindre cette limite, la chose a été démontrée; si h' et k' sont tous les deux supérieurs à $\frac{\pi}{2}$, le plus petit de ces nombres pouvant égaler $\frac{\pi}{2}$, comme le plus grand de ces deux nombres sera en même temps inférieur à π, sans quoi il y aurait entre h' et k', par suite entre h et k, une valeur de α qui annulerait $\sin. \alpha$, on rentrera dans le cas précédent en changeant

α' en $\pi-\alpha'$; enfin, si h' est inférieur à $\frac{\pi}{2}$ et k' supérieur au même nombre, ce qui est évidemment le seul cas qui puisse se présenter après les deux précédents, comme on pourra décomposer l'intégrale en deux autres ayant respectivement pour limites h' et $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$ et k', le résultat sera encore le même.

Ainsi quelle que soit la fonction $\varphi(\alpha)$, pourvu qu'elle ne devienne pas infinie, quelles que soient les limites h et k, pourvu qu'elles ne comprennent aucune valeur de α qui rende sin. α égal à zéro, l'intégrale

$$\int_h^k \frac{\sin.\ n\alpha}{\sin.\ \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

a zéro pour limite quand n croît indéfiniment.

7. Considérons, en second lieu, l'intégrale

$$\int_o^h \frac{\sin.\ n\alpha}{\sin.\ \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

où $\varphi(\alpha)$ est, comme tout à l'heure, une fonction tout à fait quelconque, assujettie à la seule condition de ne pas devenir infinie, et h un nombre positif inférieur à π. Proposons-nous de trouver la limite vers laquelle elle tend, à mesure que n croît indéfiniment.

Soit ε un nombre positif qu'on pourra supposer aussi petit que l'on voudra, mais qui devra rester invariable quand n croîtra. Décomposons l'intégrale proposée comme il suit :

$$\int_o^\varepsilon \frac{\sin.\ n\alpha}{\sin.\ \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha + \int_\varepsilon^h \frac{\sin.\ n\alpha}{\sin.\ \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

d'après ce qui a été démontré, l'intégrale

$$\int_\varepsilon^h \frac{\sin.\ n\alpha}{\sin.\ \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

aura zéro pour limite, quelque petit que soit ε, il suffira donc de nous occuper de

$$\int_0^\varepsilon \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha.$$

Or, supposons ε assez petit pour que $\varphi(\alpha)\frac{\alpha}{\sin. \alpha}$ varie dans le même sens, lorsque α croît de 0 à ε, admettons de plus que ce produit aille en diminuant; dans le cas contraire, on prendrait l'intégrale

$$\int_0^\varepsilon \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\left[-\varphi(\alpha)\right]d\alpha.$$

L'intégrale

$$\int_0^\alpha \frac{\sin. n\alpha}{\alpha}\,d\alpha, \quad \text{ou} \quad \int_0^{n\alpha} \frac{\sin. \alpha}{\alpha}\,d\alpha$$

étant, quels que soient α et n, comprise entre 0 et $\int_0^\pi \frac{\sin. \alpha}{\alpha}\,d\alpha$, comme on le reconnaît aisément par la considération de la courbe $y=\frac{\sin. x}{x}$, dont cette intégrale représente l'aire; on a (lemme II)

$$0<\int_0^\varepsilon \frac{\sin. n\alpha}{\alpha}\left[\varphi(\alpha)\frac{\alpha}{\sin. \alpha}-\varphi(\varepsilon)\frac{\varepsilon}{\sin. \varepsilon}\right]d\alpha<\left[\varphi(0)-\frac{\varepsilon}{\sin. \varepsilon}\varphi(\varepsilon)\right]\int_0^\pi \frac{\sin. \alpha}{\alpha}\,d\alpha,$$

car $\varphi(\alpha)\frac{\alpha}{\sin. \alpha}-\varphi(\varepsilon)\frac{\varepsilon}{\sin. \varepsilon}$ est positif et constant ou décroissant, lorsque α croît de 0 à ε; mais ε étant aussi petit que l'on veut, $\varphi(0)-\frac{\varepsilon}{\sin. \varepsilon}$ est lui-même aussi près de zéro qu'on le veut, donc la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\int_0^\varepsilon \frac{\sin. n\alpha}{\sin. \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

à mesure que n augmente, est sensiblement la même que celle vers laquelle tend

$$\varphi(\varepsilon)\frac{\varepsilon}{\sin. \varepsilon}\int_0^\varepsilon \frac{\sin. n\alpha}{\alpha}\,d\alpha,$$

c'est-à-dire,

$$\frac{\pi}{2}\frac{\varepsilon}{\sin.\varepsilon}\varphi(\varepsilon);$$

par conséquent, la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\int_{o}^{h}\frac{\sin.n\alpha}{\sin.\alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha$$

est

$$\frac{\pi}{2}\varphi(o).$$

Nous avons supposé la fonction $\varphi(\alpha)$ continue dans le voisinage de la valeur 0 de α; dans le cas contraire, le raisonnement précédent prouve que la limite en question est $\frac{\pi}{2}\varphi(\varepsilon)$, ε étant un infiniment petit positif.

8. Nous sommes maintenant en état de trouver la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$(i) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{1}{2}\int_{a}^{b} f(\mu)\,\frac{\sin.\,(n+\frac{1}{2})\,\frac{\pi(x-\mu)}{d}}{\sin.\frac{\pi(x-\mu)}{2d}}\,d\mu,$$

à mesure que n croît indéfiniment.

Nous supposerons d'abord que x, qui est nécessairement compris entre a et b, n'atteigne pas ces limites.

Décomposons l'intégrale considérée en deux autres prises, l'une de a à x, l'autre de x à b, puis remplaçons dans la première μ par $x-\frac{2d}{\pi}\alpha$, et dans la seconde μ par $x+\frac{2d}{\pi}\alpha$, ce qui donnera

$$\frac{d}{\pi}\int_{o}^{\frac{\pi(x-a)}{2d}} f\left(x-\frac{2d}{\pi}\alpha\right)\frac{\sin.(2n+1)\alpha}{\sin.\alpha}\,d\alpha,\quad \frac{d}{\pi}\int_{o}^{\frac{\pi(b-x)}{2d}} f\left(x+\frac{2d}{\pi}\alpha\right)\frac{\sin.(2n+1)\alpha}{\sin.\alpha}\,d\alpha;$$

comme $x-a$ et $b-x$ sont inférieurs à $b-a=2d$, les deux limites supérieures $\frac{\pi(x-a)}{2d}$, $\frac{\pi(b-x)}{2d}$ de nos intégrales sont moindres que π, donc, d'a-

près ce qui précède, les valeurs de ces intégrales sont respectivement, pour $n=\infty$,

$$\frac{d}{2} f(x-\varepsilon), \quad \frac{d}{2} f(x+\varepsilon),$$

ε représentant un infiniment petit positif, et partant la limite de l'intégrale (i) est

$$\frac{d}{2} [f(x-\varepsilon)+f(x+\varepsilon)].$$

On peut remarquer que ce résultat se réduit à $d.f(x)$, quand la valeur de x considérée ne rend pas discontinue la fonction donnée $f(x)$.

9. Si la valeur attribuée à x est l'une des limites de l'intégrale, a par exemple, de manière que l'intégrale considérée soit

$$\frac{1}{2}\int_a^b f(\mu)\, \frac{\sin.\,(n+\frac{1}{2})\,\frac{\pi(a-\mu)}{d}}{\sin.\,\frac{\pi(a-\mu)}{2d}}\, d\mu;$$

appelant c un nombre quelconque compris entre a et b, on décomposera l'intégrale en deux autres ayant respectivement pour limites a et c, c et b, puis remplaçant dans la première μ par $a+\frac{2d\alpha}{\pi}$, et dans la seconde μ par $b-\frac{2d\alpha}{\pi}$, on aura

$$\frac{d}{\pi}\int_0^{\frac{\pi(c-a)}{2d}} f\left(a+\frac{2d\alpha}{\pi}\right)\frac{\sin.\,(2n+1)\,\alpha}{\sin.\,\alpha}\,d\alpha, \quad \frac{d}{\pi}\int_0^{\frac{\pi(b-c)}{2d}} f\left(b-\frac{2d\alpha}{\pi}\right)\frac{\sin.\,(2n+1)\,\alpha}{\sin.\,\alpha}\,d\alpha.$$

Or, $c-a$ et $b-c$ sont l'un et l'autre inférieurs à $b-a=2d$, donc les limites supérieures $\frac{\pi(c-a)}{2d}$, $\frac{\pi(b-c)}{2d}$ des deux intégrales précédentes sont inférieures à π : de là on conclut que les valeurs de ces intégrales sont respectivement, pour $n=\infty$,

$$\frac{d}{2} f(a+\varepsilon), \quad \frac{d}{2} f(b-\varepsilon).$$

ε étant un infiniment petit positif; par conséquent, que la valeur de l'intégrale proposée est

$$\frac{d}{2}[f(a+\varepsilon)+f(b-\varepsilon)].$$

Cette valeur ne se confond avec $d.f(a)$, qu'autant que $f(\alpha)$ est continu dans le voisinage des valeurs a et b de α et que l'on a $f(a)=f(b)$.

On trouverait le même résultat si l'on faisait $x=b$.

10. Nous avons toujours supposé jusqu'ici que la fonction qu'il s'agissait de développer en série ne devenait jamais infinie. Or, la proposition sur laquelle repose uniquement la démonstration précédente, peut encore être vraie, lorsque la fonction considérée devient infinie pour une ou plusieurs valeurs de la variable. Ainsi je dis que la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\int_o^h \frac{\sin.\, n\alpha}{\sin.\, \alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

à mesure que n croît indéfiniment, est toujours $\frac{\pi}{2}\varphi(o)$, si $\varphi(\alpha)$ devenant infinie pour un nombre fini quelconque de valeurs de α différentes de o et comprises entre o et h, l'intégrale

$$\int_o^\alpha \varphi(\alpha)\,d\alpha=\Phi(\alpha)$$

reste finie et continue de $\alpha=o$ à $\alpha=h$.

En effet, supposons que $\varphi(\alpha)$ ne devienne infinie que pour $\alpha=\alpha_0$, le même raisonnement s'étendant sans difficulté au cas où il y aurait un plus grand nombre de valeurs. Désignons par ε un nombre positif très-petit qui devra rester invariable lorsque n croîtra; décomposons notre intégrale en quatre autres ayant respectivement pour limites o et $\alpha_0-\varepsilon$, $\alpha_0-\varepsilon$ et α_0, α_0 et $\alpha_0+\varepsilon$, $\alpha_0+\varepsilon$ et h. La fonction $\varphi(\alpha)$ restant finie entre o et $\alpha_0-\varepsilon$ et entre $\alpha_0+\varepsilon$ et h, la première de ces nouvelles intégrales tendra vers $\frac{\pi}{2}\varphi(o)$ et la quatrième vers zéro, à mesure que n croîtra; quant à la seconde et à la troisième, comme il est possible de prendre ε assez petit

pour que $\varphi(\alpha)$ conserve toujours le même signe depuis $\alpha=\alpha_0-\varepsilon$ jusqu'à $\alpha=\alpha_0$, et aussi depuis $\alpha=\alpha_0$ jusqu'à $\alpha=\alpha_0+\varepsilon$, ce dernier signe pouvant être d'ailleurs différent du premier, on voit aisément qu'elles sont l'une et l'autre, *quel que soit n*, respectivement inférieures en valeur absolue aux deux quantités

$$\frac{\Phi(\alpha_0)-\Phi(\alpha_0-\varepsilon)}{\sin.(\alpha_0-\varepsilon)}, \quad \frac{\Phi(\alpha_0+\varepsilon)-\Phi(\alpha_0)}{\sin.\alpha_0}$$

d'ailleurs $\Phi(\alpha)$ étant une fonction continue et α_0 ne pouvant être ni nul ni égal à π, ces quantités sont aussi petites que l'on veut en ayant soin de prendre ε suffisamment petit; il en est donc de même des deux intégrales. Réunissant ce résultat à celui qui a été obtenu plus haut, on peut conclure, comme il fallait le démontrer, que la valeur de l'intégrale

$$\int_o^h \frac{\sin.n\alpha}{\sin.\alpha}\varphi(\alpha)\,d\alpha,$$

pour $n=\infty$, est égale à $\frac{\pi}{2}\varphi(o)$.

11. On sait que lorsque $\varphi(\alpha)$ devenant infinie pour $\alpha=\alpha_0$, il est possible de trouver un nombre δ positif et déterminé, de façon que la limite de l'un des produits

$$(x-x_0)^{1-\delta}\varphi(x),\ (x-\alpha_0)\left(l\frac{1}{\alpha-\alpha_0}\right)^{1+\delta}\varphi(x),\ (x-x_0)\,l\frac{1}{\alpha-x_0}\left(ll\frac{1}{x-\alpha_0}\right)^{1+\delta}\varphi(\alpha),\dots$$

pour $\alpha=\alpha_0$ soit finie, l'intégrale

$$\int_o^\alpha \varphi(x)\,dx=\Phi(\alpha)$$

est toujours une fonction continue de α. (Voyez, par exemple, un mémoire que j'ai publié dans le tom. VIII du *Journal de M. Liouville.*) Dans ce cas-là, il sera donc possible de développer la fonction $\varphi(x)$ en série ordonnée suivant les sinus et cosinus des multiples entiers d'un arc proportionnel à x.

Au contraire, si les limites précédentes devenant toutes infinies, l'un des produits

$$(\alpha-\alpha_0)\varphi(\alpha),\ (\alpha-\alpha_0)\, l\frac{1}{\alpha-\alpha_0}\varphi(\alpha),\ (\alpha-\alpha_0)\, l\frac{1}{\alpha-\alpha_0}\, ll\frac{1}{\alpha-\alpha_0}\varphi(\alpha),$$

était différent de zéro pour $\alpha=\alpha_0$, le développement dont il s'agit ne saurait être applicable: c'est ce que l'on reconnaît immédiatement en remarquant que les intégrales définies

$$\int_a^b \varphi(\mu)\, d\mu,\ \int_a^b \varphi(\mu)\cos.\frac{\pi\mu}{d}\, d\mu,\ \int_a^b f(\mu)\cos.\frac{2\pi\mu}{d}\, d\mu,\ \int_a^b f(\mu)\cos.\frac{3\pi\mu}{d}\, d\mu,\ \ldots$$

$$\int_a^b \varphi(\mu)\sin.\frac{\pi\mu}{d}\, d\mu,\ \int_a^b f(\mu)\sin.\frac{2\pi\mu}{d}\, d\pi,\ \int_a^b f(\mu)\sin.\frac{3\pi\mu}{d}\, d\mu,\ \ldots$$

qui représentent les coefficients des termes de ce développement, sont dans ces différents cas, ou infinies ou indéterminées.

12. Reprenons la formule générale

$$(1)\ \ldots\ldots\ f(x)=\frac{1}{2d}\int_a^b f(\mu)\, d\mu+\frac{1}{d}\int_a^b\left[\Sigma_{n=1}^{n=\infty}\ \cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\right]f(\mu)\, d\mu.$$

On peut, en attribuant à a et à b différentes valeurs, en déduire plusieurs autres plus ou moins importantes.

Supposons, en premier lieu, a et b égaux et de signes contraires, et posons $a=-l$, $b=l$, d'où $b-a=2l=2d$, la formule deviendra

$$(2)\ \ldots\ldots\ f(x)=\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l} f(\mu)\, d\mu+\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}\left[\Sigma\cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{l}\right]f(\mu)\, d\mu,$$

égalité qui, comme la précédente, est soumise à certaines restrictions: d'abord elle n'a lieu que pour les valeurs de x plus grandes que $-l$ et inférieures à $+l$; encore faut-il que la fonction $f(x)$ soit continue dans le voisinage de la valeur de x considérée. Si l'on attribue à x une valeur

pour laquelle $f(x)$ soit discontinue, l'égalité n'est exacte qu'en ayant soin de remplacer le premier membre par la demi-somme des valeurs que prend $f(x)$ pour une valeur un peu inférieure et pour une valeur un peu supérieure à cette valeur de x; enfin, si l'on fait x égal à l'une des limites $\pm l$, l'égalité n'a lieu qu'autant que $f(x)$ étant continue dans le voisinage de ces valeurs, on a de plus $f(-l) = f(l)$; en général, pour ces valeurs de x, son second membre est égal à $\frac{1}{2}[f(-l+\varepsilon) + f(l-\varepsilon)]$, ε étant un infiniment petit positif.

13. Si la fonction $f(x)$ est telle que

$$f(-x) = f(x)$$

on aura

$$\int_{-l}^{l} f(\mu) \sin.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu = 0, \int_{l}^{l} f(\mu) \cos.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu = 2\int_{0}^{l} f(\mu) \cos.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu,$$

et la formule (2) deviendra

$$(3)\ldots\ldots \quad f(x) = \frac{1}{l}\int_{0}^{l} f(\mu)\, d\mu + \frac{2}{l}\Sigma_{n=1}^{n=\infty} \cos. n\frac{\pi x}{l}\int_{0}^{l} f(\mu) \cos.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu.$$

14. Si, au contraire, on avait

$$f(-x) = -f(x),$$

il en résulterait

$$\int_{l}^{l} f(\mu) \cos.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu = 0, \int_{-l}^{l} f(\mu) \sin.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu = 2\int_{0}^{l} f(\mu) \sin.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu.$$

et la formule (2) se réduirait à

$$(4) \quad f(x) = \frac{2}{l}\Sigma_{n=1}^{n=\infty} \sin.\frac{n\pi x}{l}\int_{0}^{l} f(\mu) \sin.\frac{n\pi\mu}{l}\, d\mu.$$

15. On obtiendrait d'autres formules analogues, en faisant de nouvelles

hypothèses sur a et b, ou l. Il convient de remarquer le cas de $a = o$, $b = 2\pi$, et celui de $l = \pi$, qui donnent

$$(5) \ldots\ldots \quad f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} f(\mu)\, d\mu + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_o^{2\pi} f(\mu)\cos.\, n(x-\mu)\, d\mu,$$

$$(6) \ldots\ldots \quad f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{\pi}^{\pi} f(\mu)\, d\mu + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_{-\pi}^{\pi} f(\mu)\cos.\, n(x-\mu)\, d\mu,$$

si la fonction est quelconque;

$$(7) \ldots\ldots \quad f(x) = \frac{1}{\pi}\int_o^{\pi} f(\mu)\, d\mu + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{n=\infty}\cos.\, nx \int_o^{\pi} f(\mu)\cos.\, n\mu\, d\mu,$$

si la fonction satisfait à la condition $f(x) = f(-x)$; et enfin

$$(8) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad f(x) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{n=\infty}\sin.\, nx \int_o^{\pi} f(\mu)\sin.\, n\mu\, d\mu$$

si la fonction satisfait à la condition $f(-x) = -f(x)$.

16. Je terminerai par une remarque importante.

La convergence de la série

$$\frac{1}{2d}\int_a^b f(\mu)\, d\mu + \frac{1}{d}\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b f(\mu)\cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\, d\mu$$

doit être attribuée aux signes de ses différents termes et non pas seulement à leur décroissement; dès lors la série que l'on obtient en différentiant la précédente par rapport à x, peut très-bien ne pas être convergente: c'est, du reste, ce que l'on vérifie facilement sur des exemples particuliers; on voit par là que de l'égalité

$$f(x) = \frac{1}{2d}\int_a^b f(\mu)\, d\mu + \frac{1}{d}\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b f(\mu)\cos.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\, d\mu,$$

on ne peut nullement conclure

$$f'(x) = -\frac{\pi}{d^2}\sum_{n=1}^{n=\infty} n\int_a^b f(\mu)\sin.\frac{n\pi(x-\mu)}{d}\, d\mu,$$

par conséquent, certaines méthodes au moyen desquelles on détermine quelquefois, dans des cas particuliers, les coefficients A_0, A_1, A_2, ... B_1, B_2, B_3, ... d'un développement de la forme

$$A_0 + A_1 \cos. \frac{\pi x}{d} + A_2 \cos. \frac{2\pi x}{d} + A_3 \cos. \frac{3\pi x}{d} + \ldots.$$
$$B_1 \sin. \frac{\pi x}{d} + B_2 \sin. \frac{2\pi x}{d} + B_3 \sin. \frac{3\pi x}{d} + \ldots.,$$

ne sont pas, même après qu'on a démontré la possibilité du développement, entièrement rigoureuses. Ainsi, pour citer un exemple, la méthode que Lagrange emploie, dans la *Théorie des fonctions*, pages 147 et suivantes, pour déterminer les coefficients A, B, C, ... de façon que l'on ait

$$\cos.^m x = A \cos. nx + A \cos. (n-1) x + C \cos. (n-2) x + \ldots.$$

et qui consiste à porter successivement le développement précédent et celui qu'on en déduit par une différentiation relative à x, à la place de y et de y' dans l'égalité

$$my \sin. x + y' \cos. x = 0,$$

et à égaler à zéro les coefficients des différents termes préalablement ordonnés suivant les sinus multiples, laisse à désirer au point de vue de la rigueur.

J'ai cru d'autant plus nécessaire d'insister sur la remarque précédente que Poisson a énoncé, dans le *Journal de l'École polytechnique*, tome XII, page 458, et plus tard dans la *Théorie de la chaleur*, qu'il était toujours possible de différentier les séries trigonométriques.

§ II.

DÉVELOPPEMENT DES FONCTIONS OU PARTIES DE FONCTIONS EN SÉRIES DE SINUS ET COSINUS.

Indépendamment des séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des multiples entiers d'un arc proportionnel à la variable x, que nous avons

indiquées dans le paragraphe précédent, les géomètres ont imaginé d'autres séries de sinus et cosinus, dans lesquelles les arcs successifs s'obtiennent en multipliant x par les racines positives d'une équation transcendante convenablement choisie.

Ces nouvelles séries, que l'on rencontre aussi dans les questions de la théorie mathématique de la chaleur, et qui servent comme les premières, à représenter des fonctions données arbitrairement entre certaines limites, ont été considérées d'abord par Fourier et puis, sous un point de vue différent, par Poisson. Nous allons indiquer rapidement et sur un exemple très-simple, les considérations par lesquelles ces deux illustres géomètres sont parvenus aux séries dont il s'agit.

1. Proposons-nous de trouver la valeur de u qui satisfait : 1° à l'équation aux différentielles partielles

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{du}{dt} = a^2 \frac{d^2u}{dx^2},$$

pour toutes les valeurs de la variable t, et pour les valeurs de la variable x comprises entre deux limites o et X; 2° à la condition

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad u = 0,$$

pour toutes les valeurs de t et pour la valeur o de x; 3° à la condition

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{du}{dx} + \mathrm{H}u = 0,$$

pour toutes les valeurs de t et pour la valeur X de x; 4° à la condition

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots \quad u = f(x),$$

pour toutes les valeurs de x comprises entre o et X et pour la valeur o de t. On sait que c'est là le problème d'analyse auquel on ramène celui de la propagation de la chaleur dans une sphère homogène, dont tous les points à égale distance du centre ont constamment la même température.

2. Deux méthodes en quelque sorte inverses l'une de l'autre peuvent

être suivies pour trouver u : la première est celle qu'emploie Fourier dans sa théorie de la chaleur. Elle consiste à remarquer que l'on satisfait immédiatement aux équations (1) et (2) par une somme d'expressions de la forme $A_m e^{-m^2 t} \sin. \frac{mx}{a}$, quelles que soient d'ailleurs les constantes A_m et m; puis à l'équation (3) en choisissant m parmi les racines de l'équation

$$(5) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{m}{a} \cos. m \frac{X}{a} + H \sin. m \frac{X}{a} = 0\,,$$

racines qui sont toutes réelles, égales deux à deux et de signes contraires, et en nombre infini; de telle sorte donc, qu'il ne s'agit plus que de trouver les coefficients A_m, de manière à avoir pour toutes les valeurs de x de o à X, l'égalité $f(x) = \Sigma A_m \sin. m \frac{x}{a}$, où le signe Σ s'étend à toutes les racines positives m_1, m_2, m_3, ... de l'équation (5). Or, ayant posé

$$f(x) = A_{m_1} \sin. m_1 \frac{x}{a} + A_{m_2} \sin. m_2 \frac{x}{a} + \ldots. + A_{m_i} \sin. m_i \frac{x}{a} + \ldots.\,,$$

remplaçons x par μ, multiplions par $\sin. m_i \frac{\mu}{a}\, d\mu$ et intégrons de o à X, il viendra

$$\int_o^X f(\mu) \sin. m_i \frac{\mu}{a}\, d\mu = A_{m_i} \frac{X}{2} \frac{m_i^2 + a^2 H^2 + a^2 \frac{H}{X}}{m_i^2 + a^2 H^2}\,,$$

d'où

$$A_{m_i} = \frac{2}{X} \frac{m_i^2 + a^2 H^2}{m_i^2 + a^2 H^2 + a^2 \frac{H}{X}} \int_o^X f(\mu) \sin. m_i \frac{\mu}{a}\, d\mu\,,$$

en remarquant que, pour toutes les valeurs de j différentes de i, on a

$$\int_o^X \sin. m_i \frac{\mu}{a} \sin. m_j \frac{\mu}{a}\, d\mu = \tfrac{1}{2} \int_o^X \cos. \frac{\mu}{a} (m_i - m_j)\, d\mu - \tfrac{1}{2} \int_o^X \cos. \frac{\mu}{a} (m_i + m_j)\, d\mu$$

$$= \frac{a \sin. \frac{X}{a} (m_i - m_j)}{2 (m_i - m_j)} - \frac{a}{2} \frac{\sin. \frac{X}{a} (m_i + m_j)}{m_i + m_j}$$

$$= \frac{-a}{(m_i^2 - m_j^2)} \left[m_i \sin. \frac{X}{a} m_j \cos. \frac{X}{a} m_i - m_j \sin. \frac{X}{a} m_i \cos. \frac{X}{a} m_j \right] = o$$

et que

$$\int_o^X \sin.^2 m_i \frac{\mu}{a}\, d\mu = \frac{X}{2} - \frac{a}{4 m_i} \sin. \frac{2X}{a} m_i = \frac{X}{2} \frac{m_i^2 + a^2 H^2 + a^2 \frac{H}{X}}{m_i^2 + a^2 H^2}.$$

à cause des deux relations

$$\frac{m_i}{a}\cos.X\frac{m_i}{a}+H\sin.X\frac{m_i}{a}=o,\quad \frac{m_j}{a}\cos.X\frac{m_j}{a}+H\sin.X\frac{m_j}{a}=o.$$

Ainsi l'on aura

$$f(x)=\frac{2}{X}\Sigma\frac{m_i^2+a^2H^2}{m_i^2+a^2H^2+a^2\frac{H}{X}}\sin.m_i\frac{x}{a}\int_o^X f(\mu)\sin.m_i\frac{\mu}{a}d\mu,$$

et

$$u=\frac{2}{X}\Sigma\left[\frac{m_i^2+a^2H^2}{m_i^2+a^2H^2+a^2\frac{H}{X}}\sin.m_i\frac{x}{a}\int_o^X f(\mu)\sin.m_i\frac{\mu}{a}d\mu\right]e^{-m_i^2t}.$$

5. Dans la seconde méthode, que l'on peut suivre pour trouver u, on procède d'une manière inverse. On part directement de l'intégrale générale sous forme finie de l'équation (1), intégrale qui est ici, comme l'a montré Laplace :

$$(6)\quad \ldots\ldots\quad u=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha^2}F(x+2a\alpha\sqrt{t})\,d\alpha;$$

puis on remarque que, d'après l'équation (4), la fonction arbitraire renfermée dans cette intégrale, doit être la fonction $f(x)$ qui représente l'état initial des températures; en effet, si l'on fait $t=o$, on trouve

$$u=\frac{1}{\sqrt{\pi}}F(x)\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha^2}d\alpha=F(x);$$

mais l'équation $u=f(x)$ devant être satisfaite, seulement pour les valeurs de x, de o à X, la fonction F ne se trouve ainsi déterminée que pour ces valeurs, on peut donc supposer cette fonction complétement arbitraire pour les valeurs négatives de x et pour les valeurs positives supérieures à X. Cette indétermination d'une partie de la fonction va nous permettre de satisfaire aux relations (2) et (5) : différentions l'équation (6) par rap-

port à x et faisons ensuite dans cette équation et dans sa différentielle

$$x + 2a\alpha\sqrt{t} = y, \quad d\alpha = \frac{dy}{2a\sqrt{t}};$$

il viendra

$$u = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-y)^2}{4a^2 t}} \mathrm{F}(y)\, dy,$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-y)^2}{4a^2 t}} d.\,\mathrm{F}(y),$$

d'où l'on tire pour les équations (2) et (3)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{4a^2 t}} \mathrm{F}(y)\, dy = o,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\mathrm{X}-y)^2}{4a^2 t}} \left[\mathrm{HF}(y) + \frac{d\mathrm{F}(y)}{dy}\right] dy = o,$$

ou ce qui revient au même,

$$\int_{o}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{4a^2 t}} [\mathrm{F}(y) + \mathrm{F}(-y)]\, dy = o,$$

$$\int_{o}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{4a^2 t}} \left[\mathrm{HF}(\mathrm{X}+y) + \frac{d\mathrm{F}(\mathrm{X}+y)}{dy} + \mathrm{HF}(\mathrm{X}-y) - \frac{d\mathrm{F}(\mathrm{X}-y)}{dy}\right] dy = o;$$

d'où t étant quelconque,

$$(7)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} \mathrm{F}(y) + \mathrm{F}(-y) = o, \\ \mathrm{HF}(\mathrm{X}+y) + \dfrac{d\mathrm{F}(\mathrm{X}+y)}{dy} + \mathrm{HF}(\mathrm{X}-y) - \dfrac{d\mathrm{F}(\mathrm{X}-y)}{dy} = o. \end{array}\right.$$

4. Au moyen des équations précédentes, on détermine la fonction $\mathrm{F}(y)$ pour toutes les valeurs de y, lorsqu'elle est donnée de o à X, et la valeur de u est alors entièrement connue. Mais sans chercher à résoudre les équations (7), on peut, en employant un artifice très-ingénieux dû à Poisson

(voyez ses deux premiers *Mémoires sur la théorie de la chaleur*, 19e cahier du *Journal de l'École polytechnique*), se servir de ces équations, pour éliminer la partie inconnue de $F(y)$, dans la valeur de u; on réduit ainsi cette valeur à ne plus contenir que la partie de $F(y)$ immédiatement donnée par la question, et le résultat auquel on est conduit est précisément la série obtenue plus haut,

$$u = \frac{2}{X}\Sigma\left[\frac{m_i^2 + a^2H^2}{m_i^2 + a^2H^2 + a^2\frac{H}{X}}\sin. m_i\frac{x}{a}\int_o^X f(\mu)\sin. m_i\frac{\mu}{a}d\mu\right]e^{-m_i^2 t};$$

d'où l'on tire ensuite en faisant $t = o$,

$$f(x) = \frac{2}{X}\Sigma\frac{m_i^2 + a^2H^2}{m_i^2 + a^2H^2 + a^2\frac{H}{X}}\sin. m_i\frac{x}{a}\int_o^X f(\mu)\sin. m_i\frac{\mu}{a}d\mu.$$

5. On voit que par l'une et par l'autre des deux méthodes précédentes, on est conduit à développer la fonction $f(x)$, fonction complétement arbitraire entre les deux limites o et X, mais vérifiant à ces limites les équations (2) et (3), en une série ordonnée suivant les sinus des angles, que l'on obtient en multipliant $\frac{x}{a}$ par les racines positives de l'équation transcendante

$$\frac{m}{a}\cos. m\frac{X}{a} + H\sin. m\frac{X}{a} = o;$$

toutefois les raisonnements par lesquels ces développements sont établis, ne sont pas entièrement satisfaisants.

6. D'abord, quand on emploie la méthode de Fourier, on prouve seulement qu'en admettant la possibilité de développer $f(x)$ en série de la forme

$$A_{m_1}\sin. m_1\frac{x}{a} + A_{m_2}\sin. m_2\frac{x}{a} + \ldots + A_{m_i}\sin. m_i\frac{x}{a} + \ldots$$

on a nécessairement

$$A_{m_i} = \frac{2}{X}\frac{m_i^2 + a^2H^2}{m_i^2 + a^2H^2 + a^2\frac{H}{X}}\int_o^X f(\mu)\sin. m_i\frac{\mu}{a}d\mu,$$

de telle sorte qu'il reste encore à établir la convergence de la série

$$\frac{2}{X}\sum \frac{m_i^2+a^2H^2}{m_i^2+a^2H^2+a^2\frac{H}{X}} \sin.\, m_i\frac{x}{a}\int_0^X f(\mu)\sin.\, m_i\frac{\mu}{a}\,d\mu,$$

où le signe Σ s'étend à toutes les racines positives de l'équation (5), et même à faire voir que la somme de cette série est $f(x)$. M. Liouville a essayé de combler cette lacune qui se présente dans les démonstrations de tous les développements considérés en physique mathématique: nous parlerons, dans le paragraphe suivant, en considérant des séries plus compliquées, de cet important travail. Dans le paragraphe actuel, nous ne nous occuperons que de la méthode de Poisson, et nous montrerons que l'artifice sur lequel cette méthode repose, peut conduire à une démonstration rigoureuse des différents développements de sinus et cosinus employés jusqu'ici.

7. Nous ne devons pas, avant d'entrer en matière, oublier de mentionner un mémoire de M. Liouville, inséré dans le tome Ier, page 17 du *Journal de mathématiques*, et dans lequel cet illustre géomètre a repris l'artifice de Poisson et a montré avec beaucoup de lucidité que la combinaison de cet artifice avec la formule par laquelle Fourier représente, au moyen d'une intégrale double, une fonction arbitraire d'une seule variable, devait nécessairement conduire à tous les développements de sinus et cosinus.

Le travail de M. Liouville nous servira de guide dans ce qui va suivre: comme dans ce travail, nous ne nous occuperons que du développement des fonctions, sans avoir égard à la question physique qui a pu conduire à ces développements; seulement nous apporterons à l'artifice de Poisson les modifications et les compléments qui nous ont paru nécessaires pour le mettre à l'abri de toute objection.

8. Soient h et k deux nombres positifs déterminés, on a évidemment

$$\int_0^\infty e^{-hy}f(y)\left[\int_0^\infty e^{-kz}\cos.\, z(x-y)\,dz\right]dy+\int_{-\infty}^0 e^{hy}f(y)\left[\int_0^\infty e^{-kz}\cos.\, z(x-y)\,dz\right]dy$$

$$=\int_0^\infty e^{-kz}\left[\int_0^\infty e^{-hy}\cos.\, z(x-y)\,f(y)\,dy+\int_{-\infty}^0 e^{hy}\cos.\, z(x-y)\,f(y)\,dy\right]dz.$$

ou bien

$$(8) \ldots \left\{ \begin{array}{l} k\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-hy} \frac{f(y)\,dy}{k^2+(x-y)^2} + k\int_{-\infty}^{0} e^{hy} \frac{f(y)\,dy}{k^2+(x-y)^2} \\ = \displaystyle\int_0^{\infty} e^{-kz}\left[\int_0^{\infty} e^{-hy}\cos. z\,(x-y)\,f(y)\,dy + \int_{-\infty}^{0} e^{hy}\cos. z(x-y)\,f(y)\,dy\right] dz, \end{array}\right.$$

en remarquant que

$$\int_0^{\infty} e^{-kz}\cos. z\,(x-y)\,dz = \frac{k}{k^2+(x-y)^2}.$$

9. Posons

$$\int_0^{\infty} e^{-hy} f(y)\,dy = p, \quad \int_0^{-\infty} e^{hy} f(y)\,dy = q,$$

et supposons que la fonction $f(y)$ qui est donnée arbitrairement entre certaines limites l et l' et définie hors de ces limites par des relations du genre des égalités (7), par exemple, soit telle que pour toutes les valeurs de h réelles et positives, ou du moins dont la partie réelle est positive, on puisse mettre p et q sous la forme

$$p = \frac{\psi(h)}{\varphi(h)}, \qquad q = \frac{\psi(-h)}{\varphi(-h)},$$

la fonction φ ne dépendant nullement de la fonction $f(x)$, et la fonction ψ ne dépendant que des valeurs de $f(y)$ qui répondent aux valeurs de y comprises entre les limites l et l'.

On aura

$$\int_0^{\infty} e^{-hy}\cos. zy\,f(y)\,dy - \sqrt{-1}\int_0^{\infty} e^{-hy}\sin. zy\,f(y)dy = \frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-hy}\cos. zy\,f(y)\,dy + \sqrt{-1}\int_0^{\infty} e^{-hy}\sin. zy\,f(y)dy = \frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})}$$

$$\int_0^{\infty} e^{hy} \cos. zy\, f(y)\, dy + \sqrt{-1} \int_0^{\infty} e^{hy} \sin. zy\, f(y)\, dy = \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})}$$

$$\int_0^{-\infty} e^{hy} \cos. zy\, f(y)\, dy - \sqrt{-1} \int_0^{-\infty} e^{hy} \sin. zy\, f(y)\, dy = \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}.$$

par conséquent,

$$\int_0^{\infty} e^{-kz} \left[\int_0^{\infty} e^{-hy} \cos. z(x-y) f(y)\, dy + \int_{-\infty}^{0} e^{hy} f(y) \cos. z(x-y)\, dy \right] dz$$

$$= \tfrac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} \cos. zx \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} + \frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})} \right] dz$$

$$+ \frac{1}{2\sqrt{-1}} \int_0^{\infty} e^{-kz} \sin. zx \left[-\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} + \frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} + \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})} \right] dz$$

$$= \tfrac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} \right] dz$$

$$+ \tfrac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} e^{-zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\psi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})} \right] dz,$$

et l'égalité (8) deviendra,

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} & k \int_0^{\infty} e^{-hy} \frac{f(y)\, dy}{k^2 + (y-x)^2} + k \int_{-\infty}^{0} e^{hy} \frac{f(y)\, dy}{k^2 + (y-x)^2} \\ & = \tfrac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} \right] dz \\ & + \tfrac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} e^{-zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})} \right] dz \end{aligned} \right.$$

10. Or, supposant k invariable, faisons tendre h vers zéro, dans l'égalité précédente; les deux intégrales

$$\int_0^{\infty} \frac{f(y)\, dy}{k^2 + (y-x)^2}, \quad \int_{-\infty}^{0} \frac{f(y)\, dy}{k^2 + (y-x)^2},$$

étant finies et déterminées, le premier membre tendra vers

$$k\int_0^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}+k\int_{-\infty}^{0}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}=k\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2},$$

d'après le corollaire du théorème VII de l'introduction. Quant au second membre, je remarque d'abord qu'on pourra se borner à considérer son premier terme

$$(a)\quad \ldots\ldots\quad \tfrac{1}{2}\int_0^{\infty} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz.$$

car l'autre terme se déduit de celui-là en changeant $\sqrt{-1}$ en $-\sqrt{-1}$. Soient maintenant $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots$ les racines réelles et positives de l'équation

$$(10)\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\quad \varphi(\rho\sqrt{-1})=0,$$

(On sait que ces racines sont en nombre infini et inégales, dans tous les cas qu'on a eu occasion de considérer.) Représentons par l_1 un nombre compris entre ρ_1 et ρ_2, par l_2 un nombre compris entre ρ_2 et ρ_3, par l_3 un nombre compris entre ρ_3 et ρ_4, ainsi de suite; et décomposons l'expression (a) de la manière suivante:

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{l_1} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz$$
$$+\tfrac{1}{2}\int_{l_1}^{l_2} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz+\ldots$$

Nous aurons à trouver, en général, la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$\tfrac{1}{2}\int_{l_{n-1}}^{l_n} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz,$$

à mesure que h décroît. Soit ε un nombre positif très-petit, mais qui devra rester invariable quand h décroîtra, décomposons l'intégrale précédente en trois autres, ayant respectivement pour limites l_{n-1} et $\rho_n-\varepsilon$, $\rho_n-\varepsilon$ et

$\rho_n + \varepsilon$, $\rho_n + \varepsilon$ et l_n (ρ_n est celle des racines de l'équation (10), qui est comprise entre l_{n-1} et l_n); la première et la troisième de ces intégrales auront zéro pour limite, puisque la fonction sous le signe $\int$ deviendra aussi petite qu'on voudra; il suffira donc de nous occuper de la seconde.

11. Posons

$$\begin{aligned}
\psi(h+z\sqrt{-1}) &= \psi[\rho_n\sqrt{-1}+h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}] = \psi(\rho_n\sqrt{-1})(1+\zeta),\\
\varphi(h+z\sqrt{-1}) &= \varphi[\rho_n\sqrt{-1}+h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}] = \varphi'(\rho_n\sqrt{-1})\\
&\qquad [h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}](1+\eta),\\
\psi(-h+z\sqrt{-1}) &= \psi[\rho_n\sqrt{-1}-h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}] = \psi(\rho_n\sqrt{-1})(1+\zeta'),\\
\varphi(-h+z\sqrt{-1}) &= \varphi[\rho_n\sqrt{-1}-h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}] = \varphi'(\rho_n\sqrt{-1})\\
&\qquad [-h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}](1+\eta'),
\end{aligned}$$

la fonction φ' étant, comme à l'ordinaire, la dérivée de φ; les quantités représentées par ζ, η, ζ', η' seront toujours finies, quels que soient h et z, car les fonctions ψ et φ sont toujours continues dans les cas que l'on a à considérer, et les racines de l'équation (10), toujours simples, ne peuvent jamais annuler $\psi(\rho\sqrt{-1})$; de plus, ces quantités ζ, η, ζ' et η' pourront devenir aussi petites qu'on le voudra, en prenant h suffisamment petit et z suffisamment près de ρ_n; mais les égalités précédentes donnent

$$\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} = \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\left[\frac{1+\zeta}{(1+\eta)[h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}]} - \frac{1+\zeta'}{(1+\eta')[-h+(z-\rho_n)\sqrt{-1}]}\right]$$

$$= \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\cdot\frac{2h+h(\zeta+\zeta_1)+h(\eta+\eta_1)+h(\zeta\eta_1+\eta\zeta_1)+(z-\rho_n)\sqrt{-1}(\eta-\eta_1)-(z-\rho_n)\sqrt{-1}(\zeta-\zeta_1)+(z-\rho_n)\sqrt{-1}(\eta\zeta_1-\zeta\eta_1)}{[h^2+(z-\rho_n)^2](1+\eta)(1+\eta')},$$

ou bien en remarquant que ζ' et η' se déduisent respectivement de ζ et de η en changeant h en $-h$, et, par conséquent, que les différences $\zeta'-\zeta$, $\eta'-\eta$, $\eta\zeta'-\eta'\zeta = \eta(\zeta'-\zeta)+\zeta(\eta-\eta')$ doivent contenir h en facteur,

$$\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} = \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\,\frac{2h}{h^2+(z-\rho_n)^2}(1+\omega);$$

ω étant comme ζ, η, ζ', η' une fonction de z et de h toujours finie et jouis-

sant de la propriété de devenir aussi petite qu'on le veut, en prenant h très-petit et z très-près de ρ_n. Portant dans l'intégrale

$$\frac{1}{2}\int_{\rho_n-\varepsilon}^{\rho_n+\varepsilon} e^{-kz}\, e^{xz\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz\,.$$

dont nous avons à trouver la limite, la valeur précédente de la différence

$$\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})},$$

il vient

$$\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\int_{\rho_n-\varepsilon}^{\rho_n+\varepsilon} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\,(1+\omega)\,\frac{hdz}{h^2+(z-\rho_n)^2},$$

que l'on peut, puisque $\frac{1}{h^2+(z-\rho_n)^2}$ a constamment le même signe, mettre sous la forme

$$\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\, e^{-kz_1}\, e^{z_1x\sqrt{-1}}\,(1+\omega_1)\int_{\rho_n-\varepsilon}^{\rho_n+\varepsilon}\frac{hdz}{h^2+(z-\rho_n)^2}$$

$$=2\,\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\, e^{-kz_1}\, e^{z_1x\sqrt{-1}}\,(1+\omega_1)\ \text{arc tg.}\ \frac{\varepsilon}{h},$$

z_1 étant une valeur de z comprise entre $\rho_n-\varepsilon$ et $\rho_n+\varepsilon$, et ω_1 la valeur de ω pour $z=z_1$; or, faisant tendre h vers zéro, il viendra

$$\pi\,\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\, e^{-kz_1}\, e^{z_1x\sqrt{-1}}\,(1+\omega_1'),$$

en appelant ω_1' la valeur de ω_1, pour $h=0$; mais ε, quoique déterminé, peut être aussi petit qu'on le veut, alors ω_1' sera aussi extrêmement petit et z_1 aussi près qu'on le voudra de ρ_n; cela nous prouve que l'expression précédente est aussi près qu'on le veut de

$$\pi\,\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}\, e^{-k\rho_n}\, e^{\rho_n x\sqrt{-1}};$$

par conséquent, cette dernière expression est rigoureusement la limite

de l'intégrale

$$\frac{1}{2}\int_{l_{n-1}}^{l_n} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz$$

12. Dans le raisonnement précédent, nous avons supposé que la racine ρ_n de l'équation (10), comprise entre les deux limites l_{n-1} et l_n de l'intégrale considérée, était différente de ces limites; or, il est facile de voir que, dans le cas contraire, on devra réduire à moitié le résultat obtenu : en effet, l'intégrale

$$\int_{\rho_n-\varepsilon}^{\rho_n+\varepsilon} \frac{hdz}{h^2+(\rho_n-z)^2} = 2 \text{ arc tg. } \frac{\varepsilon}{h}$$

à laquelle se ramène toujours, en définitive, l'intégrale considérée, sera alors remplacée par

$$\int_{\rho_n}^{\rho_n+\varepsilon} \frac{hdz}{h^2+(\rho_n-z)^2} = \text{arc tg. } \frac{\varepsilon}{h},$$

ou par

$$\int_{\rho_n-\varepsilon}^{\rho_n} \frac{hdz}{h^2+(\rho_n-z)^2} = \text{arc tg. } \frac{\varepsilon}{h}.$$

Ce cas se présente pour l'intégrale

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{l_1} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz$$

lorsque la plus petite racine de l'équation (10), est égale à zéro.

13. Reprenons l'intégrale (a), ou plutôt la série

$$(b)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{1}{2}\int_{0}^{l_1} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz \\ &+\frac{1}{2}\int_{l_1}^{l_2} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz + \\ &+\int_{l_{n-1}}^{l_n} e^{-kz}\, e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz + \end{aligned}\right.$$

que nous lui avons substituée. Nous venons de faire voir que les termes de cette série, avaient respectivement pour limites

$$\pi \frac{\psi(\rho_1\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_1\sqrt{-1})} e^{-k\rho_1} e^{\rho_1 x\sqrt{-1}}, \quad \pi \frac{\psi(\rho_2\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_2\sqrt{-1})} e^{-k\rho_2} e^{\rho_2 x\sqrt{-1}}, \ldots$$

$$\pi \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})} e^{-k\rho_n} e^{\rho_n x\sqrt{-1}}, \ldots,$$

lorsque h tendait vers zéro; la première limite devant toutefois être réduite à moitié, si $\rho_1 = 0$. Peut-on en conclure immédiatement que la limite de la série (b) soit

$$(c) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \pi \Sigma \frac{\psi(\rho\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho\sqrt{-1})} e^{-k\rho} e^{\rho x\sqrt{-1}},$$

où le signe Σ s'étend à toutes les racines positives de l'équation (10)? évidemment non : car, quoique les différences qui existent entre les termes de la série (b) et les termes correspondants de la série (c), puissent devenir individuellement aussi petites qu'on le veut, en prenant h suffisamment petit, rien ne prouve que la somme de ces différences, qui sont ici en nombre infini, puisse aussi devenir infiniment petite.

14. Pour lever toutes les difficultés, voici comment il convient de procéder. Soit l_n un terme de la suite l_1, l_2, l_3 ...., qui devra rester invariable quand h décroîtra. Posons

$$\frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-kz} e^{xz\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{l_n} e^{-kz} e^{xz\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz + m$$

$$\pi \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-k\rho_n} e^{\rho_n x\sqrt{-1}} \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})} = \pi \sum_{n=1}^{n=n} e^{-k\rho_n} e^{\rho_n x\sqrt{-1}} \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})} + m'$$

m et m' ayant respectivement pour valeurs

$$m = \frac{1}{2}\int_{l_n}^\infty e^{-kz} e^{xz\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz,$$

$$m' = \pi \sum_{n=n+1}^{n=\infty} e^{-k\rho_n} e^{\rho_n x\sqrt{-1}} \frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})};$$

et admettons provisoirement : 1° que la série (c) soit convergente ; 2° que l'on puisse donner à l_n une valeur assez grande, pour que la valeur de m soit, indépendamment de toute valeur attribuée à h, inférieure à tout nombre assignable. On prendra l_n assez grand pour que m et m' soient l'un et l'autre, et indépendamment de toute valeur attribuée à h, inférieurs à $\frac{\delta}{3}$, en valeur absolue ; puis, l_n étant ainsi déterminé, on fera décroître h, de façon que la différence

$$\frac{1}{2}\int_0^{l_n} e^{-hz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz-\sum_{n=1}^{n=n} e^{-h\rho_n}\, e^{\rho_n x\sqrt{-1}}\,\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})}$$

devienne moindre aussi que $\frac{\delta}{3}$, ce qui sera toujours possible, l_n étant déterminé ; on aura alors pour la différence existante entre l'intégrale (a) et la série (c), une quantité moindre que δ, c'est-à-dire, aussi petite qu'on voudra, et il sera établi que la série (c) est la limite de l'intégrale (a) ou de la série (b). Ainsi tout consiste à démontrer les deux propriétés admises ci-dessus. Or, d'abord la convergence de la série (c), ou, ce qui est suffisant (théorème II de l'Introduction), celle de la série

$$(d)\quad \ldots\ldots\ldots\quad \pi\sum_{n=1}^{n=\infty} e^{\rho_n x\sqrt{-1}}\,\frac{\psi(\rho_n\sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n\sqrt{-1})},$$

se vérifie facilement dans chaque cas particulier ; du reste, M. Liouville a démontré la convergence d'une classe de séries qui comprennent la série (d) comme cas particulier, ainsi que cela sera indiqué dans le paragraphe suivant, et on n'a qu'à employer sa démonstration. Passons à la seconde propriété. Il s'agit de faire voir qu'il est toujours possible de trouver une valeur de l_n assez grande pour que, quel que soit h, l'intégrale

$$\frac{1}{2}\int_{l_n}^{\infty} e^{-hz}\, e^{zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz$$

puisse devenir inférieure à tout nombre assignable. Remarquons pour cela

qu'à cette intégrale s'adjoindra la suivante :

$$\tfrac{1}{2}\int_{l_n}^{\infty} e^{-kz}\, e^{-zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})}\right] dz,$$

que l'on aura à considérer lorsqu'on s'occupera du terme

$$\tfrac{1}{2}\int_{0}^{\infty} e^{-kz}\, e^{-zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})}\right] dz$$

jusqu'ici laissé de côté, et appartenant au second membre de l'égalité (9) ; on aura donc ainsi la somme

$$\tfrac{1}{2}\int_{l_n}^{\infty} e^{-kz}\, e^{xz\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right] dz$$

$$+\ \tfrac{1}{2}\int_{l_n}^{\infty} e^{-kz}\, e^{-xz\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})}\right] dz,$$

que l'on peut, en se rappelant l'origine des fonctions ψ et φ, remplacer par

$$\int_{l_n}^{\infty} e^{-kz} \left[\int_0^{\infty} e^{-hy} \cos.\, z(x-y)\, f(y)\, dy + \int_{\infty}^{0} e^{hy} \cos.\, z(x-y)\, f(y)\, dy\right] dz,$$

ou par

$$\int_0^{\infty} e^{-hy} f(y) \left[\int_{l_n}^{\infty} e^{-kz} \cos.\, z(x-y)\, dz\right] dy$$

$$+ \int_{-\infty}^{0} e^{hy} f(y) \left[\int_{l_n}^{\infty} e^{-kz} \cos.\, z(x-y)\, dz\right] dy$$

$$= e^{-l_n k} \int_0^{\infty} e^{-hy} f(y)\, \frac{k \cos.\, l_n(x-y) - (x-y)\sin.\, l_n(x-y)}{k^2 + (x-y)^2}\, dy$$

$$+\ e^{-l_n k} \int_{-\infty}^{0} e^{hy} f(y)\, \frac{k \cos.\, l_n(x-y) - (x-y)\sin.\, l_n(x-y)}{k^2 + (x-y)^2}\, dy.$$

Or, k étant un nombre déterminé, on peut toujours prendre l_n assez

grand pour que $e^{-l_n k}$ soit moindre que toute limite assignable, de cette manière tout se réduit à prouver que l'expression

$$\int_0^\infty e^{-hy} f(y) \frac{k \cos. l_n (x-y) - (x-y) \sin. l_n (x-y)}{k^2 + (x-y)^2} dy$$
$$+ \int_\infty^0 e^{hy} f(y) \frac{k \cos. l_n (x-y) - (x-y) \sin. l_n (x-y)}{k^2 + (x-y)^2} dy$$

reste, quel que soit h, au-dessous d'une certaine limite. Cela a lieu évidemment pour les deux intégrales

$$\int_0^\infty e^{-hy} f(y) \frac{k \cos. l_n (x-y) - x \sin. l_n (x-y)}{k^2 + (x-y)^2} dy, \quad \int_\infty^0 e^{hy} f(y) \frac{k \cos. l_n (x-y) - x \sin. l_n (x-y)}{k^2 + (x-y)^2} dy,$$

de plus, à la somme

$$\int_0^\infty e^{-hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y)}{k^2 + (x-y)^2} dy + \int_\infty^0 e^{hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y)}{k^2 + (x-y)^2} dy$$

des deux autres intégrales, on peut substituer

$$\int_0^\infty e^{-hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y)}{k^2 + y^2} dy + \int_{-\infty}^0 e^{hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y) dy}{k^2 + y^2};$$

car la différence

$$\int_0^\infty e^{-hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y) (2xy - x^2)}{(k^2 + y^2)[k^2 + (x-y)^2]} dy + \int_{-\infty}^0 e^{hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y) (2xy - x^2)}{(k^2 + y^2)[k^2 + (x-y)^2]}$$

de ces deux sommes est finie, quel que soit h; ainsi occupons-nous seulement de l'expression

$$(e) \dots \int_0^\infty e^{-hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y)}{k^2 + y^2} dy + \int_\infty^0 e^{hy} f(y) \frac{y \sin. l_n (x-y)}{k^2 + y^2} dy.$$

15. Il sera démontré que cette dernière expression reste, pour toutes les valeurs de h, au-dessous d'une certaine limite, si l'on peut parvenir à faire voir qu'il existe un nombre fixe et déterminé que ne dépassent

jamais, en valeur absolue, les deux intégrales

$$\int_{o}^{m} e^{-hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy, \int_{-m}^{o} e^{hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy,$$

quels que soient h et m; et, par suite, les deux intégrales

$$\int_{m'}^{m} e^{-hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy, \int_{-m}^{-m'} e^{hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy,$$

quels que soient h, m et m'. En effet, ayant remarqué que, y variant de 0 à ∞, la fonction $\frac{y}{y^2+k^2}$ n'admet qu'un seul *maximum* égal à $\frac{1}{2k}$, pour $y=k$, on mettra l'expression (c) sous la forme

$$\frac{1}{2k}\int_{o}^{k} e^{-hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy - \int_{o}^{k} e^{-hy} f(y) \sin. l_n (x-y) \left(\frac{1}{2k} - \frac{y}{k^2+y^2}\right) dy$$
$$+ \int_{k}^{\infty} e^{-hy} f(y)\, \frac{y \sin. l_n (x-y)}{k^2+y^2}\, dy$$
$$-\frac{1}{2k}\int_{o}^{k} e^{-hy} f(-y) \sin. l_n (x+y)\, dy + \int_{o}^{k} e^{-hy} f(-y) \sin. l_n (x+y) \left(\frac{1}{2k} - \frac{y}{k^2+y^2}\right) dy$$
$$- \int_{k}^{\infty} e^{-hy} f(-y)\, \frac{y \sin. l_n (x+y)}{k^2+y^2}\, dy,$$

puis, on appliquera au second, troisième, cinquième et sixième terme de cette nouvelle somme, le lemme II de l'Introduction. Remarquons maintenant qu'à la place des deux intégrales

$$\int_{o}^{m} e^{-hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy, \int_{-m}^{o} e^{hy} f(y) \sin. l_n (x-y)\, dy,$$

nous pouvons considérer les suivantes

$$\int_{o}^{m} e^{-hy} f(y) \cos. l_n y dy, \int_{o}^{m} e^{-hy} f(y) \sin. l_n y dy,$$

$$\int_{-m}^{o} e^{hy} f(y) \cos. l_n y dy, \int_{-m}^{o} e^{hy} f(y) \sin. l_n y dy,$$

qui sont respectivement, et abstraction faite du signe, la partie réelle et le coefficient de $\sqrt{-1}$ des deux intégrales

$$\int_0^m e^{-(h+l_n\sqrt{-1})y} f(y)\,dy, \quad \int_{-m}^o e^{(h-l_n\sqrt{-1})y} f(y)\,dy.$$

Mais le calcul au moyen duquel on met les intégrales

$$\int_0^\infty e^{-hy} f(y)\,dy, \quad \int_\infty^o e^{hy} f(y)\,dy,$$

sous la forme

$$\frac{\psi(h)}{\varphi(h)}, \quad \frac{\psi(-h)}{\varphi(-h)},$$

peut servir, dans chaque cas particulier, à évaluer les intégrales

$$\int_o^m e^{-hy} f(y)\,dy, \quad \int_{-m}^o e^{hy} f(y)\,dy;$$

et on trouve ainsi deux fractions ayant encore $\varphi(h)$ et $\varphi(-h)$ pour dénominateurs respectifs, et dont les numérateurs restent toujours au-dessous d'une certaine limite, quelles que soient les valeurs de h et de m.

16. Posons donc

$$\int_o^m e^{-hy} f(y)\,dy = \frac{M}{\varphi(h)}, \quad \int_{-m}^o e^{hy} f(y)\,dy = \frac{N}{\varphi(-h)},$$

ou mieux

$$\int_o^m e^{-(h+l_n\sqrt{-1})y} f(y)\,dy = \frac{M}{\varphi(h+l_n\sqrt{-1})}, \quad \int_{-m}^o e^{(h-l_n\sqrt{-1})y} f(y)\,dy = \frac{N}{\varphi(-h+l_n\sqrt{-1})},$$

M et N étant des fonctions réelles ou imaginaires de h, l_n et m, et dont les modules ne peuvent jamais dépasser une certaine limite fixe. h étant très-petit et la fonction φ continue, les dénominateurs $\varphi(h+l_n\sqrt{-1})$ $\varphi(-h+l_n\sqrt{-1})$ des valeurs précédentes différeront très-peu de $\varphi(l_n\sqrt{-1})$; d'un autre côté, l_n qui jusqu'ici est un nombre quelconque

compris entre les deux racines consécutives ρ_{n-1} et ρ_n de l'équation (10), peut être supposé égal à la racine de l'équation dérivée $\varphi'(\rho\sqrt{-1}) = o$, qui est comprise entre ρ_{n-1} et ρ_n, racine pour laquelle $\varphi(\rho\sqrt{-1})$ devient *maximum* en valeur absolue; dans ce cas, $\varphi(l_n\sqrt{-1})$ ne peut jamais avoir une valeur nulle : ce nombre est même d'autant plus grand que l_n est plus grand, comme on le vérifie dans les cas particuliers. On voit par là qu'il sera toujours possible de fixer une limite indépendante de h et de m au-dessous de laquelle se trouveront toujours les modules des deux intégrales

$$\int_o^m e^{-(h+l_n\sqrt{-1})} f(y)\,dy, \quad \int_{-m}^o e^{(h-l_n\sqrt{-1})y} f(y)\,dy,$$

par suite, les quatre intégrales

$$\int_o^m e^{-hy}\cos. l_n y f(y)\,dy, \int_o^m e^{-hy}\sin. l_n y f(y)\,dy, \int_{-m}^o e^{hy}\cos. l_n y f(y)\,dy,$$
$$\int_{-m}^o e^{hy}\sin. l_n y f(y)\,dy,$$

et tout se trouve démontré. On éclaircira plus bas, sur un exemple important, tout ce que les généralités précédentes peuvent avoir d'un peu obscur. Quoi qu'il en soit, il reste rigoureusement établi que l'intégrale (a) a pour limite la série (c), lorsque h décroît indéfiniment. On démontrerait de même que la limite de l'intégrale

$$\frac{1}{2}\int_o^\infty e^{-kz} e^{-zx\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})}\right]dz$$

est

$$\pi\Sigma\frac{\psi(-\rho\sqrt{-1})}{\varphi'(-\rho\sqrt{-1})} e^{-k\rho} e^{-\rho x\sqrt{-1}},$$

la somme s'étendant à toutes les racines positives de l'équation (10) et le premier terme devant être réduit à moitié, si la racine qui lui correspond est zéro; d'après cela, l'égalité (9), ou plutôt sa limite devient

$$k\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2} = \pi\Sigma e^{-k\rho}\left[\frac{\psi(\rho\sqrt{-1})}{\varphi(\rho\sqrt{-1})} e^{\rho x\sqrt{-1}} + \frac{\psi(-\rho\sqrt{-1})}{\varphi(-\rho\sqrt{-1})} e^{-\rho x\sqrt{-1}}\right]$$

ou bien

$$k\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}=\pi\,\Sigma\,e^{-k\rho}\,(\mathrm{P}\cos.\rho x+\mathrm{Q}\sin.\rho x)$$

en posant pour simplifier

$$\frac{\psi(\rho\sqrt{-1})}{\varphi(\rho\sqrt{-1})}+\frac{\psi(-\rho\sqrt{-1})}{\varphi(-\rho\sqrt{-1})}=\mathrm{P},\quad \frac{\psi(\rho\sqrt{-1})}{\varphi(\rho\sqrt{-1})}-\frac{\psi(-\rho\sqrt{-1})}{\varphi(-\rho\sqrt{-1})}=\frac{\mathrm{Q}}{\sqrt{-1}}.$$

17. Jusqu'ici k a été considéré comme un nombre déterminé et invariable; faisons-le maintenant tendre vers zéro, le second membre de l'égalité précédente tendra vers

$$\pi\,\Sigma\,\mathrm{P}\,(\cos.\rho x+\mathrm{Q}\sin.\rho x)$$

(d'après le corollaire du théorème III de l'Introduction), puisque cette dernière série est convergente; quant au premier, je dis qu'il aura pour limite

$$\pi f(x),$$

ou plutôt

$$\frac{\pi}{2}\left[f(x+\varepsilon)+f(x-\varepsilon)\right],$$

ε étant un infiniment petit positif. En effet, soit ε un nombre déterminé et très-petit, assez petit pour que $f(y)$ qui peut être discontinu pour $y=x$, soit du moins continu, de $y=x$ à $y=x+\varepsilon$ et aussi de $y=x$ à $y=x-\varepsilon$, décomposons l'intégrale

$$k\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}$$

comme il suit :

$$k\int_{-\infty}^{x-\varepsilon}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}+k\int_{x-\varepsilon}^{x}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}+k\int_{x}^{x+\varepsilon}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}+k\int_{x+\varepsilon}^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2};$$

la première et la quatrième de ces nouvelles intégrales deviendront aussi petites qu'on voudra en prenant k suffisamment petit, et la seconde et la

quatrième pouvant s'écrire ainsi

$$f(y')\int_{x-\varepsilon}^{x}\frac{kdy}{k^2+(y-x)^2}=f(y')\,\text{arc. tg.}\frac{\varepsilon}{k}\ \text{et}\ f(y'')\int_{x}^{x+\varepsilon}\frac{kdy}{k^2+(y-x)^2}=f(y'')\,\text{arc. tg.}\frac{\varepsilon}{k}$$

y' étant un certain nombre compris entre $x-\varepsilon$ et x et y'' un nombre compris entre x et $x+\varepsilon$, différeront respectivement d'aussi peu qu'on voudra de

$$\frac{\pi}{2}f(y'),\ \text{et}\ \frac{\pi}{2}\,f(y''),$$

cela nous montre que la limite de l'intégrale

$$k\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(y)\,dy}{k^2+(y-x)^2}\,.$$

est

$$\frac{\pi}{2}\,[f(x+\varepsilon)+f(x-\varepsilon)],$$

ε étant un infiniment petit; par conséquent l'on a

$$\tfrac{1}{2}\,[\,f(x+\varepsilon)+f(x-\varepsilon)\,]=\Sigma\,(\text{P cos. }\rho x+\text{Q sin. }\rho x)$$

18. Telle est la formule qu'il s'agissait d'obtenir, et qui donne le développement de $f(x)$, ordonné suivant les sinus et cosinus des arcs obtenus en multipliant x par les racines réelles et positives de l'équation transcendante

$$\varphi\,(\rho\sqrt{-1})=o.$$

Dans cette formule les coefficients P et Q ont respectivement pour valeurs

$$\text{P}=\frac{\psi\,(\rho\sqrt{-1})}{\varphi\,(\rho\sqrt{-1})}+\frac{\psi\,(-\rho\sqrt{-1})}{\varphi\,(-\rho\sqrt{-1})},\ \ \text{Q}=\frac{1}{\sqrt{-1}}\left[\frac{\psi\,(\rho\sqrt{-1})}{\varphi\,(\rho\sqrt{-1})}-\frac{\psi\,(-\rho\sqrt{-1})}{\varphi\,(-\rho\sqrt{-1})}\right],$$

et les fonctions φ et ψ sont liées à la fonction proposée $f(x)$ par les deux conditions

$$\int_{o}^{\infty}e^{-hy}\,f(y)\,dy=\frac{\psi\,(h)}{\varphi\,(h)},\ \int_{o}^{-\infty}e^{hy}\,f(y)\,dy=\frac{\psi\,(-h)}{\varphi\,(-h)},$$

où h représente un nombre quelconque, dont la partie réelle est positive.

19. Nous allons faire une application de la théorie générale qui précède, et montrer que l'on peut toujours développer une fonction de x donnée arbitrairement entre les limites l' et l, en série convergente ordonnée suivant les sinus et cosinus des angles que l'on obtient en multipliant x par les racines de l'équation

$$\rho \cos. a\rho + (b - c\rho^2) \sin. a\rho = o,$$

où a représente la différence $l - l'$, et b et c des nombres positifs quelconques, pouvant devenir nuls ou infinis.

20. Pour définir la fonction $f(y)$ en dehors des limites l et l', j'assujettirai cette fonction aux deux conditions suivantes :

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad \beta f(l+y) + \frac{df(l+y)}{dy} + \beta f(l-y) - \frac{df(l-y)}{dy} = o.$$

$$(12) \quad \ldots\ldots \quad \beta' f(l'+y) - \frac{df(l'+y)}{dy} + \beta' f(l'-y) + \frac{df(l'-y)}{dy} = o.$$

ce qui exige que l'on ait

$$\beta f(y) + \frac{df(y)}{dy} = o \text{ pour } y = l, \quad \text{et } \beta' f(y) - \frac{df(y)}{dy} = o \text{ pour } y = l'.$$

Posons maintenant

$$\int_0^{\infty} e^{-hy} f(y)\, dy = p, \quad \int_0^{-\infty} e^{hy} f(y)\, dy = q,$$

d'où l'on conclut facilement,

$$\int_0^{\infty} e^{-hy} f(l+y)\, dy = e^{hl} \left(p - \int_0^{l} e^{-hy} f(y)\, dy \right)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-hy} f(l-y)\, dy = e^{-hl} \left(-q + \int_0^{l} e^{hy} \ f(y)\, dy \right);$$

mettons l'équation (11) sous la forme

$$e^{-\beta y}\, d\left[e^{\beta y} f(l+y) \right] = e^{\beta y}\, d\left[e^{-\beta y} f(l-y) \right].$$

multiplions ses deux membres par $e^{-hy}\,dy$, puis intégrons par parties, nous aurons

$$e^{-hy} f(l+y) + (h+\beta)\int e^{-hy} f(l+y)\,dy = \mathrm{C} + e^{-hy} f(l-y) + (h-\beta)\int e^{-hy} f(l-y)\,dy,$$

et, en supposant que l'intégration se fasse de o à l'∞,

$$(h+\beta)\int_o^\infty e^{-hy} f(l+y)\,dy = (h-\beta)\int_o^\infty e^{-hy} f(l-y)\,dy,$$

équation qui devient, en vertu des précédentes,

$$(h+\beta)\,e^{hl}\,p + (h-\beta)\,e^{-hl}\,q = (h+\beta)\,e^{hl}\int_o^l e^{-hy} f(y)\,dy + (h-\beta)\,e^{-hl}\int_o^l e^{hy} f(y)\,dy.$$

Par un procédé semblable, on déduira de l'équation (12) une autre relation entre p et q, qui, sans nouveaux calculs, peut se conclure de la précédente en changeant β en $-\beta'$ et l en l'; et l'on a

$$(h-\beta')\,e^{hl'}\,p + (h+\beta')\,e^{-hl'}\,q = (h-\beta')\,e^{hl'}\int_o^{l'} e^{-hy} f(y)\,dy + (h+\beta')\,e^{-hl'}\int_o^{l'} e^{hy} f(y)\,dy.$$

De ces deux dernières équations on tire

$$p = \frac{\psi(h)}{\varphi(h)}, \quad q = \frac{\psi(-h)}{\varphi(-h)},$$

en faisant pour abréger

$$(h+\beta)(h+\beta')\,e^{h(l-l')}\int_o^l e^{-hy} f(y)\,dy + (h-\beta)(h+\beta')\,e^{-h(l+l')}\int_o^l e^{hy} f(y)\,dy$$

$$+ (h-\beta)(h-\beta')\,e^{-h(l-l')}\int_o^{l'} e^{-hy} f(y)\,dy - (h-\beta)(h+\beta')\,e^{-h(l+l')}\int_o^{l'} e^{hy} f(y)\,dy = \psi(h),$$

$$(h+\beta)(h+\beta')\,e^{h(l-l')} - (h-\beta)(h-\beta')\,e^{-h(l-l')} = \varphi(h).$$

On peut conclure de là immédiatement, d'après la théorie générale exposée plus haut, que la fonction proposée $f(x)$, est développable en série convergente ordonnée suivant les sinus et cosinus des arcs que l'on obtient

en multipliant x par les racines de l'équation

$$\varphi(\rho\sqrt{-1}) = o,$$

qui devient ici, en faisant abstraction du facteur $2\sqrt{-1}$,

$$(\beta\beta' - \rho^2)\sin.(l-l')\rho + (\beta+\beta')\rho\cos.(l-l')\rho = o.$$

Quant aux coefficients des différents termes du développement, on les calculera aisément en remarquant que

$$\varphi'(\rho\sqrt{-1}) = [2(\beta+\beta') + 2(l-l')(\beta\beta'-\rho^2)]\cos.(l-l')\rho - 2\rho[2+(l-l')(\beta+\beta')]\sin.(l-l')\rho$$

et

$$\psi(\rho\sqrt{-1}) = [(\beta\beta'-\rho^2)\cos.(l-l')\rho - (\beta+\beta')\rho\sin.(l-l')\rho]\int_{l'}^{l} e^{-\rho y\sqrt{-1}} f(y)\,dy$$

$$-[\rho^2+\beta\beta'+(\beta-\beta')\rho\sqrt{-1}]\,[\cos.(l+l')\rho+\sqrt{-1}\sin.(l+l')\rho]\int_{l'}^{l} e^{\rho y\sqrt{-1}} f(y)\,dy;$$

mais nous n'entrerons pas dans le détail de ce calcul. Il vaut mieux montrer, sur le cas particulier qui nous occupe, comment on peut calculer les intégrales

$$\int_o^m e^{-hy} f(y)\,dy,\quad \int_o^{-m} e^{hy} f(y)\,dy,$$

nécessaires à un point important de la démonstration générale (nº 16).

21. Posons

$$\int_o^m e^{-hy} f(y)dy = p,\quad \int_o^{-m} e^{hy} f(y)\,dy = q,$$

d'où l'on tire

$$\int_o^m e^{-hy} f(l+y)\,dy = e^{hl}\,[\,p - \int_o^l e^{-hy} f(y)\,dy + \int_m^{l+m} e^{-hy} f(y)\,dy\,],$$

$$\int_o^m e^{-hy} f(l-y)\,dy = -\,e^{-hl}[q - \int_o^l e^{hy} f(y)\,dy + \int_{-m}^{-m+l} e^{hy} f(y)\,dy\,];$$

puis, reprenons l'égalité

$$e^{-hy} f(l+y) + (h+\beta)\int e^{-hy} f(l+y)\,dy = \mathrm{C} + e^{-hy} f(l-y) + (h-\beta)\int e^{-hy} f(l-y)\,dy,$$

et supposons-y l'intégration faite de o à m, il viendra

$$(h+\beta)\int_0^m e^{-hy} f(l+y)\,dy + e^{-hm} f(l+m) = (h-\beta)\int_0^m e^{-hy} f(l-y)\,dy + e^{-hm} f(l-m),$$

ou bien, en vertu des équations précédentes,

$$(h+\beta)\,e^{hl}\,p + (h-\beta)\,e^{-hl}\,q = (h+\beta)\,e^{hl}\int_0^l e^{-hy} f(y)\,dy + (h-\beta)\,e^{-hl}\int_0^l e^{hy} f(y)\,dy$$
$$-(h+\beta)\,e^{hl}\int_m^{l+m} e^{-hy} f(y)\,dy - (h-\beta)\,e^{-hl}\int_{-m}^{-m+l} e^{hy} f(y)\,dy + e^{-mh} f(l-m) - e^{-mh} f(l+m);$$

on a de même une équation analogue en l' et β',

$$(h-\beta')\,e^{hl'}\,p + (h+\beta')\,e^{-hl'}\,q = (h-\beta')\,e^{hl'}\int_0^{l'} e^{-hy} f(y)\,dy + (h+\beta')\,e^{-hl'}\int_0^{l'} e^{hy} f(y)\,dy$$
$$-(h-\beta')\,e^{hl'}\int_m^{l'+m} e^{-hy} f(y)\,dy - (h+\beta')\,e^{-hl'}\int_{-m}^{-m+l'} e^{hy} f(y)\,dy + e^{-mh} f(l'-m) - e^{-mh} f(l'+m).$$

Des deux dernières équations on déduit p et q. Or, sans faire le calcul, on voit sans peine que ces inconnues se présentent sous forme fractionnaire, et que le dénominateur commun est $\varphi(h)$; quant aux numérateurs, je dis qu'ils sont tous les deux finis : d'abord les quatre intégrales

$$\int_m^{l+m} e^{-hy} f(y)\,dy,\quad \int_{-m}^{-m+l} e^{hy} f(y)\,dy,\quad \int_m^{l'+m} e^{-hy} f(y)\,dy,\quad \int_{-m}^{-m+l'} e^{hy} f(y)\,dy,$$

sont finies; en effet, la différence des limites étant constante, il suffit, pour le prouver, de montrer que $f(y)$ reste fini, quelque soit y.

Posons pour cela

$$\frac{df(x)}{dx} + \beta f(x) = \varphi(x),\quad \frac{df(x)}{dx} - \beta f(x) = \psi(x);$$

ce qui exige que l'on ait, à cause des égalités (11) et (12) :

$$\varphi(l+y) + \varphi(l-y) = o,\quad \psi(l'+y) + \psi(l'-y) = o.$$

Remarquant que

$$\frac{df(x)}{dx} + \beta f(x) = e^{-\beta x}\, d\,[e^{\beta x} f(x)] \quad \text{et} \quad \frac{df(x)}{dx} - \beta' f(x) = e^{\beta' x}\, d\,[e^{\beta' x} f(x)],$$

on trouvera facilement,

$$f(x) = f(l')\, e^{-\beta(x-l')} + e^{-\beta x}\int_{l'}^{x} e^{\beta x} \varphi(x)\, dx, \quad f(x) = f(l)\, e^{-\beta'(l-x)} + e^{\beta' x}\int_{l}^{x} e^{-\beta' x} \psi(x)\, dx,$$

d'où

$$\psi(x) = \varphi(x) - (\beta + \beta')\, f(l')\, e^{-\beta(x-l')} - (\beta+\beta')\, e^{-\beta x}\int_{l'}^{x} e^{\beta x} \varphi(x)\, dx,$$

$$\varphi(x) = \psi(x) + (\beta + \beta')\, f(l)\, e^{-\beta'(l-x)} + (\beta+\beta')\, e^{\beta' x}\int_{l}^{x} e^{-\beta' x} \psi(x)\, dx.$$

Au moyen de ces deux relations et des deux égalités

$$\varphi(l + y) + \varphi(l - y) = o, \quad \psi(l' + y) + \psi(l' - y) = o,$$

on calcule aisément les deux fonctions φ et ψ pour toutes les valeurs de x, quand ces fonctions sont connues, pour les valeurs de x, de l' à l; et l'on reconnaît que ces fonctions sont toujours finies. Ayant démontré que $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ sont toujours finies, on voit qu'il en est de même de la fonction $f(x)$, au moyen de la relation qui donne $f(x)$ en fonction de $\varphi(x)$, si l'on considère une valeur positive de x, et au moyen de la relation qui donne $f(x)$ en fonction de $\psi(x)$, si l'on considère une valeur négative; cela étant, les numérateurs des valeurs de p et q sont composés d'une somme de termes finis, et par conséquent, sont finis, quels que soient d'ailleurs h et m (voyez une note à la fin du mémoire).

22. Nous avions dit aussi que les valeurs de $\varphi(\rho\sqrt{-1})$ correspondantes aux racines réelles de l'équation $\varphi'(\rho\sqrt{-1}) = o$, allaient en augmentant avec ρ, et finissaient par devenir aussi grandes qu'on le voulait; cette seconde propriété est facile à vérifier : en effet, on a pour les valeurs de ρ dont il s'agit

$$\varphi(\rho\sqrt{-1}) = \frac{(\beta\beta'-\rho^2)\,[(\beta+\beta') + (l-l')(\beta\beta'-\rho^2)] + (\beta+\beta')\,\rho^2\,[2 + (l-l')(\beta+\beta')]}{\sqrt{[(\beta+\beta') + (l-l')(\beta\beta'-\rho^2)]^2 + \rho^2\,[2 + (l-l')(\beta+\beta')]^2}},$$

et l'on voit bien que lorsque ρ est suffisamment grand, $\varphi(\rho\sqrt{-1})$ est aussi grand qu'on le veut.

§ III.

DÉVELOPPEMENT DES FONCTIONS OU PARTIES DE FONCTIONS, EN SÉRIES DONT LES DIFFÉRENTS TERMES SONT ASSUJETTIS A SATISFAIRE A UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DU SECOND ORDRE, CONTENANT UN PARAMÈTRE VARIABLE.

1. Nous avons vu, dans le paragraphe précédent, qu'il existait deux méthodes générales pour résoudre les questions relatives au mouvement de la chaleur dans les corps solides, conduisant l'une et l'autre à l'expression de la température sous forme de série. L'une de ces méthodes est celle que Poisson a employée dans le 19me cahier du *Journal de l'École polytechnique*. Elle consiste à partir directement de l'intégrale générale, sous forme finie, de l'équation aux différentielles partielles qui se rapporte au problème considéré. La fonction arbitraire renfermée dans cette intégrale représente, dans le cas les plus simples, la température initiale des points du corps; dans des cas plus compliqués, elle dépend seulement de cette température, de manière qu'elle est toujours déterminée pour tous les points du corps, et, au contraire, entièrement arbitraire pour tous les autres points. Cette indétermination d'une partie de la fonction arbitraire contenue dans l'expression générale de la température, permet de satisfaire aux conditions qui se rapportent aux limites du corps, et on trouve, en exprimant ces conditions, des équations dont la résolution conduit à une définition complète de la fonction arbitraire; mais, sans résoudre ces équations on peut, plus simplement, par l'emploi d'un artifice très-ingénieux, éliminer de l'intégrale la partie inconnue de la fonction arbitraire; on arrive ainsi à n'avoir plus dans l'intégrale que la partie de cette fonction qui est immédiatement donnée par la question, et le résultat est une série d'exponentielles dont les exposants essentiellement négatifs contiennent le temps comme facteur et dont les coefficients sont indépendants du temps.

2. Nous nous sommes occupé dans le paragraphe précédent de cette méthode, et nous avons montré que l'artifice sur lequel elle repose, fournit une démonstration rigoureuse du développement des fonctions en

séries de sinus et cosinus; nous donnerons plus bas une autre application de la même méthode : mais on doit remarquer que le parti qu'on peut en retirer pour le développement des fonctions, doit être nécessairement très-borné, car elle suppose que l'on connaisse l'intégrale générale de l'équation aux différentielles partielles du problème, et cela n'a presque jamais lieu.

3. La seconde méthode est beaucoup plus féconde. Elle consiste à représenter immédiatement la température à un instant et à un point quelconques, par une série d'exponentielles dont les exposants sont proportionnels au temps et dont les coefficients sont indépendants du temps. On exprime que cette valeur de la température satisfait à l'équation aux différentielles partielles du problème, et aux équations relatives aux limites, on parvient ainsi sans difficulté à déterminer les exposants et une partie des coefficients de la série; enfin, on dispose des coefficients restants, de façon que la série représente les températures initiales. Appliquons cette méthode à un exemple. Supposons qu'il s'agisse de trouver les lois du mouvement de la chaleur dans une barre hétérogène d'une très-petite épaisseur et placée dans un milieu entretenu à 0°, l'équation du problème sera

$$g\frac{du}{dt}=\frac{d\left(k\frac{du}{dx}\right)}{dx}-lu,$$

g, k, l, qui représentent respectivement la chaleur spécifique, la conductibilité intérieure et le pouvoir émissif, étant des fonctions de x; de plus, on aura les deux conditions relatives aux limites x_0 et X :

$$\frac{du}{dx}-hu=o \text{ pour } x=x_0, \text{ et } \frac{du}{dx}+\text{H}u=o \text{ pour } x=\text{X};$$

enfin, on devra avoir

$$u=f(x) \quad \text{pour } t=o,$$

$f(x)$ étant une fonction arbitraire, satisfaisant pourtant aux deux conditions

$$\frac{df(x)}{dx}-hf(x)=o \text{ pour } x=x_0 \text{ et } \frac{df(x)}{dx}+\text{H}f(x)=o \text{ pour } x=\text{X}.$$

Pour former u, nous poserons $u = Ve^{-rt}$, r étant une constante et V une fonction de x seulement; substituant cette valeur dans les équations (1) (2) et (3), il viendra

$$(5) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad d\left(k\frac{dV}{dx}\right) + (gr - l)\,V = o$$

pour toutes les valeurs de x,

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad k\frac{dV}{dx} - hV = o \text{ pour } x = x_o,$$

$$(7) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad k\frac{dV}{dx} + HV = o \text{ pour } x = X.$$

Des équations (5) et (6) on tire V, seulement comme l'équation (6) ne fait connaître que l'une des quantités V, $\frac{dV}{dx}$ pour $x = x_o$, il faut se donner arbitrairement l'autre de ces quantités pour que V soit entièrement déterminé. Substituant V dans l'équation (7), on trouve une équation en r seulement. Appelons cette équation

$$F(r) = o.$$

4. On démontre (voyez la *Théorie de la chaleur* de Poisson et les deux célèbres mémoires de M. Sturm, insérés dans le tome Ier du *Journal de M. Liouville*, pag. 106 et 373) que les racines de l'équation $F(r) = o$ sont en nombre infini, toutes réelles et inégales, la plus petite de ces racines pouvant être nulle, mais toutes les autres étant plus grandes que o; soient $r_1, r_2, r_3, \ldots r_m, \ldots$ ces racines rangées par ordre de grandeur croissante, et représentons par $V_1(x)$, $V_2(x)$, $V_3(x)$, ..., $V_m(x)$, ... les diverses valeurs que prend la fonction $V(x)$, lorsqu'on y pose successivement $r = r_1$, $r = r_2$, $r = r_3$, ... $r = r_m$ .... Il est clair que chacune des expressions

$$C_1 V_1 e^{-r_1 t},\ C_2 V_2 e^{-r_2 t},\ C_3 V_3 e^{-r_3 t},\ \ldots\ldots\ C_m V_m e^{-r_m t},\ \ldots\ldots$$

ou $C_1, C_2, C_3, \ldots C_m, \ldots$ sont des constantes quelconques, et par suite la somme de ces expressions, satisfait aux équations (1), (2) et (3); il ne s'agit donc plus que de déterminer les constantes $C_1, C_2, C_3, \ldots C_m, \ldots$, de telle

sorte que l'équation (4) soit satisfaite, ou que l'on ait

$$f(x) = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 + \ldots\ldots + C_m V_m + \ldots\ldots$$

5. Or, admettant cette égalité, multiplions-en les deux membres par $gV_m dx$, et intégrons de x_o à X, il viendra

$$\int_{x_o}^{X} gV_m f(x)\,dx = C_m \int_{x_o}^{X} gV_m^2\,dx, \quad \text{d'où } C_m = \frac{\int_{x_o}^{X} gV_m f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_m^2\,dx},$$

car, ainsi qu'on le démontre aisément, au moyen des équations (5), (6) et (7), on a

$$\int_{x_o}^{X} gV_m V_n\,dx = o$$

toutes les fois que les deux entiers m et n sont différents.

L'égalité ci-dessus deviendra donc

$$f(x) = \Sigma_{n=1}^{n=\infty} \frac{V_n \int_{x_o}^{X} gV_n f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_n^2\,dx};$$

on aura aussi

$$u = \Sigma_{n=1}^{n=\infty} \frac{V_n e^{-r_n t} \int_{x_o}^{X} gV_n f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_n^2\,dx}.$$

6. On voit que l'on est conduit à développer la fonction $f(x)$ donnée arbitrairement entre les deux limites x_o et X en série ordonnée suivant les fonctions V_m; toutefois le raisonnement par lequel nous avons établi ce développement n'est pas rigoureux; en effet, il prouve seulement qu'en admettant la possibilité de développer $f(x)$ en série de la forme

$$C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 + \ldots + C_mV_m + \ldots,$$

on a nécessairement

$$C_m = \frac{\int_{x_o}^{X} gV_m f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_m^2\,dx};$$

il faut donc encore démontrer la convergence de la série

$$(a). \quad \ldots\ldots\ldots \quad \Sigma_{n=1}^{n=\infty} \frac{V_n \int_{x_0}^{X} g V_n f(x)\, dx}{\int_{x_0}^{X} g V_n^2\, dx},$$

et faire voir que la somme de cette série est $f(x)$. M. Liouville s'est occupé avec succès de cette double question ; il a démontré rigoureusement et d'une manière générale la convergence de la série (a), dans deux beaux mémoires insérés dans le tome II du *Journal de mathématiques*, pag. 16 et 418. Sa démonstration consiste à calculer V_n pour de très-grandes valeurs de n, et à faire voir que les termes de (a) coïncident alors sensiblement avec les termes d'une série ordonnée suivant les sinus et cosinus des multiples entiers d'un arc proportionnel à x. Antérieurement M. Liouville avait donné, dans le tome I[er], pag. 253 du même journal, une démonstration ou plutôt une méthode fort simple et fort élégante pour établir que la série (a) supposée convergente, ne pouvait avoir pour somme que $f(x)$. Voici cette démonstration.

7. On s'appuie sur un beau théorème dû à M. Sturm, d'après lequel l'équation

$$C_n V_n + C_{n+1} V_{n+1} + \ldots\ldots + C_{n+m} V_{n+m} = o,$$

où C_n, C_{n+1}, ... C_{n+m} sont des constantes, ne saurait avoir ni plus de $n+m-1$ racines, ni moins de $m-1$, entre les limites x_0 et X; et on en déduit d'abord l'existence d'une équation de la forme,

$$C_1 V_1 + C_2 V_2 + \ldots\ldots + C_n V_n + C_{n+1} V_{n+1} = o,$$

ayant entre x_0 et X. n nombres donnés a, b, c, ... pour racines. Pour cela on pose

$$\begin{aligned} V_1(a)\, V_2(x) - V_2(a)\, V_1(x) &= P_2(x) \\ V_1(a)\, V_3(x) - V_3(a)\, V_1(x) &= P_3(x) \\ &\vdots \\ V_1(a)\, V_m(x) - V_m(a)\, V_1(x) &= P_m(x) \\ &\vdots \end{aligned}$$

puis

$$\begin{aligned} P_2(b)\,P_3(x) &- P_3(b)\,P_2(x) = Q_3(x)\\ P_2(b)\,P_4(x) &- P_4(b)\,P_2(x) = Q_4(x)\\ &\vdots\\ P_2(b)\,P_m(x) &- P_m(b)\,P_2(x) = Q_m(x)\\ &\vdots \end{aligned}$$

puis encore,

$$\begin{aligned} Q_3(c)\,Q_4(x) &- Q_4(c)\,Q_3(x) = R_4(x)\\ Q_3(c)\,Q_5(x) &- Q_5(c)\,Q_3(x) = R_5(x)\\ &\vdots\\ Q_3(c)\,Q_m(x) &- Q_m(c)\,Q_3(x) = R_m(x)\\ &\vdots \end{aligned}$$

et ainsi de suite; l'équation $P_2(x)=o$, qui est de la forme $A_1V_1(x)+A_2V_2(x)=o$, a pour racine, entre x_o et X, le nombre a et ce nombre seulement; l'équation $Q_3(x)=o$, qui est de la forme $A_1V_1(x)+A_2V_2(x)+A_3V_3(x)=o$, a pour racines, entre x_o et X, les deux nombres a et b et ces deux nombres seulement; l'équation $R_4(x)=o$, qui est de la forme

$$A_1V_1(x)+A_2V_2(x)+A_3V_3(x)+A_4V_4(x)=o,$$

a pour racines, entre x_o et X, les trois nombres a, b, c et ces trois nombres seulement; et ainsi de suite.

8. Ceci posé, appelons $\varphi(x)$ la somme de la série (a), multiplions par $gV_m dx$ les deux membres de l'égalité

$$\varphi(x)=\frac{V_1(x)\int_{x_o}^{X} gV_1(x)f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_1(x)^2\,dx}+\frac{V_2(x)\int_{x_o}^{X} gV_2(x)f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_2(x)^2\,dx}+\ldots+\frac{V_m(x)\int_{x_o}^{X} gV_m(x)f(x)\,dx}{\int_{x_o}^{X} gV_m(x)^2\,dx}+\ldots$$

et intégrons de x_o à X, il viendra, en remarquant que tous les termes disparaissent, à l'exception d'un seul :

$$\int_{x_o}^{X} gV_m\,\varphi(x)\,dx=\int_{x_o}^{X} gV_m\,f(x)\,dx,$$

ou mieux

$$\int_{x_o}^{X} gV_m\,[\varphi(x)-f(x)]\,dx=o.$$

Dans cette égalité m est un entier positif quelconque, on peut donc le

supposer successivement égal à 1, 2, 3, ... m; multipliant les égalités ainsi obtenues, respectivement par des constantes A_1, A_2, ... A_m, et ajoutant, il viendra

$$(8) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \int_{x_0}^{X} g\mathrm{Y}\,[\varphi(x) - f(x)]\,dx = o,$$

en posant pour simplifier

$$\mathrm{Y} = A_1V_1 + A_2V_2 + \ldots. + A_mV_m.$$

Je dis maintenant que l'égalité (8) ne peut exister, à moins que la différence $\varphi(x) - f(x)$ ne soit identiquement nulle de x_0 à X. En effet, supposons le contraire, et appelons a, b, c, ... l les valeurs de x comprises entre x_0 et X pour lesquelles $\varphi(x) - f(x)$ s'annule et change de signe. Choisissons Y de façon que l'équation $\mathrm{Y} = o$ ait entre x_0 et X les mêmes racines a, b, c, ... l et point d'autres; dans ce cas, Y et $\varphi(x) - f(x)$ changeront de signe en même temps, et comme g est positif, l'élément $g\mathrm{Y}\,[\varphi(x) - f(x)]\,dx$ aura toujours le même signe entre x_0 et X, donc l'intégrale

$$\int_{x_0}^{X} g\mathrm{Y}\,[\varphi(x) - f(x)]\,dx$$

ne pourra être nulle.

9. Cette démonstration est, comme l'on voit, extrêmement simple, malheureusement elle n'est pas, je le crois du moins, entièrement rigoureuse; elle repose sur ce que l'équation $\varphi(x) - f(x) = o$ ne peut admettre entre x_0 et X qu'un nombre fini de racines, si l'on n'a pas identiquement $\varphi(x) = f(x)$; or, on sait qu'il existe des fonctions qui, sans être nulles, admettent dans un intervalle très-petit autant de racines qu'on le veut, par exemple, la fonction sin. $\frac{1}{x-a}$ admet dans le voisinage de a un nombre infini de racines. Ainsi, malgré le travail, très-important d'ailleurs de M. Liouville, la méthode basée sur la considération des intégrales particulières par laquelle on établit le plus ordinairement les développements des fonctions, laisse à désirer du côté de la rigueur, et si l'on veut être entièrement rigoureux, on est obligé de revenir au procédé de Poisson qui, quoique d'une application plus restreinte, peut du moins être mis à

l'abri de toute objection, comme nous l'avons montré plus haut, en considérant les séries de sinus et cosinus.

10. Nous terminerons ce paragraphe, en faisant voir que le procédé de Poisson peut servir à établir les séries que l'on rencontre dans la question du mouvement de la chaleur pour une sphère primitivement échauffée d'une manière quelconque. Ici les équations (5), (6), (7), sont remplacées par

$$(5') \ldots \frac{d^2V}{dx^2} + \left(r^2 - \frac{n(n+1)}{x^2}\right)V = o,$$

$$(6') \ldots V = o \quad \text{pour } x = o,$$

$$(7') \ldots \frac{dV}{dx} + \left(b - \frac{1}{l}\right)V = o \quad \text{pour } x = l,$$

et l'on a mis aussi, pour plus de simplicité, r^2 à la place de r. Les équations (5′) et (6′) donnent pour V

$$(9) \ldots V = x^{n+1}\int_o^\pi \cos.(rx\cos.\omega)\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega,$$

de manière qu'en substituant dans (7′), il vient pour l'équation $F(r) = o$,

$$(10) \ldots \int_o^\pi [(bl+n)\cos.(rl\cos.\omega) - rl\cos.\omega\sin.(rl\cos.\omega)]\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega = o.$$

Appelons r_1, r_2, r_2, ... les racines de l'équation (10) et soient V_1, V_2, V_3, ... les différentes valeurs que prend la valeur de V déduite de l'équation (9), lorsqu'on y pose successivement $r = r_1$, $r = r_2$, ..., il s'agira de démontrer que toute fonction de x donnée arbitrairement de o à l, mais satisfaisant à certaines égalités relatives aux limites, est développable en série convergente de la forme

$$C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 + \ldots..$$

11. Or, la fonction $f(x)$ n'étant connue que, pour les valeurs de x, de o à l,

assujettissons-la à la condition

$$(11). \quad \int_o^{\pi} \left[\left(\frac{df(x+l\cos.\omega)}{dx} - \frac{df(-x+l\cos.\omega)}{dx} \right) \cos.\omega + \left(b + \frac{n}{l} \right) [f(x+l\cos.\omega) + f(-x+l\cos.\omega)] \right] \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega = o,$$

ce qui complète sa définition. (On sait que la condition précédente se déduit de l'intégrale générale de l'équation aux différentielles partielles du problème qui nous occupe).

Considérons, maintenant, l'égalité

$$\int_o^{\infty} e^{-hy} \Big[f(y) + f(-y) \Big] \Big[\int_o^{\infty} \mathrm{V} e^{-kz} \cos. zy dz \Big] dy$$
$$= \int_o^{\infty} \mathrm{V} e^{-kz} \Big[\int_o^{\infty} e^{-hy} \cos. zy \, [f(y) + f(-y)] \, dy \Big] dz$$

dans laquelle V représente ce que devient la valeur fournie par l'équation (9), lorsqu'on y remplace r par z. On peut, en laissant momentanément de côté le facteur x^{n+1} dans V, la mettre sous la forme suivante :

$$(12). \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{k}{2} \int_o^{\pi} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega \int_o^{\infty} \frac{e^{-hy}[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y+x\cos.\omega)^2} \\ & + \frac{k}{2} \int_o^{\pi} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega \int_o^{\infty} \frac{e^{-hy}[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2} \\ & = \int_o^{\infty} \mathrm{V} e^{-kz} \Big[\int_o^{\infty} e^{-hy} \cos. zy \, [f(y) + f(-y)] \, dy \Big] dz, \end{aligned} \right.$$

car, on a alors

$$\int_o^{\infty} \mathrm{V} e^{-kz} \cos. zy dz = \frac{1}{2} \int_o^{\pi} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega \int_o^{\infty} e^{-kz} \cos. z\,(y+x\cos.\omega) dz$$
$$+ \frac{1}{2} \int_o^{\pi} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega \int_0^{\infty} e^{-kz} \cos. z\,(y-x\cos.\omega) dz$$
$$= \frac{k}{2} \int_o^{\pi} \frac{\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega}{k^2+(y+x\cos.\omega)^2} + \frac{k}{2} \int_o^{\pi} \frac{\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2}.$$

Posons

$$\int_o^{\infty} e^{-hy} f(y)\, dy = p, \quad \int_o^{\infty} e^{-hy} f(-y)\, dy = q,$$

il en résultera

$$\int_o^\infty e^{-hy} f(y+l\cos.\omega)\, d\omega = e^{hl\cos.\omega}\left(p - \int_o^{l\cos.\omega} e^{-hy} f(y)\, dy\right)$$

$$\int_o^\infty e^{-hy} f(-y+l\cos.\omega)\, d\omega = e^{-hl\cos.\omega}\left(q + \int_o^{l\cos.\omega} e^{hy} f(y)\, dy\right)$$

et, en mettant y cos. ω à la place de y dans les seconds membres de ces équations, nous aurons

$$\int_o^\infty e^{-hy} f(y+l\cos.\omega)\, d\omega = e^{hl\cos.\omega}\left(p - \cos.\omega \int_o^l e^{-hy\cos.\omega} f(y\cos.\omega)\, dy\right)$$

$$\int_o^\infty e^{-hy} f(-y+l\cos.\omega)\, d\omega = e^{-hl\cos.\omega}\left(q + \cos.\omega \int_o^l e^{hy\cos.\omega} f(y\cos.\omega)\, dy\right).$$

Intégrant par parties, on aura aussi

$$\int_o^\infty e^{-hy} \frac{df(y+l\cos.\omega)}{dy}\, dy = -f(l\cos.\omega) + h\int_o^\infty e^{-hy} f(y+l\cos.\omega)\, dy$$

$$\int_o^\infty e^{-hy} \frac{df(-y+l\cos.\omega)}{dy}\, dy = -f(l\cos.\omega) + h\int_o^\infty e^{-hy} f(-y+l\cos.\omega)\, dy$$

et, par conséquent,

$$\int_o^\infty e^{-hy} \frac{d\,[f(y+l\cos.\omega) - f(-y+l\cos.\omega)]}{dy}\, dy = h\left(pe^{hl\cos.\omega} - qe^{-hl\cos.\omega}\right)$$

$$- h\cos.\omega\left[e^{hl\cos.\omega}\int_o^l e^{-hy\cos.\omega} f(y\cos.\omega)\, dy + e^{-hl\cos.\omega}\int_o^l e^{hy\cos.\omega} f(y\cos.\omega)\, dy\right].$$

Si donc on multiplie l'équation (11) par $e^{-hy}dy$, et qu'on intègre ensuite depuis $y=o$ jusqu'à $y=\infty$, on aura

$$p\int_o^\pi \left(b+\frac{n}{l}+h\cos.\omega\right)e^{hl\cos.\omega}\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega + q\int_o^\pi \left(b+\frac{n}{l}-h\cos.\omega\right)e^{-hl\cos.\omega}\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega$$

$$= \int_o^\pi \left\{\left[\left(b+\frac{n}{l}\right)\cos.\omega + h\cos.^2\omega\right]e^{hl\cos.\omega}\int_o^l e^{-hy\cos.\omega} f(y\cos.\omega)\, dy\right\}\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega$$

$$- \int_o^\pi \left\{\left[\left(b+\frac{n}{l}\right)\cos.\omega - h\cos.^2\omega\right]e^{-hl\cos.\omega}\int_o^l e^{hy\cos.\omega} f(y\cos.\omega)\, dy\right\}\sin.^{2n+1}\omega\, d\omega.$$

Mais, en mettant $\pi - \omega'$ à la place de ω, dans la seconde intégrale du premier membre, on a

$$\int_{\pi}^{\pi} \left(b + \frac{n}{l} - h\cos.\omega\right) e^{-hl\cos.\omega} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega = \int_{o}^{\pi} \left(b + \frac{n}{l} + h\cos.\omega'\right) e^{hl\cos.\omega'} \sin.^{2n+1}\omega'\, d\omega',$$

et si l'on fait subir le même changement à la seconde intégrale du second membre, l'équation précédente devient

$$(p+q)\int_{o}^{\pi} \left(b + \frac{n}{l} + h\cos.\omega\right) e^{hl\cos.\omega} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega =$$

$$\int_{o}^{\pi} \left\{ \left(b + \frac{n}{l} + h\cos.\omega\right) e^{hl\cos.\omega} \int_{o}^{l} e^{-hy\cos\omega} \Big[f(y\cos.\omega) + f(-y\cos.\omega) \Big] dy \right\} \sin.^{2n+1}\omega\cos.\omega\, d\omega,$$

en rétablissant ω' à la place de ω; on déduit de là

$$p + q = \frac{\psi(h)}{\varphi(h)},$$

en faisant, pour abréger,

$$\int_{o}^{\pi} \left(b + \frac{n}{l} + h\cos.\omega\right) e^{hl\cos.\omega} \sin.^{2n+1}\omega\, d\omega = \varphi(h)$$

$$\int_{o}^{\pi} \left\{ \left(b + \frac{n}{l} + h\cos.\omega\right) e^{hl\cos.\omega} \int_{o}^{l} e^{-hy\cos.\omega} \Big[f(y\cos.\omega) + f(-y\cos.\omega) \Big] dy \right\} \sin.^{2n+1}\omega\cos.\omega\, d\omega = \psi(h);$$

d'ailleurs par le changement de ω en $\pi - \omega'$ dont nous venons de faire usage, il est aisé de reconnaître que ces deux fonctions de h sont telles que l'on a

$$\varphi(h) = \varphi(-h), \quad \psi(h) = -\psi(-h).$$

12. Ceci posé, on trouve non-seulement

$$\int_{o}^{\infty} e^{-hy} e^{-zy\sqrt{-1}} \left[f(y) + f(-y) \right] dy = \frac{\psi(h + z\sqrt{-1})}{\varphi(h + z\sqrt{-1})},$$

mais encore

$$\int_{o}^{\infty} e^{-hy} e^{zy\sqrt{-1}} \left[f(y) + f(-y) \right] dy = -\frac{\psi(-h + z\sqrt{-1})}{\varphi(-h + z\sqrt{-1})}$$

d'où l'on tire

$$\int_0^\infty e^{-hy}[f(y)+f(-y)]\cos. zydy = \frac{1}{2}\,\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{1}{2}\,\frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})},$$

et alors l'égalité (12) peut s'écrire ainsi :

$$\frac{k}{2}\int_0^\pi \sin.^{2n+1}\omega d\omega \int_0^\infty e^{-hy}\frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y+x\cos.\omega)^2} + \frac{k}{2}\int_0^\pi \sin.^{2n+1}\omega d\omega \int_0^\infty e^{-hy}\frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2}$$
$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty \mathrm{V}e^{-kz}\left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})}\right]dz.$$

13. Supposant maintenant k invariable, faisons tendre h vers zéro dans l'égalité précédente, les deux intégrales

$$\int_0^\infty \frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y+x\cos.\omega)^2},\quad \int_0^\infty \frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2},$$

étant finies et déterminées, le premier membre tendra vers

$$\frac{k}{2}\int_0^\pi \sin.^{2n+1}\omega d\omega \int_0^\infty \frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y+x\cos.\omega)^2} + \frac{k}{2}\int_0^\pi \sin.^{2n+1}\omega d\omega \int_0^\infty \frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2}$$
$$= \frac{k}{2}\int_0^\pi \sin.^{2n+1}\omega d\omega \int_{-\infty}^\infty \frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2},$$

d'après le corollaire du théorème VII de l'Introduction. Quant au second membre, il tendra vers la série

$$\pi\Sigma\,\mathrm{V}e^{-kz}\,\frac{\psi(z\sqrt{-1})}{\varphi'(z\sqrt{-1})},$$

où la somme s'étend aux valeurs que l'on obtient en remplaçant z par les racines positives de l'équation $\varphi(z\sqrt{-1}) = o$.

Pour établir, en toute rigueur ce point très-important de la démonstration, il faudra suivre la marche qui a été indiquée pour un cas analogue dans le paragraphe précédent. Ainsi l'on peut poser

$$\frac{k}{2}\int_0^\pi \sin.^{2n+1}\omega d\omega \int_o^\infty \frac{[f(y)+f(-y)]dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2} = \pi\Sigma\,\mathrm{V}e^{-kz}\,\frac{\psi(z\sqrt{-1})}{\varphi'(z\sqrt{-1})}.$$

Faisant encore tendre k vers zéro, rétablissant dans V le facteur x^{n+1} et remarquant que la limite de l'inégrale

$$k\int_{-x}^{x} \frac{[f(y)+f(-y)]\,dy}{k^2+(y-x\cos.\omega)^2}$$

est

$$\pi f_1(x\cos.\omega), \text{ en posant } f(y)+f(-y)=f_1(y),$$

ou bien

$$\frac{\pi}{2}[f_1(x\cos.\omega+\varepsilon)+f_1(x\cos.\omega-\varepsilon)],$$

ε étant infiniment petit, quand $f(x)$ est discontinu; il vient enfin

$$x^{n+1}\int_0^{\pi} f_1(x\cos.\omega)\sin.^{2n+1}\omega d\omega = \Sigma\, \mathrm{V}e^{-kz}\frac{\psi(z\sqrt{-1})}{\varphi'(z\sqrt{-1})};$$

d'où l'on peut conclure que la fonction de x, représentée par

$$x^{n+1}\int_0^{\pi} f_1(x\cos.\omega)\sin.^{2n+1}\omega d\omega,$$

est développable en série convergente, dont les termes sont proportionnels aux valeurs que prend V, quand on y remplace z par les racines de l'équation $\varphi(z\sqrt{-1})=o$, ou de l'équation (10), car on peut remarquer que ces deux équations coïncident.

On voit que le résultat relatif à la possibilité du développement en série suivant les fonctions V, porte sur la fonction

$$x^{n+1}\int_0^{\pi} f_1(x\cos.\omega)\sin.^{2n+1}\omega d\omega,$$

et non pas sur la fonction $f(x)$ que nous nous étions donnée; mais comme l'intégrale

$$x^{n+1}\int_0^{\pi} f_1(x\cos.\omega)\sin.^{2n+1}\omega d\omega$$

représente une fonction de x tout à fait arbitaire [voyez un mémoire de M. Liouville, inséré dans le 24me cahier du *Journal de l'École polytechnique*, page 55, et dans lequel on trouve la valeur de la fonction f_1 qui satisfait à l'équation

$$F(x) = x^{n+1}\int_0^{\pi} f_1(x\cos.\omega)\sin.^{2n+1}\omega d\omega],$$

il n'en reste pas moins démontré, comme nous nous étions proposé de le faire, qu'il est toujours possible de développer une fonction de x, donnée arbitrairement entre les limites o et l, en série de la forme

$$C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 + \ldots\ldots$$

V_1, V_2, V_3, ... étant les valeurs que prend successivement la fonction

$$x^{n+1} \int_0^{\pi} \cos.\,(rx \cos.\,\omega) \sin.^{2n+1} \omega d\omega,$$

lorsqu'on y remplace x par les différentes racines positives de l'équation (10).

Quant à la détermination des coefficients, on peut y parvenir soit par la méthode directe indiquée au commencement de ce paragraphe, ou bien encore la déduire des considérations précédentes.

§ IV.

DU DÉVELOPPEMENT DES FONCTIONS EN SÉRIES ORDONNÉES SUIVANT LES FONCTIONS Y_n.

Nous allons, dans ce quatrième paragraphe, donner une démonstration nouvelle et assez simple de la convergence des séries ordonnées suivant les fonctions Y_n, et qui servent à représenter entre certaines limites des fonctions arbitraires de deux angles θ et φ. On sait que les fonctions Y_n introduites dans l'analyse par Legendre, sont d'un très-grand secours dans plusieurs théories importantes, en particulier dans la théorie de l'attraction des sphéroïdes et dans celle de la figure des planètes; parmi les nombreuses propriétés dont jouissent ces fonctions, une des plus remarquables consiste en ce que toute fonction des deux angles θ et φ, donnée arbitrairement entre les limites $\theta = o$ et $\theta = \pi$, $\varphi = o$ et $\varphi = 2\pi$, et assujettie à la seule condition de ne pas devenir infinie entre ces limites, peut toujours être développée en série convergente ordonnée suivant les fonctions Y_n. C'est à Laplace que l'on doit cette importante proposition; il y

avait été conduit par des considérations indirectes et qui, de son propre aveu, sont insuffisantes; plus tard Poisson, qui s'était servi du résultat de Laplace, dans plusieurs problèmes de mécanique et de physique mathématique a cherché à l'établir rigoureusement. On peut voir dans le 19me cahier du *Journal de l'École polytechnique*, dans les additions à la *Connaissance des temps*, pour les années 1829 et 1831, et enfin dans la *Théorie mathématique de la chaleur*, page 212, la démonstration de cet illustre analyste. Cette démonstration suppose, comme on le reconnaît aisément, la fonction $f(\theta, \varphi)$ qu'il s'agit de développer, et ses deux dérivées premières par rapport à θ et à φ, continues par rapport à θ et à φ, conditions qui peuvent ne pas être satisfaites, même pour des cas très-simples; la démonstration de Poisson est donc incomplète. Depuis, M. Lejeune Diriklet a publié, dans le XVII volume du *Journal de M. Crelle*, la première et je crois l'unique démonstration entièrement rigoureuse du théorème de Laplace. La nouvelle démonstration que nous allons exposer, est plus directe que celle de M. Diriklet; elle est d'ailleurs basée sur les mêmes principes que celle de Poisson.

---

1. Soient deux angles θ et φ, considérons le premier comme l'angle moindre que 180 degrés, que fait une certaine droite OA menée de l'origine des coordonnées avec l'axe OZ, et le second comme l'angle positif que fait le plan de OA et de OZ avec le plan de ZOX; à chaque système de valeurs de θ et de φ répondra une et une seule droite issue de l'origine, ou mieux en représentant, pour simplifier, ces droites par leur point de rencontre avec une sphère S de rayon 1 et ayant le point O pour centre, un et un seul point de la sphère S, et il suffira évidemment de faire varier θ de o à π et φ de o à 2π, pour obtenir toutes les droites passant par le point O, ou tous les points de la sphère S.

Ceci posé, on appelle Y_n toute fonction entière du degré n des trois coordonnées

$$\cos.\theta,\quad \sin.\theta\,\sin.\varphi,\quad \sin.\theta\,\cos.\varphi$$

d'un point quelconque M de la sphère S, vérifiant l'équation aux différentielles partielles

$$(a) \ldots\ldots \frac{d\left(\sin.\theta\frac{dY_n}{d\theta}\right)}{\sin.\theta d\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{d^2Y_n}{d\varphi^2}+n(n+1)Y_n=0.$$

Il existe une infinité de fonctions Y_n, que l'on peut toutes déduire d'une même expression générale renfermant $(2n+1)$ constantes arbitraires, comme cela est expliqué dans le 3me livre de la *Mécanique céleste* et dans la 5me partie des *Exercices de calcul intégral de Legendre;* sans nous occuper de la détermination complète de ces fonctions, montrons comment on obtient la valeur particulière ordinairement représentée par P_n, et au moyen de laquelle on forme ensuite toutes les autres.

2. Considérons la distance d'un point M de la sphère S à un point intérieur N, cette distance sera

$$(b) \ldots\ldots \left\{1-2\alpha\left[\cos.\theta\cos.\theta'+\sin.\theta\sin.\theta'\cos.(\varphi-\varphi')\right]+\alpha^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

en appelant respectivement θ', φ' et θ, φ les valeurs des angles définis plus haut qui répondent aux rayons de la sphère S passant par les points M et N, et α la distance moindre que 1 du second de ces points à l'origine.

Développons suivant les puissances positives de α l'inverse du radical (b), et soit $P_n\,\alpha^n$ le $(n+1)^{ème}$ terme de la série obtenue, série qui est convergente, puisque α est moindre que 1. P_n sera une valeur particulière de Y_n. Multipliant P_n par une fonction quelconque de θ' et φ' et par $\sin.\theta'd\theta'd\varphi'$, puis intégrant entre des limites arbitraires, on aura une nouvelle valeur de Y_n; il est clair, en effet, que la forme entière et le degré de P_n par rapport à $\cos.\theta$, $\sin.\theta\sin.\varphi$, $\sin.\theta\cos.\varphi$ seront ainsi conservés, et que la nouvelle fonction vérifiera comme P_n l'équation (a).

3. Actuellement la formule due à Laplace, qui sert à développer toute fonction des deux angles θ et φ en série ordonnée suivant les fonctions Y_n, est exprimée par l'égalité suivante :

$$(c) \ldots\ldots f(\theta,\varphi)=\frac{1}{4\pi}\Sigma_{n=0}^{n=\infty}(2n+1)\int_0^{\pi}\sin.\theta'd\theta'\int_0^{2\pi}P_n f(\theta',\varphi')\,d\varphi';$$

cette égalité a lieu pour toutes les valeurs de θ et de φ comprises entre les limites $\theta=o$, $\theta=\pi$ et $\varphi=o$, $\varphi=2\pi$, et la fonction $f(\theta, \varphi)$ dont elle donne le développement, est assujettie à la seule condition de ne pas devenir infinie. Quand le système de valeurs attribuées à θ et φ rend $f(\theta, \varphi)$ discontinue, le premier membre qui n'a plus alors aucun sens précis, doit être remplacé par la valeur moyenne de la fonction $f(\theta, \varphi)$ répondant au système des valeurs de θ et de φ considérées. Voici, d'ailleurs, ce que l'on entend par valeur moyenne d'une fonction discontinue : d'abord, dire qu'une fonction $f(\theta, \varphi)$ est discontinue pour un système de valeurs de θ et φ répondant à un certain point A de la sphère S, c'est admettre évidemment que la limite vers laquelle tend $f(\theta, \varphi)$ à mesure qu'on s'approche indéfiniment du point A, en suivant une certaine ligne tracée sur la surface S et issue du point A, est variable avec la position de cette ligne qu'on peut toujours supposer être un arc de grand cercle dans le voisinage du point A; cela posé, soit ω l'angle variable qu'un arc de grand cercle quelconque AM issu du point A, fait avec un autre arc de grand cercle fixe AB issu du même point A, appelons $F(\omega)$ la limite vers laquelle tend la fonction $f(\theta, \varphi)$, quand on s'approche indéfiniment du point A en suivant la ligne MA, l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} F(\omega)\, d\omega$$

sera ce que l'on appelle la valeur moyenne de la fonction $f(\theta, \varphi)$, relative au point A.

Il est presque inutile de dire que lorsque $f(\theta, \varphi)$ n'est pas discontinue dans le voisinage du point A, il y a égalité entre la valeur moyenne et la valeur propre de la fonction en ce point.

4. Pour démontrer l'égalité (c), nous chercherons à sommer la série

$$(d) \quad \ldots\ldots \quad \Sigma_{n=o}^{n=\infty} (2n+1) \int_o^{\pi} \sin.\theta' d\theta' \int_o^{2\pi} P_n f(\theta', \varphi')\, d\varphi' ;$$

à cet effet, nous considérerons d'abord la série

$$(e). \quad \ldots\ldots \quad \Sigma_{n=o}^{n=\infty} (2n+1)\, x^n \int_o^{\pi} \sin.\theta' d\theta' \int_o^{2\pi} P_n f(\theta', \varphi')\, d\varphi'$$

que l'on obtient en multipliant les différents termes de la précédente, par les puissances successives d'un nombre α positif et plus petit que 1 ; puis ayant obtenu la somme de cette série, nous déterminerons la limite vers laquelle elle tend à mesure que le nombre α s'approche indéfiniment de 1 ; cette limite sera la somme de la série (α), si toutefois cette dernière série est convergente (corollaire du théorème II de l'Introduction).

5. Posons

$$\cos.\theta\cos.\theta' + \sin.\theta\sin.\theta'\cos.(\varphi - \varphi') = \cos.\gamma$$

et

$$(1 - 2\alpha\cos.\gamma + \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} = \rho;$$

nous aurons pour toutes les valeurs de α moindre que 1,

$$\rho = P_0 + P_1\alpha + P_2\alpha^2 + \ldots\ldots + P_n\alpha^n + \ldots\ldots;$$

de là on déduit facilement

$$\rho + 2\alpha\frac{d\rho}{d\alpha} = \frac{1-\alpha^2}{(1-2\alpha\cos.\gamma+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} = P_0 + 3P_1\alpha + 5P_2\alpha^2 + \ldots\ldots + (2n+1)P_n\alpha^n + \ldots\ldots,$$

égalité qui subsiste aussi pour toutes les valeurs de α inférieures à 1.

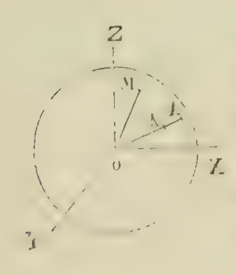
Multipliant les deux membres par $f(\theta', \varphi')\sin.\theta'd\theta'd\varphi'$, et intégrant par rapport à θ' de o à π, et par rapport à φ' de o à 2π, il vient

$$(1-\alpha^2)\int_o^\pi \sin.\theta'd\theta'\int_o^{2\pi}\frac{f(\theta',\varphi')\,d\varphi'}{(1-2\alpha\cos.\gamma+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} = \Sigma_{n=o}^{n=\infty}(2n+1)\alpha^n\int_o^\pi\sin.\theta'd\theta'\int_o^{2\pi}P_n f(\theta',\varphi')d\varphi',$$

ce qui déjà nous fait connaître la somme de la série (c).

6. Déterminons, en second lieu, la limite vers laquelle tend l'intégrale

$$(f)\ \ldots\ldots\ldots\ (1-\alpha^2)\int_o^\pi\sin.\theta'd\theta'\int_o^{2\pi}\frac{f(\theta',\varphi')\,d\varphi'}{(1-2\alpha\cos.\gamma+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}$$



à mesure que α s'approche indéfiniment de 1, en lui restant constamment moindre. Appelons $d\sigma'$ l'élément de la sphère S qui répond au point M pour lequel $ZOM = \theta'$, et $\overline{ZOM, ZOX} = \varphi'$; si N représente toujours le point pour lequel $ON = \alpha$, $ZON = \theta$, $\overline{ZON, ZOX} = \varphi$, et que A soit le point de la sphère S situé à l'extrémité

du rayon ON, nous pourrons d'abord mettre l'intégrale (f) sous la forme

$$(g) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1+\alpha)\, \mathrm{AN} \iint \frac{f(\theta', \varphi')\, d\sigma'}{\overline{\mathrm{MN}}^3}.$$

Cette nouvelle intégrale est étendue à tous les éléments de sphère S; mais comme il ne s'agit ici que de trouver la limite vers laquelle elle tend à mesure que α s'approche de 1, ou à mesure que le point N s'approche du point A, on peut évidemment se contenter de l'étendre à la portion de la sphère comprise dans un certain contour quelconque comprenant le point A, car l'autre partie de l'intégrale aura toujours zéro pour limite. C'est ce que nous ferons, et nous prendrons pour contour un petit cercle de la sphère S ayant le point A pour pôle et un rayon sphérique assez petit pour que, dans l'intérieur de ce contour, il n'y ait pas d'autres points que le point A dont les coordonnées θ et φ puissent rendre discontinue la fonction $f(\theta, \varphi)$. Pour comprendre facilement que cette dernière condition peut toujours être remplie, il faut remarquer que les solutions de continuité de $f(\theta, \varphi)$ ne correspondent qu'à des points isolés et en nombre fini de la sphère S, et que cette fonction ne saurait être discontinue pour tous les points d'une ligne tracée sur la surface S, sans quoi la formule que nous nous proposons d'établir pourrait ne pas être exacte. Ceci posé, transformons encore l'intégrale (g). Appelons γ l'angle MOA et ω l'angle que le plan MOA fait avec un plan fixe conduit suivant OA, le plan ZOA, par exemple. En supposant à l'élément $d\sigma'$ une forme convenable, nous pourrons le considérer comme égal à $\sin.\, \gamma d\gamma d\omega$, et si nous appelons $f_1(\gamma, \omega)$, la fonction $f(\theta, \varphi)$ exprimée en γ et ω, notre intégrale deviendra

$$(1+\alpha)\, \mathrm{AN} \int_0^{2\pi} d\omega \int_0^{\gamma'} \frac{f_1(\gamma, \omega) \sin.\, \gamma d\gamma}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2 - 2\mathrm{ON} \cos.\, \gamma)^{\frac{3}{2}}},$$

γ' étant le rayon sphérique du contour qui détermine les limites de l'intégrale.

7. Occupons-nous de l'intégrale simple

$$\mathrm{AN} \int_0^{\gamma'} \frac{f_1(\gamma, \omega) \sin.\, \gamma d\gamma}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2 - 2\mathrm{ON} \cos.\, \gamma)^{\frac{3}{2}}}.$$

Intégrons par parties, ce qui est permis ici, puisque $f_1(\gamma, \omega)$ est continue entre les limites de l'intégration, il viendra

$$(h). \quad \left[\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{ON}} \cdot \frac{f_1(\gamma, \omega)}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2-2\mathrm{ON}\cos.\gamma)^{\frac{1}{2}}}\right]_{\gamma=o} - \left[\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{ON}} \frac{f_1(\gamma, \omega)}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2-2\mathrm{ON}\cos.\gamma)^{\frac{1}{2}}}\right]_{\gamma=\gamma'} + \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{ON}} \int_o^{\gamma'} \frac{\frac{df_1}{d\gamma}\,d\gamma}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2-2\mathrm{ON}\cos.\gamma)^{\frac{1}{2}}};$$

le premier terme de cette somme est égal à $\frac{f_1(o, \omega)}{\mathrm{ON}}$, et se réduit à $f_1(o, \omega)$ quant le point N coïncide avec le point A; le second a évidemment zéro pour limite; passons au troisième

$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{ON}} \int_o^{\gamma'} \frac{\frac{df_1}{d\gamma}\,d\gamma}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2-2\mathrm{ON}\cos.\gamma)^{\frac{1}{2}}}.$$

La fonction $\frac{df_1}{d\gamma}$ qui entre sous le signe $\int$ dans cette intégrale, peut présenter entre les limites o et γ' de l'intégration, un certain nombre de changements de signes; toutefois ce nombre doit être fini, sans quoi la fonction $f_1(\gamma, \omega)$ présenterait dans le voisinage du point A un nombre infini de *maxima* ou *minima*, hypothèse qu'il faut nécessairement écarter. Décomposons l'intégrale en une série d'autres, de telle sorte qu'entre les limites de chacune, la fonction $\frac{df_1}{d\gamma}$ ait constamment le même signe, et soit

$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{ON}} \int_{\gamma_k}^{\gamma_{k+1}} \frac{\frac{df_1}{d\gamma}\,d\gamma}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2-2\mathrm{ON}\cos.\gamma)^{\frac{1}{2}}},$$

l'une de ces nouvelles intégrales; comme $\frac{\mathrm{AN}}{(1+\overline{\mathrm{ON}}^2-2\mathrm{ON}\cos.\gamma)^{\frac{1}{2}}}$ est au plus égal à 1 et que $\frac{df_1}{d\gamma}$ a constamment le même signe de γ_k à γ_{k+1}, cette intégrale a une valeur absolue moindre que celle de la différence $\frac{1}{\mathrm{ON}}\left[f_1(\gamma_{k+1}, \omega) - f_1(\gamma_k, \omega)\right]$, et, par conséquent, aussi petite que l'on veut, car $f_1(\gamma, \omega)$ est une fonction continue de γ et les deux valeurs γ_k, γ_{k+1} de γ ont une différence aussi petite que l'on veut, comme toutes les deux moindres que γ', qui peut être supposé aussi petit que l'on veut; on a ainsi pour le troisième terme de la somme (h) un nombre fini de quantités aussi petites que l'on veut, et, par conséquent, une quantité aussi petite que l'on veut; de là nous pouvons

conclure que la limite vers laquelle tend l'intégrale simple

$$\text{AN}\int_0^{\gamma'} \frac{f_1(\gamma,\omega)\sin.\gamma d\gamma}{(1+\overline{\text{ON}}^2-2\text{ON}\cos.\gamma)^{\frac{3}{2}}}.$$

est égale à $f_1(o,\omega)$, et, par conséquent, que celle vers laquelle tend l'intégrale double

$$(1+\alpha)\,\text{ON}\int_0^{2\pi} d\omega \int_0^{\gamma'} \frac{f(\gamma,\omega)\sin.\gamma d\gamma}{(1+\overline{\text{ON}}^2-2\text{ON}\cos.\gamma)^{\frac{3}{2}}},$$

est

$$2\int_0^{2\pi} f_1(o,\omega)\,d\omega,$$

c'est-à-dire le produit par 4π de la valeur moyenne de $f(\theta,\varphi)$ au point A.

8. Il nous reste, et c'est là la principale difficulté de la question, à démontrer la convergence de la série (d).

Transformons d'abord le terme général

$$(2n+1)\int_0^{\pi}\sin.\theta' d\theta' \int_0^{2\pi} \text{P}_n f(\theta',\varphi')\,d\varphi'$$

de cette série, en substituant aux variables θ' et φ' les variables γ et ω, dont on a fait usage dans les deux numéros précédents, il viendra, en observant que P_n s'exprime au moyen de γ seulement,

$$(2n+1)\int_0^{\pi}\text{P}_n\sin.\gamma d\gamma \int_0^{2\pi} f_1(\gamma,\omega)\,d\omega,$$

ou bien

$$(k)\ldots\ldots\ldots\ldots (2n+1)\int_0^{\pi}\text{P}_n\,\text{F}(\gamma)\sin.\gamma d\gamma,$$

en posant pour simplifier

$$\int_0^{2\pi} f_1(\gamma,\omega)\,d\omega = \text{F}(\gamma);$$

faisons encore $\cos.\gamma = x$, et appelons X_n ce que devient P_n et $\varphi(x)$ ce que

devient $F(\gamma)$, nous aurons

$$(k') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2n+1)\int_{-1}^{+1} X_n\, \varphi(x)\, dx,$$

comme seconde valeur du terme général de la série qui, dans ce qui va suivre, sera employée concurremment avec la valeur (k).

9. Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de faire remarquer une propriété très-importante des fonctions $F(\gamma)$ et $\varphi(x)$: ces deux fonctions, qui peuvent présenter un nombre fini quelconque de solutions de continuité entre les limites o et π, -1 et $+1$ des intégrales où elles entrent, ne peuvent jamais être discontinues pour ces limites mêmes. Ainsi, par exemple, $F(\gamma)$ ne saurait être discontinu pour $\gamma = o$: pour le voir clairement, on remarquera d'abord que $F(o)$ est égal à $\int_o^{2\pi} f_1(o, \omega)\, d\omega$, c'est-à-dire à la valeur moyenne de $f_1(\gamma, \omega)$ pour le point A; or, on peut évidemment toujours tracer autour du point A, un cercle assez petit pour que, dans son intérieur, il n'y ait pas d'autre discontinuité pour la fonction $f_1(\gamma, \omega)$ que celle qui peut avoir lieu au point A; alors $f_1(\gamma, \omega)$ sera aussi près que l'on voudra de $f_1(o, \omega)$, quel que soit d'ailleurs ω; par suite $\int_o^{2\pi} f_1(\gamma, \omega)\, d\omega$ sera aussi près que l'on voudra de $\int_o^{2\pi} f_1(o, \omega)\, d\omega$.

10. Cette propriété étant admise, appelons ε un nombre déterminé assez petit pour que entre -1 et $-1+\varepsilon$, et entre $1-\varepsilon$ et 1, il n'y ait aucune solution de continuité de la fonction $\varphi(x)$, nous pourrons décomposer l'intégrale (k') de la manière suivante :

$$(2n+1)\int_{-1}^{-1+\varepsilon} X_n\, \varphi(x)\, dx + (2n+1)\int_{-1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} X_n\, \varphi(x)\, dx + (2n+1)\int_{1-\varepsilon}^{1} X_n\, \varphi(x)\, dx,$$

et tout consistera à prouver que les trois séries dont les termes généraux sont respectivement les termes de la somme précédente, sont convergentes, ou plus simplement, que les séries dont les termes généraux sont respectivement

$$n\int_{1}^{-1+\varepsilon} X_n\, \varphi(x)\, dx, \quad n\int_{-1+1}^{1-\varepsilon} X_n\, \varphi(x)\, dx, \quad n\int_{1-\varepsilon}^{1} X_n\, \varphi(x)\, dx,$$

sont convergentes (théorème I de l'Introduction.)

11. Considérons d'abord la série dont le terme général est

$$(l) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad n \int_{-1}^{-1+\varepsilon} \mathrm{X}_n \, \varphi(x)\, dx.$$

En nous rappelant que X_n vérifie l'équation différentielle

$$\frac{d.\,(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}}{dx} + n(n+1)\,\mathrm{X}_n = o,$$

nous pouvons mettre l'intégrale (l) sous la forme

$$-\frac{1}{n+1}\int_{-1}^{-1+\varepsilon} \varphi(x)\, \frac{d.\,(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}}{dx}\, dx.$$

Intégrant par parties ce qui est permis ici, puisque $\varphi(x)$ est continu entre -1 et $-1+\varepsilon$, on a

$$-\frac{\left(\varphi(x)\,(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}\right)_{x=-1+\varepsilon}}{n+1} + \frac{1}{n+1}\int_{-1}^{-1+\varepsilon} \varphi'(x)\,(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}\, dx,$$

or.

$$\frac{(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}}{n+1} = x\mathrm{X}_n - \mathrm{X}_{n+1},$$

ainsi qu'on peut facilement le vérifier, donc déjà la série qui a

$$\frac{\left(\varphi(x)\,(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}\right)_{x=-1+\varepsilon}}{n+1}$$

pour terme général est convergente, car celle dont le terme général est $(\mathrm{X}_n)_{x=-1+\varepsilon}$ est, comme l'on sait, convergente; il suffit donc de démontrer que la série qui a pour terme général

$$\frac{1}{n+1}\int_{-1}^{-1+\varepsilon} \varphi'(x)\,(1-x^2)\,\frac{d\mathrm{X}_n}{dx}\, dx, \quad \text{ou} \quad \int_{1}^{-1+\varepsilon} \varphi'(x)\,(x\mathrm{X}_n - \mathrm{X}_{n+1})\, dx,$$

est aussi convergente. Pour cela remarquons que la série

$$\Sigma_{n=0}^{n=\infty} (x X_n - X_{n+1}),$$

qui est convergente, avons-nous dit pour $x = -1 + \varepsilon$, l'est aussi pour $x = -1$ (*) : en effet, ses différents termes se réduisent à zéro pour cette hypothèse; il est donc possible de fixer un nombre A que ne dépasse jamais, en valeur absolue, la somme

$$\Sigma_{n=0}^{n=n} (x X_n - X_{n+1}),$$

quel que soit n et quel que soit x de -1 à $-1 + \varepsilon$. Cela étant, on voit aisément que l'intégrale

$$\int_{-1}^{-1+\varepsilon} \varphi'(x) \, \Sigma_{n=0}^{n=n} (x X_n - X_{n+1}) \, dx$$

est, quel que soit n, aussi près que l'on veut de zéro, en ayant soin de prendre ε suffisamment petit (il faut pourtant que $\varphi'(x)$ ne change de signe, ou que $\varphi(x)$ ne devienne *maximum* ou *minimum*, qu'un nombre fini de fois entre -1 et $-1 + \varepsilon$); il suffit de décomposer cette intégrale en une série d'autres, de façon qu'entre les limites de chacune $\varphi'(x)$ ait toujours le même signe, puis d'observer que chacune de ces intégrales partielles est en valeur absolue moindre que A multiplié par la différence des va-

(*) La série $\Sigma_{n=0}^{n=\infty} (x X_n - X_{n+1})$ est convergente pour $x = \pm 1$ comme pour $x = \pm (1 - \varepsilon)$, mais la somme de cette série est discontinue pour $x = 1$. En effet, on a pour toutes les valeurs de x comprises entre -1 et $+1$,

$$1 + \frac{\alpha x - 1}{\sqrt{1 - 2\alpha x + \alpha^2}} = \Sigma_{n=0}^{n=\infty} (x X_n - X_{n+1}) \alpha^{n+1};$$

donc, on a aussi pour les mêmes valeurs,

$$1 - \sqrt{\frac{1-x}{2}} = \Sigma_{n=0}^{n=\infty} (x X_n - X_{n+1}),$$

(corollaire du théorème II de l'Introduction), puisque la série du second membre est convergente, or, si l'on fait tendre x vers 1, le premier membre tend vers 1, tandis que le second est égal à zéro pour $x = 1$.

leurs que prend $\varphi(x)$ lorsqu'on remplace x par les deux limites de l'intégrale.

12. Il ne sera pas inutile pour lever toute difficulté de montrer comment on peut trouver une valeur de A. Nous rétablirons ici cos. γ à la place de x et P_n à la place de X_n.

On sait que l'on a

$$P_n = \frac{1}{\pi}\int_o^\pi (\cos.\gamma + \sqrt{-1}\ \sin.\gamma\cos.x)^n\, dx\,,$$

d'où l'on tire en posant pour simplifier $\cos.\gamma + \sqrt{-1}\ \sin.\gamma\ \cos.x = z$,

$$\Sigma_{n=o}^{n=n-1} P_n = \frac{1}{\pi}\int_o^\pi (1 + z + z^2 + \ldots\ldots + z^{n-1})\, dx = \frac{1}{\pi}\int_o^\pi \frac{1-z^n}{1-z}\, dx$$

$$\Sigma_{n=o}^{n=n-1} P_{n+1} = \frac{1}{\pi}\int_o^\pi (z + z^2 + \ldots\ldots + z^n)\, dx = \frac{1}{\pi}\int_o^\pi \frac{z(1-z^n)\, dx}{1-z}.$$

et

$$\Sigma_{n=o}^{n=n-1}\left(\cos.\gamma P_n - P_{n+1}\right) = \frac{-\sqrt{-1}}{\pi}\int_o^\pi \frac{\sin.\gamma(1-z^n)}{1-z}\cos.x dx$$

$$= \frac{-\sqrt{-1}\ \sin.\gamma}{\pi}\int_o^\pi \frac{\cos.x dx}{1-z} + \frac{\sqrt{-1}\ \sin.\gamma}{\pi}\int_o^\pi \frac{z^n\cos.x dx}{1-z}$$

$$= -\frac{\sqrt{-1}\ \sin.\gamma}{\pi}\int_o^\pi \frac{\cos.x dx}{1-\cos.\gamma-\sqrt{-1}\ \sin.\gamma\cos.x}$$

$$+ \frac{\sqrt{-1}\ \sin.\gamma}{\pi}\int_o^\pi \frac{(\cos.\gamma + \sqrt{-1}\ \sin.\gamma\cos.x)^n\cos.x dx}{1-\cos.\gamma-\sqrt{-1}\ \sin.\gamma\cos.x}.$$

Ne prenons que les parties réelles de ces intégrales, car la somme de leurs parties imaginaires est évidemment nulle; nous trouverons, en considérant d'abord la première intégrale :

$$\frac{1}{\pi}\int_o^\pi \frac{\sin.^2\gamma\cos.^2 x dx}{(1-\cos.\gamma)^2 + \sin.^2\gamma\cos.^2 x},$$

ou bien, excluant le cas de $\gamma = o$ pour lequel la somme $\Sigma_{n=o}^{n=n-1}(\cos.\gamma P_n - P_{n+1}$

est toujours nulle,

$$\frac{2}{\pi}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos.^2 \frac{\gamma}{2} \cos.^2 x dx}{\sin.^2 \frac{1}{2}\gamma + \cos.^2 \frac{1}{2}\gamma \cos.^2 x}$$

divisant sous le signe $\int$ par $\cos.^2 \frac{\gamma}{2} \cos.^4 x$, ce qui exige qu'on laisse encore de côté le cas de $\gamma = \pi$, pour lequel, du reste, on a aussi $\Sigma_{n=o}^{n=n-1}(\cos.\gamma P_n - P_{n+1}) = o$, il vient

$$\frac{2}{\pi}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{d \text{ tang. } x}{(1+\text{tg.}^2 x)(1+\text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma + \text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma \text{ tg.}^2 x)},$$

ou bien en posant tg. $x = y$,

$$\frac{2}{\pi}\int_o^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)(1+\text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma + \text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma y^2)} = \frac{2}{\pi}\int_o^{\infty} \frac{dy}{1+y^2}$$

$$-\frac{2}{\pi}\int_o^{\infty} \frac{\text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma dy}{1+\text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma + \text{tg.}^2 \frac{1}{2}\gamma y^2} = 1 - \sin. \tfrac{1}{2}\gamma;$$

ainsi, la partie réelle de la première intégrale est toujours moindre que 1.

Occupons-nous de la seconde intégrale

$$\frac{\sqrt{-1}\sin.\gamma}{\pi}\int_o^{\pi} \frac{(\cos.\gamma + \sqrt{-1}\sin.\gamma\cos.x)^n \cos. x dx}{1 - \cos.\gamma - \sqrt{-1}\sin.\gamma\cos.x};$$

il est évident que le module de $(\cos.\gamma + \sqrt{-1}\sin.\gamma\cos.x)^n$ est au plus égal à 1, donc la partie réelle et la partie imaginaire de cette expression sont aussi séparément au plus égales à 1, en valeur absolue; cela montre que la valeur absolue de la partie réelle de l'intégrale précédente est au plus égale à

$$\frac{2}{\pi}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin.^2\gamma\cos.^2 x dx}{(1-\cos.\gamma)^2 + \sin.^2\gamma\cos.^2 x} + \frac{2}{\pi}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin.\gamma(1-\cos.\gamma)\cos. x dx}{(1-\cos.\gamma)^2 + \sin.^2\gamma\cos.^2 x};$$

mais la première de ces intégrales est moindre que 1, comme on l'a déjà vu; quant à la seconde, en excluant les cas de $\gamma = o$ et de $\gamma = \pi$, on la

met sous la forme

$$\frac{2}{\pi}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin.\frac{1}{2}\gamma\cos.\frac{1}{2}\gamma\cos.x dx}{\sin.^2\frac{1}{2}\gamma + \cos.^2\frac{1}{2}\gamma\cos.^2 x},$$

puis sous celle-ci,

$$\frac{2}{\pi}\sin.\tfrac{1}{2}\gamma\cos.\tfrac{1}{2}\gamma\int_o^1 \frac{dy}{1-\cos.^2\frac{1}{2}\gamma y^2} = \frac{2}{\pi}\sin.\tfrac{1}{2}\gamma\log.\frac{1}{\text{tg}.\frac{1}{4}\gamma} = \frac{4}{\pi}\cos.^2\tfrac{1}{4}\gamma\,\text{tg}.\tfrac{1}{4}\gamma\log.\frac{1}{\text{tg}.\frac{1}{4}\gamma},$$

en posant $\sin. x = y$. D'ailleurs γ variant de o à π, ou tg. $\frac{1}{4}\gamma$ de o à 1, le *maximum* de tg. $\frac{1}{4}\gamma$ log. $\frac{1}{\text{tg}.\frac{1}{4}\gamma}$ est $\frac{1}{e}$, cela nous prouve que l'intégrale considérée et toujours moindre que $\frac{4}{\pi e} < 1$. Ainsi on a une valeur pour A en prenant $1 + 1 + 1$ ou 3.

13. Il reste démontré, par ce qui précède, que la série

$$\Sigma\, n\int_{-1}^{-1+\varepsilon} \varphi(x)\,X_n\,dx$$

est convergente. On établirait de même la convergence de la série

$$\Sigma\, n\int_{1-\varepsilon}^{1} \varphi(x)\,X_n\,dx.$$

Il suffit donc de nous occuper de celle qui a pour terme général

$$n\int_{-1+\varepsilon}^{1-\varepsilon} \varphi(x)\,X_n\,dx,$$

ou, en rétablissant γ à la place de x,

$$n\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} F(\gamma)\,P_n\sin.\gamma d\gamma,$$

α étant un nombre déterminé, positif, mais aussi voisin que l'on veut de 0.

14. Nous allons d'abord chercher une valeur de P_n ordonnée suivant les puissances décroissantes de n.

Reprenons l'équation

$$\frac{d\,(1-x^2)\frac{dX_n}{dx}}{dx}+n\,(n+1)\,X_n=o,$$

qui définit X_n, et changeons-y x en cos. γ, X_n en P_n, il viendra

$$\frac{d^2P_n}{d\gamma^2}+\frac{\cos.\gamma}{\sin.\gamma}\frac{dP_n}{d\gamma}+n\,(n+1)\,P_n=o;$$

faisant disparaître le second terme en posant $P_n=u\sin.^{-\frac{1}{2}}\gamma$, on a

$$\frac{d^2u}{d\gamma^2}+(n+\tfrac{1}{2})^2\,u=-\frac{u}{4\sin.^2\gamma}$$

ou

$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{d^2u}{d\gamma^2}+\rho^2\,u=-\frac{u}{4\sin.^2\gamma}$$

en posant $n+\frac{1}{2}=\rho$.

Multiplions maintenant cette équation par sin. $\rho\gamma d\gamma$ et intégrons de α à γ, il viendra

$$\sin.\rho\gamma\frac{du}{d\gamma}-\rho u\cos.\rho\gamma=C-\tfrac{1}{4}\int_\alpha^\gamma\frac{u\sin.\rho\gamma d\gamma}{\sin.^2\gamma},$$

ou bien, en remplaçant sous le signe $\int$ la variable γ par γ', afin de la distinguer de la valeur particulière qui représente la limite supérieure, et appelant u' ce que devient u par ce changement,

$$(2) \ldots\ldots \sin.\rho\gamma\frac{du}{d\gamma}-\rho u\cos.\rho\gamma=C-\tfrac{1}{4}\int_\alpha^\gamma\frac{u'\sin.\rho\gamma'd\gamma'}{\sin.^2\gamma'};$$

multipliant de même l'équation (1) par cos. $\rho\gamma d\gamma$, et intégrant de α à γ, on a

$$(3) \ldots\ldots \cos.\rho\gamma\frac{du}{d\gamma}+\rho u\sin.\rho\gamma=C'-\tfrac{1}{4}\int_\alpha^\gamma\frac{u'\cos.\rho\gamma'd\gamma'}{\sin.^2\gamma'}.$$

Éliminant $\frac{du}{d\gamma}$ entre les équations (2) et (3), il vient

$$u = \frac{c' \sin. \rho\gamma - c \cos. \rho\gamma}{\rho} + \frac{1}{4\rho}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{u' \sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'},$$

ou bien, en substituant à c et c' deux nouvelles constantes δ et ε convenablement choisies,

$$u = \frac{\delta \cos. (\rho\gamma + \varepsilon)}{\rho} + \frac{1}{4\rho}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{u' \sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'}.$$

Ce résultat fait connaître les premiers termes du développement de u ordonné suivant les puissances de $\frac{1}{\rho}$; en effet, on en déduit successivement

$$u = \frac{\delta \cos. (\rho\gamma + \varepsilon)}{\rho} + \frac{\delta}{4\rho^2}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{\cos. (\rho\gamma' + \varepsilon) \sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'}$$
$$+ \frac{1}{16\rho^2}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{\sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'}\int_{\alpha}^{\gamma'} \frac{u'' \sin. \rho(\gamma'' - \gamma')\, d\gamma''}{\sin.^2 \gamma''},$$

puis

$$u = \frac{\delta \cos. (\rho\gamma + \varepsilon)}{\rho} + \frac{\delta}{4\rho^2}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{\cos. (\rho\gamma' + \varepsilon) \sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'}$$
$$+ \frac{\delta}{16\rho^3}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{\sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'}\int_{\alpha}^{\gamma'} \frac{\cos. (\rho\gamma'' + \varepsilon) \sin. \rho(\gamma'' - \gamma')\, d\gamma''}{\sin.^2 \gamma''}$$
$$+ \frac{1}{64\rho^3}\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{\sin. \rho(\gamma' - \gamma)\, d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'}\int_{\alpha}^{\gamma'} \frac{\sin. \rho(\gamma'' - \gamma')\, d\gamma''}{\sin.^2 \gamma''}\int_{\alpha}^{\gamma''} \frac{u''' \sin. \rho(\gamma''' - \gamma'')\, d\gamma'''}{\sin.^2 \gamma'''};$$

ainsi de suite. On peut remarquer que, pour éviter toute confusion, nous changeons sous le signe $\int$, successivement γ' en γ'', γ''', ... ce qui transforme u', en u'', u''', ...

Nous ferons usage, dans ce qui va suivre, de la valeur de u écrite en dernier lieu, mais après l'avoir mise sous une forme beaucoup plus simple.

Il est clair que u ou bien $P_n \sin.^{\frac{1}{2}} \gamma$ est, pour toutes les valeurs de

ρ, et pour toutes les valeurs de γ depuis α jusqu'à $\pi-\alpha$, constamment inférieur en valeur absolue à un certain nombre assignable : en effet, P_n est toujours inférieur ou au plus égal à 1; d'un autre côté sin. $\frac{1}{2}\gamma$ est au moins égal à sin. $\frac{1}{2}\alpha$, d'après cela, l'intégrale triple

$$\int^{\gamma} \frac{\sin.\rho(\gamma'-\gamma)\,d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\int_{\alpha}^{\gamma'}\frac{\sin.\rho(\gamma''-\gamma')\,d\gamma''}{\sin.^2\gamma''}\int_{\alpha}^{\gamma''}\frac{u'''\sin.\rho(\gamma'''-\gamma'')\,d\gamma'''}{\sin.^2\gamma''}$$

ne peut jamais dépasser, quel que soit ρ et quel que soit γ depuis α jusqu'à $\pi-\alpha$, un certain nombre déterminé; il en est de même d'ailleurs de l'intégrale double

$$\int_{\alpha}^{\gamma}\frac{\sin.\rho(\gamma'-\gamma)\,d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\int_{\alpha}^{\gamma'}\frac{\cos.(\rho\gamma''+\varepsilon)\sin.\rho(\gamma''-\gamma')\,d\gamma''}{\sin.^2\gamma''}.$$

donc on a

$$u=\frac{\delta\cos.(\rho\gamma+\varepsilon)}{\rho}+\frac{\delta}{4\rho^2}\int_{\alpha}^{\gamma}\frac{\cos.(\rho\gamma'+\varepsilon)\sin.\rho(\gamma'-\gamma)\,d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}+\frac{p\delta}{\rho^3}+\frac{q}{\rho^5};$$

p et q restant finis pour toutes les valeurs de ρ et pour toutes les valeurs de γ depuis α jusqu'à $\pi-\alpha$. De plus, si l'on remplace dans l'intégrale le produit de sinus et cosinus par une somme de sinus, il vient

$$\frac{\delta}{8\rho^2}\int_{\alpha}^{\gamma}\frac{\sin.(2\rho\gamma'-\rho\gamma+\varepsilon)\,d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}-\frac{\delta}{8\rho^2}\sin.(\rho\gamma+\varepsilon)\int_{\alpha}^{\gamma}\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'};$$

or, le premier terme, en remarquant que

$$\sin.(2\rho\gamma'-\rho\gamma+\varepsilon)=-\frac{1}{2\rho}\frac{d.\cos.(2\rho\gamma'-\rho\gamma+\varepsilon)}{d\gamma'},$$

et appliquant le procédé de l'intégration par parties, se met aisément sous la forme $\frac{p'\delta}{\rho^3}$, p' étant, comme p, une certaine fonction de ρ et de γ qui ne dépasse jamais une certaine limite fixe, on peut donc grouper ce terme

avec $\frac{p\delta}{\rho^3}$ dans la valeur de u, et il vient finalement

$$(4) \; \ldots \; u = \frac{\delta \cos.(\rho\gamma + \varepsilon)}{\rho} - \frac{\delta}{8\rho^2} \sin.(\rho\gamma + \varepsilon) \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'} + \frac{p\delta}{\rho^3} + \frac{q}{\rho^3}.$$

p et q sont comme plus haut des fonctions de ρ et γ, qui restent pour toutes les valeurs de ρ et pour toutes les valeurs de γ depuis α jusqu'à $\pi - \alpha$, constamment au-dessous d'une certaine limite fixe

Occupons-nous maintenant de la détermination des constantes δ et ε introduites par l'intégration de l'équation (1), et pour cela, rappelons-nous que lorsque $\gamma = \frac{\pi}{2}$, on a, suivant le degré de parité de n,

$$u = P_{2k+1} = 0,$$

$$u = P_{2k} = (-1)^k \frac{1.3.5 \ldots (2k-1)}{2.4.6 \ldots 2k} = (-1)^k \frac{1.2.3 \ldots 2k}{2^{2k}(1.2.3 \ldots k)^2}$$

$$= (-1)^k \frac{\sqrt{2\pi}\,(2k)^{2k+\frac{1}{2}}\, e^{-2k + \frac{1}{24k} - \frac{\theta}{2880k^3}}}{2^{2k}.2\pi.k^{2k+1}\, e^{-2k+\frac{1}{6k} - \frac{\theta'}{180k^3}}} = (-1)^k \frac{1}{\sqrt{k\pi}} e^{-\frac{1}{8k} + \frac{\theta''}{k^3}}.$$

θ et θ' étant compris entre 0 et 1, et par suite θ'' entre $-\frac{1}{2880}$ et $\frac{1}{180}$; nous obtiendrons ainsi les deux relations

$$0 = \frac{\delta \sin.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)}{2k + \frac{3}{2}} + \frac{\delta \cos.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)}{8(2k+\frac{3}{2})^2} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'} + \frac{p\delta}{(2k+\frac{3}{2})^3} + \frac{q}{(2k+\frac{3}{2})^3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{k\pi}} e^{-\frac{1}{8k} + \frac{\theta''}{k^3}} = \frac{\delta \cos.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)}{2k + \frac{1}{2}} - \frac{\delta \sin.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)}{8(2k+\frac{1}{2})^2} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'} + \frac{p\delta}{(2k+\frac{1}{2})^3} + \frac{q}{(2k+\frac{1}{2})^3},$$

dans lesquelles p et q n'ont pas la même signification que dans l'égalité (4), et représentent seulement, comme dans tout ce qui va suivre, deux nombres indéterminés qui restent, pour toutes les valeurs de k, constamment au-dessous d'une certaine limite fixe. Ordonnant les seconds membres par rapport aux puissances croissantes de $\frac{1}{k}$, groupant dans $\frac{p\delta}{k^3}$ et $\frac{q}{k^3}$,

tous les termes de même forme et posant pour simplifier

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma'}{\sin.^2 \gamma'} = a.$$

ces égalités deviennent

$$(a) \ldots\ldots o = \frac{\delta \sin.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)}{2k} - \frac{\delta}{8k^2}\left[3 \sin.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right) - \frac{a}{4}\cos.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)\right] + \frac{p\delta}{k^3} + \frac{q}{k^3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{k\pi}} e^{-\frac{1}{8k} + \frac{\theta''}{k^3}} = \frac{\delta \cos.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)}{2k} - \frac{\delta}{8k^2}\left[\cos.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right) + \frac{a}{4}\sin.\left(\frac{\pi}{4} + \varepsilon\right)\right] + \frac{p\delta}{k^3} + \frac{q}{k^3};$$

d'où en faisant la somme membre à membre de leurs carrés, et simplifiant,

$$\frac{1}{k\pi} e^{-\frac{1}{4k} + \frac{2\theta''}{k^3}} = \frac{\delta^2}{4k^2} - \frac{\delta^2}{8k^3}(2 + \sin.2\varepsilon) + \frac{p\delta^2}{k^4} + \frac{q\delta}{k^4} + \frac{r}{k^6},$$

ou mieux,

$$(b) \ldots\ldots \frac{1}{k\pi} - \frac{1}{4k^2\pi} + \frac{1}{32k^3\pi} = \frac{\delta^2}{4k^2} - \frac{\delta^2}{8k^3}(2 + \sin.2\varepsilon) + \frac{p\delta^2}{k^4} + \frac{q\delta}{k^4} + \frac{r}{k^4},$$

r étant un nombre de même nature que p et q, toujours fini, quel que soit k.

L'égalité (b) montre facilement que δ est de la forme $2\sqrt{\frac{k}{\pi}} + \zeta$, ζ représentant un nombre infiniment petit avec $\frac{1}{k}$, puis l'égalité (a) que $\varepsilon = -\frac{\pi}{4} + \eta$, η s'annulant aussi avec $\frac{1}{k}$. Reste donc à trouver ζ et η : or, à cause des valeurs précédentes de δ et de ε, les égalités (a) et (b) peuvent se simplifier et s'écrire ainsi :

$$(a') \ldots\ldots o = \sin.\eta - \frac{1}{4k}\left(3\sin.\eta - \frac{a}{4}\cos.\eta\right) + \frac{p}{k^2},$$

$$(b') \ldots\ldots \frac{1}{k\pi} - \frac{1}{4k^2\pi} = \frac{\delta^2}{4k^2} - \frac{\delta^2}{8k^3}(2 - \cos.2\eta) + \frac{p}{k^3},$$

l'égalité (a') ne contenant que η fait connaître cette inconnue; on en tire d'abord $\eta = -\frac{a}{16k} + \eta'$, η' s'annulant avec $\frac{1}{k}$, et puis on a pour détermi-

ner η' l'égalité

$$\left(-\sin.\frac{a}{16k}\cos.\eta'+\cos.\frac{a}{16k}\sin.\eta'\right)\left(1 \quad \frac{5}{4k}\right)+\frac{a}{16k}\left(\cos.\frac{a}{16k}\cos.\eta'+\sin.\frac{a}{16k}\sin.\eta'\right)+\frac{p}{k^2}=o,$$

ou en développant $\sin.\frac{a}{16k}$, $\cos.\frac{a}{16k}$ suivant les puissances de $\frac{a}{16k}$ et réduisant,

$$\left(1-\frac{5}{4k}\right)\sin.\eta'+\frac{p}{k^2}=o.$$

d'où

$$\sin.\eta'=\frac{-p}{k^2-\frac{5}{4}k^3} \quad \text{d'où} \quad \eta'=\frac{p}{k^2}.$$

L'égalité (b'), qui peut, à cause de la valeur de η, s'écrire ainsi

$$\frac{1}{k\pi}-\frac{1}{4k^3\pi}=\frac{\delta^2}{4k^2}-\frac{\delta^2}{8k^3}+\frac{p}{k^3},$$

donne ensuite,

$$\delta^2=\frac{\frac{1}{k\pi}-\frac{1}{4k^2\pi}-\frac{p}{k^3}}{\frac{1}{4k^2}-\frac{1}{8k^3}}=\frac{4k}{\pi}+\frac{1}{\pi}+\frac{p}{k}.$$

d'où

$$\delta=2\sqrt{\frac{k}{\pi}}\left(1+\frac{1}{4k}+\frac{p}{k^2}\right)^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{\frac{k}{\pi}}+\frac{1}{4\sqrt{k\pi}}+\frac{p}{k\sqrt{k}}.$$

Nous voyons par là que les constantes δ et ε ont respectivement la forme suivante :

$$\delta=a\sqrt{k}+\frac{b}{\sqrt{k}}+\frac{p}{k\sqrt{k}}, \qquad \varepsilon=-\frac{\pi}{4}+\frac{c}{k}+\frac{q}{k^2};$$

a, b, c sont des nombres constants, et p et q des fonctions de k jouissant de la propriété de ne pouvoir dépasser une certaine limite fixe, quel que soit k.

Dans les valeurs précédentes de δ et de ε, k représente la moitié de l'indice n de P_n quand cet indice est pair, ou la moitié de cet indice diminuée de $\frac{1}{2}$ quand il est impair; Or, il convient d'introduire l'indice lui-

même dans les valeurs de δ et de ε; faisant la substitution, on reconnaît que ces constantes conservent la même forme, mais que la valeur du coefficient b change avec le degré de parité de n; de sorte qu'on a, par exemple,

$$\delta = a\sqrt{n} + \frac{b}{\sqrt{n}} + \frac{p}{n\sqrt{n}}, \quad \varepsilon = -\frac{\pi}{4} + \frac{c}{n} + \frac{q}{n^2},$$

pour toutes les valeurs paires de n, et

$$\delta = a\sqrt{n} + \frac{b'}{\sqrt{n}} + \frac{p}{n\sqrt{n}}, \quad \varepsilon = -\frac{\pi}{4} + \frac{c}{n} + \frac{q}{n^2},$$

pour toutes les valeurs impaires; a, b, b', c étant des nombres indépendants de n, et p et q des fonctions de n tout à fait indéterminées, mais jouissant de la propriété de rester toujours finies, quel que soit n.

Reprenons maintenant la valeur de u fournie par l'équation (4), et écrivons-la comme il suit :

$$u = \frac{\delta\cos.\left(n\gamma + \frac{\gamma}{2} + \varepsilon\right)}{n} - \frac{\delta\cos.\left(n\gamma + \frac{\gamma}{2} + \varepsilon\right)}{2n^2}$$
$$- \frac{\delta}{8n^2}\sin.\left(n\gamma + \frac{\gamma}{2} + \varepsilon\right)\int_x^\gamma \frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'} + \frac{p\delta}{n^3} + \frac{q}{n^3},$$

en ordonnant par rapport aux puissances de $\frac{1}{n}$; puis remplaçons δ et ε par leurs valeurs précédemment obtenues, le résultat aura la forme,

$$u = \frac{a\cos.\left(n\gamma + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{n}} + \frac{b\cos.\left(n\gamma + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{n\sqrt{n}} + \frac{\left[c + d\int_\alpha^\gamma \frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\right]\sin.\left(n\gamma + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{n\sqrt{n}}$$
$$+ \frac{p}{n^2\sqrt{n}},$$

a, b, c, d représentant des constantes dont la seconde seulement change avec le degré de parité de n, et p étant une fonction de γ et de n, qui ne peut jamais dépasser une certaine limite fixe lorsque, du moins, γ ne varie que de α à $\pi - \alpha$.

Divisant par $\sin.\frac{1}{2}\gamma$ afin d'avoir P_n, et développant les sinus et cosinus.

il vient,

$$\frac{a}{\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\cos.n\gamma+\frac{b}{\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{-\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\cos.n\gamma+\frac{c}{\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\sin.n\gamma+\frac{d}{\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{-\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\sin.n\gamma$$

$$+\frac{e}{n\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\cos.n\gamma+\frac{f}{n\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{-\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\cos.n\gamma+\frac{g}{n\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\sin.n\gamma+\frac{h}{n\sqrt{n}}\,\text{tg.}^{-\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\sin.n\gamma$$

$$+\frac{i}{n\sqrt{n}}\int_\alpha^\gamma\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\,\text{tg.}^{\frac{1}{2}}\tfrac{1}{2}\gamma\cos.n\gamma+\frac{j}{n\sqrt{n}}\int_\alpha^\gamma\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\,\text{tg.}^{-\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\cos.n\gamma$$

$$+\frac{k}{n\sqrt{n}}\int_\alpha^\gamma\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\,\text{tg.}^{\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\sin.n\gamma+\frac{l}{n\sqrt{n}}\int_\alpha^\gamma\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\,\text{tg.}^{-\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}\sin.n\gamma+\frac{p}{n^2\sqrt{n}}$$

$a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l$ étant de nouvelles constantes, parmi lesquels e, f, g, h seulement changent avec le degré de parité de n; de là on déduit sans peine la valeur de l'intégrale $n\int_\alpha^{\pi-\alpha}P_n\,F(\gamma)\sin.\gamma\,d\gamma$; or, on se rappelle que l'on a à démontrer la convergence de la série qui a cette intégrale pour terme général; donc d'après la valeur de P_n, tout se réduira à démontrer la convergence des différentes séries

$$\Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\sqrt{n}\cos.n\gamma\sin.\gamma\,\text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}F(\gamma)\,d\gamma,\quad \Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\sqrt{n}\sin.n\gamma\sin.\gamma\,\text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}F(\gamma)\,d\gamma,$$

$$\Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\frac{1}{\sqrt{n}}\cos.n\gamma\sin.\gamma\,\text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}F(\gamma)\int_\alpha^\gamma\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\,d\gamma,$$

$$\Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\frac{1}{\sqrt{n}}\sin.n\gamma\sin.\gamma\,\text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}F(\gamma)\int_\alpha^\gamma\frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\,d\gamma,\quad \Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\frac{1}{n\sqrt{n}}\,p\sin.\gamma F(\gamma)\,d\gamma$$

où les sommes s'étendent à toutes les valeurs entières de n, et celle des séries

$$\Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\frac{1}{\sqrt{n}}\cos.n\gamma\sin.\gamma\,\text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}F(\gamma)\,d\gamma,\quad \Sigma\int_\alpha^{\pi-\alpha}\frac{1}{\sqrt{n}}\sin.n\gamma\sin.\gamma\,\text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}}\frac{\gamma}{2}F(\gamma)\,d\gamma,$$

où les sommes s'étendent successivement à toutes les valeurs paires, et à toutes les valeurs impaires de n.

D'abord il est inutile de s'occuper de la série

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{n\sqrt{n}}\, p \sin.\gamma\, \mathrm{F}(\gamma)\, d\gamma,$$

puisque la série $\Sigma \frac{1}{n\sqrt{n}}$ est convergente et que la fonction $p \sin.\gamma\, \mathrm{F}(\gamma)$ reste toujours finie entre les limites de l'intégration; quant aux autres, je dis qu'il suffira de faire voir que les deux séries

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \cos. n\gamma\, \Phi(\gamma)\, d\gamma, \quad \Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \sin. n\gamma\, \Phi(\gamma)\, d\gamma,$$

où les sommes s'étendent à toutes les valeurs entières de n, et où $\Phi(\gamma)$ désigne une fonction ou un produit de fonctions indépendantes de n, ne devenant jamais infinies entre α et $\pi-\alpha$, et ne présentant entre ces limites qu'un nombre fini de *maxima* ou *minima*, sont convergentes.

Supposons en effet ce point établi, il en résultera que les séries

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \cos. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma)\, d\gamma, \quad \Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \sin. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma)\, d\gamma,$$

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \cos. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma) \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\, d\gamma,$$

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \sin. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma) \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\, d\gamma,$$

où les sommes s'étendent à toutes les valeurs entières de n, sont convergentes; et par conséquent, d'après le théorème I de l'Introduction, que les suivantes,

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}} \cos. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma)\, d\gamma, \quad \Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma)\, d\gamma,$$

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}} \cos. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma) \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\, d\gamma,$$

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin. n\gamma \sin.\gamma\, \mathrm{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, \mathrm{F}(\gamma) \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{d\gamma'}{\sin.^2\gamma'}\, d\gamma.$$

où les sommes s'étendent à toutes les valeurs entières de n le sont aussi; d'un autre côté, il est facile de démontrer que si des séries de la forme

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{\cos. n\gamma}{\sqrt{n}} \Phi(\gamma)\, d\gamma, \quad \Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{\sin. n\gamma}{\sqrt{n}} \Phi(\gamma)\, d\gamma$$

où $\Phi(\gamma)$ représente une fonction ou un produit de fonctions indépendantes de n et toujours finies entre α et $\pi - \alpha$, sont convergentes quand on étend les sommes à toutes les valeurs entières de n; il en est de même lorsqu'on n'étend ces sommes qu'aux valeurs paires ou impaires. En effet, supposons que n doive toujours être pair dans la première somme, par exemple, nous pourrons la mettre sous la forme

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \Sigma \int_{2\alpha}^{2(\pi-\alpha)} \frac{\cos. n\gamma}{\sqrt{n}} \Phi\left(\frac{\gamma}{2}\right) d\gamma,$$

le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières de n, et cette série étant convergente, il en sera de même de la première; si n doit toujours être impair, nous pourrons mettre la même somme sous la forme

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \Sigma \int_{2\alpha}^{2(\pi-\alpha)} \frac{\cos. \left(n+\frac{1}{2}\right)\gamma}{\sqrt{n+\frac{1}{2}}} \Phi\left(\frac{\gamma}{2}\right) d\gamma,$$

puis sous celle-ci

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \Sigma \int_{2\alpha}^{2(\pi-\alpha)} \frac{\cos. n\gamma \cos. \frac{\gamma}{2}}{\sqrt{n}} \Phi\left(\frac{\gamma}{2}\right) d\gamma - \frac{1}{2\sqrt{2}} \Sigma \int_{2\alpha}^{2(\pi-\alpha)} \frac{\sin. n\gamma}{\sqrt{n}} \sin. \frac{\gamma}{2}\, \Phi \frac{\gamma}{2}\, d\gamma$$
$$+ \Sigma \int_{2\alpha}^{2(\pi-\alpha)} \frac{p}{n\sqrt{n}} \Phi \frac{\gamma}{2}\, d\gamma$$

toutes ces nouvelles sommes s'étendant aux valeurs paires et impaires de n, et p représentant une fonction de γ et de n toujours au-dessous d'une certaine limite; or, les trois dernières séries sont convergentes, il en est donc de même de la série proposée. On voit par là que les séries

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}} \cos. n\gamma \sin. \gamma\, \text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, F(\gamma)\, d\gamma, \quad \Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin. n\gamma \sin. \gamma\, \text{tg.}^{\pm\frac{1}{2}} \frac{\gamma}{2}\, F(\gamma)\, d\gamma$$

où les sommes s'étendent tantôt aux valeurs paires, tantôt aux valeurs impaires de n, seront convergentes, s'il en est ainsi lorsque les sommes s'étendent à toutes les valeurs entières de n. Ainsi, comme on l'avait énoncé, tout se réduit à établir la convergence des séries

$$\Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \cos. n\gamma \Phi(\gamma)\, d\gamma, \qquad \Sigma \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sqrt{n} \sin. n\gamma \Phi(\gamma)\, d\gamma,$$

où $\Phi(\gamma)$ représente, nous le répétons, une fonction ou un produit de fonctions, indépendantes de n, ne devenant jamais infinies entre α et $\pi - \alpha$, et présentant entre ces limites un nombre fini de *maxima* ou *minima*, et où les sommes s'étendent à toutes les valeurs entières de n. Nous allons pour cela évaluer d'abord les deux sommes

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \frac{\cos. n\gamma}{\sqrt{n}}, \qquad \Sigma_{n=1}^{n=n} \frac{\sin. n\gamma}{\sqrt{n}}.$$

18. Or, on a

$$\frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}} \int_{0}^{1} x^{n-1}\, l^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{\sqrt{n}},$$

d'où

$$\frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}} \int_{0}^{1} l^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right)\left[e^{\gamma\sqrt{-1}} + xe^{2\gamma\sqrt{-1}} + x^2 e^{3\gamma\sqrt{-1}} + \ldots\ldots + x^{n-1} e^{n\gamma\sqrt{-1}}\right] dx = \Sigma_{n=1}^{n=n} \frac{e^{n\gamma\sqrt{-1}}}{\sqrt{n}},$$

d'où

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \frac{\cos. n\gamma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}} \int_{0}^{1} l^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) \frac{\cos. \gamma - x - x^n \cos. (n+1)\gamma + x^{n+1} \cos. n\gamma}{1 + x^2 - 2x \cos. \gamma}\, dx,$$

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \frac{\sin. n\gamma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}} \int_{0}^{1} l^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) \frac{\sin. \gamma - x^n \sin. (n+1)\gamma + x^{n+1} \sin. n\gamma}{1 + x^2 - 2x \cos. \gamma}\, dx;$$

différentiant par rapport à γ et ne développant les calculs que pour les termes dépendants de n, il vient

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \sqrt{n} \sin. n\gamma = \frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}} \int_{0}^{1} l^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) \frac{2x^{n+2} \sin. \gamma \cos. n\gamma - 2x^{n+1} \sin. \gamma \cos. (n+1)\gamma}{(1 + x^2 - 2x \cos. \gamma)^2}\, dx$$
$$+ \frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}} \int_{0}^{1} l^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) \frac{-(n+1) x^n \sin. (n+1)\gamma + nx^{n+1} \sin. n\gamma}{1 + x^2 - 2x \cos. \gamma}\, dx + k$$

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \sqrt{n} \cos. n\gamma = \frac{1}{\Gamma \frac{1}{2}} \int_0^1 l^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x}\right) \frac{2x^{n+1} \sin. \gamma \sin. (n+1)\gamma - 2x^{n+2} \sin. \gamma \sin. n\gamma}{(1+x^2-2x\cos. \gamma)^2} dx$$

$$+ \frac{1}{\Gamma \frac{1}{2}} \int_0^1 l^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x}\right) \frac{-(n+1)x^n \cos. (n+1)\gamma + nx^{n+1} \cos. n\gamma}{1+x^2-2x\cos. \gamma} dx + k',$$

k et k' représentant des fonctions de γ indépendantes de n et jouissant de la propriété de rester toujours au-dessous d'une certaine limite fixe, lorsque γ varie de α à $\pi-\alpha$.

Actuellement on peut remarquer que puisque en général

$$\frac{1}{\Gamma \frac{1}{2}} \int_0^1 l^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x}\right) x^{p-1} dx = \frac{1}{\sqrt{p}},$$

on a aussi

$$\frac{1}{\Gamma \frac{1}{2}} \int_0^1 l^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x}\right) \frac{x^{p-1} dx}{1+x^2-2x\cos. \gamma} = \frac{M}{\sqrt{p}}, \quad \frac{1}{\Gamma \frac{1}{2}} \int_0^1 l^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x}\right) \frac{x^{p-1} dx}{(1+x^2-2x\cos. \gamma)^2} = \frac{N}{\sqrt{p}}$$

M et N étant des fonctions de p et de γ qui, pour toutes les valeurs de p et pour toutes les valeurs de γ, de α à $\pi-\alpha$, restent au-dessous d'une certaine limite fixe, et qui jouissent en outre de la propriété de constamment décroître, lorsqu'après avoir fixé p d'une manière quelconque, d'ailleurs, on fait croître γ de α à $\pi-\alpha$; d'après cela les formules ci-dessus deviennent

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \sqrt{n} \cos. n\gamma = \frac{M(n+1)\cos. (n+1)\gamma}{\sqrt{n+1}} + \frac{M_1 n \cos. n\gamma}{\sqrt{n+2}} + \frac{N \sin. \gamma \sin. (n+1)\gamma}{\sqrt{n+2}} + \frac{N_1 \sin. \gamma \sin. n\gamma}{\sqrt{n+3}} + k$$

$$\Sigma_{n=1}^{n=n} \sqrt{n} \sin. n\gamma = \frac{M(n+1)\sin. (n+1)\gamma}{\sqrt{n+1}} + \frac{M_1 n \sin. n\gamma}{\sqrt{n+2}} - \frac{N \sin. \gamma \cos. (n+1)\gamma}{\sqrt{n+2}} - \frac{N_1 \sin. \gamma \cos. n\gamma}{\sqrt{n+3}} + h',$$

M, M_1, N, N_1 étant des quantités analogues aux quantités M et N pré-

cédemment définies, et l'on a

$$\Sigma_{n=1}^{n=n}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\sqrt{n}\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}(n+1)\cos.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+1}}$$

$$+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}_1 n\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}}+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}\sin.\gamma\sin.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}}$$

$$+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}_1\sin.\gamma\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+3}}+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}k\,\Phi(\gamma)\,d\gamma$$

$$\Sigma_{n=1}^{n=n}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\sqrt{n}\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}(n+1)\sin.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+1}}$$

$$+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}_1 n\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}}-\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}\sin.\gamma\cos.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}}$$

$$-\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}_1\sin.\gamma\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+3}}+\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}k'\,\Phi(\gamma)\,d\gamma;$$

de telle sorte que pour établir la convergence des deux séries

$$\Sigma\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\sqrt{n}\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma,\quad \Sigma\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\sqrt{n}\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma,$$

il suffit de faire voir que les limites vers lesquelles tendent les différentes expressions

$$\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}(n+1)\cos.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+1}},\quad \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}_1 n\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}}.$$

$$\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}\sin.\gamma\sin.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}},\quad \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}_1\sin.\gamma\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+3}},$$

$$\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}(n+1)\sin.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+1}},\quad \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{M}_1 n\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}},$$

$$\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}\sin.\gamma\cos.(n+1)\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+2}},\quad \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\mathrm{N}_1\sin.\gamma\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma}{\sqrt{n+3}}.$$

à mesure que n croît, sont toutes finies et déterminées, puisque les deux intégrales

$$\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} k\,\Phi(\gamma)\,d\gamma, \quad \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} k'\,\Phi(\gamma)\,d\gamma$$

sont indépendantes de n et finies. A cet effet, nous démontrerons, il est clair que cela suffit, que zéro est la limite vers laquelle tendent les deux intégrales

$$\sqrt{n}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \mathrm{M}\cos. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma\,, \quad \sqrt{n}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \mathrm{M}\sin. n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma\,,$$

dans lesquelles $\Phi(\gamma)$ représente, comme plus haut, un produit de fonctions de γ ne devenant jamais infinies entre α et $\pi-\alpha$, et présentant entre ces limites un nombre fini de *maxima* ou *minima*, et M une fonction de γ et de n qui, pour toutes les valeurs de n et pour toutes les valeurs de γ, depuis α jusqu'à $\pi-\alpha$, reste au-dessous d'une certaine limite, et qui jouit en outre de la propriété de constamment décroître lorsque γ croît de α à $\pi-\alpha$.

19. Divisons l'intervalle compris entre α et $\pi-\alpha$ en une série d'autres, de façon que dans chacun de ces nouveaux intervalles, les facteurs qui composent $\Phi(\gamma)$ varient dans le même sens; soient a et b les limites d'un quelconque de ces intervalles, appelons p, p_1, p_2 les facteurs de $\Phi(\gamma)$ qui vont constamment en diminuant lorsque γ varie de a à b et q, q_1, q_2, ceux qui vont en augmentant; soit d'ailleurs A un nombre positif et déterminé supérieur à la valeur absolue de chacun des deux produits

$$\mathrm{M}pp_1p_2\,, \quad qq_1q_2\,,$$

pour toutes les valeurs de n et pour toutes les valeurs de γ, depuis a jusqu'à b; nous pourrons écrire la partie des deux intégrales ci-dessus qui se rapporte à l'intervalle compris entre a et b, de la manière suivante :

$$-\int_a^b \sqrt{n}\cos. n\gamma\,(\mathrm{A}+\mathrm{M}pp_1p_2)(\mathrm{A}-qq_1q_2)\,d\gamma + \mathrm{A}\int_a^b \sqrt{n}\cos. n\gamma\,(\mathrm{A}+\mathrm{M}pp_1p_2)\,d\gamma$$

$$+\mathrm{A}\int_a^b \sqrt{n}\cos. n\gamma\,(\mathrm{A}-qq_1q_2)\,d\gamma - \mathrm{A}^2\int_a^b \sqrt{n}\cos. n\gamma\,d\gamma,$$

$$-\int_a^b \sqrt{n}\,\sin.\,n\gamma\,(A+Mpp_1p_2)(A-qq_1q_2)\,d\gamma + A\int_a^b \sqrt{n}\,\sin.\,n\gamma\,(A+Mpp_1p_2)\,d\gamma$$

$$+A\int_a^b \sqrt{n}\,\sin.\,n\gamma\,(A-qq_1q_2)\,d\gamma - A^2\int_a^b \sqrt{n}\,\sin.\,n\gamma\,d\gamma,$$

remarquant alors que les intégrales définies

$$\int_a^\gamma \sqrt{n}\cos.\,n\gamma d\gamma,\quad \int_a^\gamma \sqrt{n}\sin.\,n\gamma d\gamma,$$

sont, quelles que soient les limites, inférieures à $\frac{2}{\sqrt{n}}$, et que les expressions

$$A+Mpp_1p_2,\quad A-qq_1q_2,\quad (A+Mpp_1p_2)(A-qq_1q_2)$$

sont positives et décroissantes, on verra aisément, d'après le lemme II de l'Introduction, que la partie considérée des deux intégrales

$$\int_\alpha^{\pi-\alpha} \sqrt{n}\,\Phi(\gamma)\,d\gamma,\quad \int_\alpha^{\pi-\alpha} \sqrt{n}\sin.\,n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma$$

est moindre qu'un nombre de la forme $\frac{k}{\sqrt{n}}$, k étant indépendant de n et au-dessous d'une certaine limite, et, par conséquent, aussi petite qu'on le veut, en prenant n suffisamment grand; ce que nous avons dit de la partie des intégrales précédentes, qui se rapporte à l'intervalle compris de a à b, nous pourrions le dire de tous les autres intervalles en lesquels nous avons décomposé l'intervalle de α à $\pi-\alpha$; donc le nombre de ces intervalles étant fini, puisque le nombre des *maxima* et *minima*, compris entre α et $\pi-\alpha$, des différents facteurs p, p_1, p_2, q, q_1, q_2 de $\Phi(\gamma)$, est lui-même limité, nous pouvons conclure que les intégrales totales

$$\int_\alpha^{\pi-\alpha} \sqrt{n}\cos.\,n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma,\quad \int_\alpha^{\pi-\alpha} \sqrt{n}\sin.\,n\gamma\,\Phi(\gamma)\,d\gamma$$

sont aussi petites que l'on veut, en prenant n suffisamment grand.

NOTE

Sur le développement ordonné suivant les puissances ascendantes et entières de la variable. — Démonstration nouvelle du théorème de M. Cauchy.

Parmi les développements en nombre infini qui peuvent servir à représenter les fonctions, le plus simple est le développement ordonné suivant les puissances ascendantes entières et positives de la variable. Il consiste dans l'égalité suivante :

$$f(x) = f(o) + f'(o)\,x + f''(o)\,\frac{x^2}{1.2} + \ldots\ldots + f^n(o)\,\frac{x^n}{1.2.3\ldots\ldots n} + \ldots\ldots$$

Cette formule, que l'on doit à Maclaurin a, d'abord été admise pour toute espèce de fonctions et pour toutes les valeurs de la variable; mais on a bientôt reconnu la nécessité d'en restreindre la généralité, en remarquant que, dans certains cas, la série du second membre était divergente. On a alors cherché l'expression du reste de la série, et de cette manière, il a été possible de légitimer dans les applications l'emploi de la formule; toutefois la question n'était pas encore complétement épuisée; il restait en effet à trouver des caractères généraux propres à reconnaître si le développement indéfini pouvait ou non être substitué à la fonction. C'est ce qui a été fait par M. Cauchy. Dans un travail publié à Turin en 1831, et plus tard, dans différents mémoires insérés dans les *Nouveaux exercices de mathématiques* et dans les *Comptes-rendus* de l'Académie des sciences de Paris, l'illustre géomètre a démontré le théorème suivant :

Toute fonction f(x) *de la variable réelle ou imaginaire* x, *est développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes entières et positives de* x, *si le module de cette variable conserve une valeur inférieure à celle pour laquelle la fonction ou sa dérivée cesse d'être finie et continue.*

Nous allons donner de ce beau théorème une démonstration nouvelle, qui nous permettra de fixer d'une manière nette les termes suivant lesquels son énoncé doit être interprété, en même temps qu'elle nous fera

connaître quelques modifications qu'il est indispensable d'apporter à cet énoncé (*).

1. Remarquons d'abord que pour qu'une fonction $f(x)$ soit développable en série convergente, d'après la formule de Maclaurin, il ne suffit pas qu'elle soit numériquement connue pour une suite de valeurs réelles de la variable, comme, par exemple, les fonctions considérées dans le mémoire précédent; il est nécessaire que la fonction $f(x)$ soit donnée algébriquement et que l'on connaisse les opérations générales au moyen desquelles on déduit cette fonction de la variable x. En effet, il serait, sans cela, impossible de se faire une idée des dérivées sucessives $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, ... et, par suite, des termes qui entrent dans le développement de Maclaurin. Cela étant, nous regarderons la fonction proposée comme définie pour toutes les valeurs réelles et imaginaires de x, et nous poserons

$$f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right) = \varphi(r,\theta) + \sqrt{-1}\,\psi(r,\theta),$$

φ et ψ représentant des fonctions réelles parfaitement déterminées, quelles que soient les valeurs réelles attribuées à r depuis o jusqu'à l'∞, et à θ depuis o jusqu'à 2π, mais pouvant admettre, chacune, plusieurs et même une infinité de valeurs pour chaque système de valeurs attribuées à r et à θ. Or, je dis en premier lieu, que s'il existe des valeurs réelles et positives de x pour lesquelles le développement

$$f(o) + f'(o)\,x + f''(o)\frac{x^2}{1.2} + \ldots\ldots + f^n(o)\frac{x^n}{1.2.3\ldots\ldots n} + \ldots\ldots$$

soit convergent et égal à $f(x)$, il devra, parmi les différentes valeurs de $f(re^{\theta\sqrt{-1}})$, s'en trouver une qui soit continue par rapport à r et à θ pour toutes les valeurs de r inférieures à une certaine limite, et qui se réduise à $f(r)$ lorsqu'on fera $\theta = o$, $\theta = 2\pi$; de manière que l'existence de cette valeur est une première condition sans laquelle la fonction $f(x)$ ne saurait être développable suivant la série de Maclaurin. Pour démontrer ce pre-

(*) On peut lire avec intérêt, à ce sujet, deux mémoires de M. Ernest Lamarle, et un mémoire de M. Cauchy, insérés dans les tomes XI et XII du *Journal de mathématiques* de M. Liouville.

mier point, il suffit de remarquer que si l'on a

$$f(x) = f(o) + f'(o)\,x + f''(o)\,\frac{x^2}{1.2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{x^n}{1.2\ldots n} + \ldots$$

tant que x reste réel positif et moindre que x_1, l'expression

$$f(o) + f'(o)\,r\cos.\theta + f''(o)\,\frac{r^2\cos.2\theta}{1.2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{r^n\cos.n\theta}{1.2\ldots n} + \ldots$$
$$+ \sqrt{-1}\left\{f'(o)\,r\sin.\theta + f''(o)\,\frac{r^2\sin.2\theta}{1.2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{r^n\sin.n\theta}{1.2\ldots n} + \ldots\right\}$$

est, pour $r < x_1$ et quelle que soit la fonction $f(x)$: 1° une valeur de $f(re^{\theta\sqrt{-1}})$; 2° une fonction continue de r et de θ (théorèmes II et IV de l'Introduction); 3° égale à $f(r)$ pour $\theta = o$ et $\theta = 2\pi$.

2. Nous appellerons plus spécialement $\varphi(r, \theta) + \sqrt{-1}\,\psi(r, \theta)$, cette valeur particulière de $f(re^{\theta\sqrt{-1}})$ qui, pour des valeurs suffisamment petites de r, est continue par rapport à r et θ et qui se réduit lorsqu'on fait $\theta = o$ et $\theta = 2\pi$ à $f(r)$, ou mieux à $f_1(r) + \sqrt{-1}\,f_2(r)$, $f_1(r)$ et $f_2(r)$ étant réels, afin de comprendre le cas où $f(x)$ est une fonction imaginaire de x.

Soit maintenant R la plus petite valeur de r pour laquelle la fonction imaginaire $\varphi(r, \theta) + \sqrt{-1}\,\psi(r, \theta)$, ou ce qui revient au même, l'une des fonctions réelles $\varphi(r, \theta)$ et $\psi(r, \theta)$, cesse d'être continue, soit par rapport à r, soit par rapport à θ, et R' la plus petite valeur de la même variable pour laquelle l'une des égalités

$$\varphi(r, o) = \varphi(r, 2\pi) = f_1(r),$$
$$\psi(r, o) = \psi(r, 2\pi) = f_2(r),$$

cesse d'être satisfaite : *la série*

$$f(o) + f'(o)\,x + f''(o)\,\frac{x^2}{1.2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{x^n}{1.2\ldots n} + \ldots$$

sera convergente tant que la valeur réelle ou imaginaire attribuée à x, *aura un module inférieur au plus petit des deux nombres* R *et* R', *et la somme de cette série sera* $\varphi(r, \theta) + \sqrt{-1}\,\psi(r, \theta)$ *pour une valeur imaginaire d'argument* θ,

et par suite $\mathrm{f}_1(\mathrm{r}) + \sqrt{-1}\,\mathrm{f}_2(\mathrm{r})$ *ou* $\mathrm{f}(\mathrm{r})$ *pour une valeur réelle et positive; au contraire la série*

$$f(o) + f'(o)\,x + f''(o)\,\frac{x^2}{1.2} + \ldots\ldots + f^n(o)\,\frac{x^n}{1.2\,\ldots\ldots\,n} + \ldots\ldots$$

ne pourra être convergente lorsque x *aura un module supérieur au plus petit des deux nombres* R *et* R', *quel que soit l'argument, elle sera même nécessairement divergente pour la valeur* o *ou* 2π *de l'argument, c'est-à-dire lorsqu'on supposera la variable réelle et positive; enfin, quand le module de* x *sera égal au plus petit des nombres* R *et* R', *la série sera généralement convergente, cependant il y a des exceptions; du reste, on s'occupera en détail de ce cas un peu plus loin.*

Tel est le sens que nous donnerons à l'énoncé du théorème de M. Cauchy. Il faut maintenant nous occuper de la démonstration.

3. Supposons que r ne reçoive que des valeurs pour lesquelles les deux fonctions $\varphi(r,\theta)$, $\psi(r,\theta)$ restent toujours finies et continues, quelle que soit d'ailleurs la valeur donnée à θ de o à 2π; on pourra, d'après ce qui a été démontré dans le § 1[er] du mémoire précédent, développer ces fonctions en séries convergentes de la forme suivante :

$$\begin{aligned}\varphi(r,\theta) = a_0 &+ a_1\cos.\theta + a_2\cos.2\theta + \ldots\ldots + a_n\cos.n\theta + \ldots\ldots\\ &+ a'_1\sin.\theta + a'_2\sin.2\theta + \ldots\ldots + a'_n\sin.n\theta + \ldots\ldots\\ \psi(r,\theta) = b_0 &+ b_1\cos.\theta + b_2\cos.2\theta + \ldots\ldots + b_n\cos.n\theta + \ldots\ldots\\ &+ b'_1\sin.\theta + b'_2\sin.2\theta + \ldots\ldots + b'_n\sin.n\theta + \ldots\ldots\end{aligned}$$

et l'on aura, quel que soit n,

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\varphi(r,\theta)\cos.n\theta d\theta,\quad a'_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\varphi(r,\theta)\sin.n\theta d\theta,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\psi(r,\theta)\cos.n\theta d\theta,\quad b'_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\psi(r,\theta)\sin.n\theta d\theta.$$

A ces valeurs des coefficients, on peut dans le cas actuel, en substituer d'autres : en effet $\varphi(r,\theta)$ et $\psi(r,\theta)$ sont des fonctions continues de θ, il est donc permis d'appliquer aux intégrales le procédé de l'intégration

par parties, et si

$$\varphi(r, o) = \varphi(r, 2\pi), \quad \psi(r, o) = \psi(r, 2\pi),$$

on trouve

$$a_n = -\frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r, \theta)}{d\theta} \sin. n\theta d\theta, \quad a'_n = \frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r, \theta)}{d\theta} \cos. n\theta d\theta,$$

$$b_n = -\frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r, \theta)}{d\theta} \sin. n\theta d\theta, \quad b'_n = \frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r, \theta)}{d\theta} \cos. n\theta d\theta;$$

mais à cause de l'origine des fonctions $\varphi(r, \theta)$ et $\psi(r, \theta)$, on a

$$\frac{d\varphi(r, \theta)}{d\theta} = -r\frac{d\psi(r, \theta)}{dr}, \quad \frac{d\psi(r, \theta)}{d\theta} = r\frac{d\varphi(r, \theta)}{dr},$$

donc

$$a_n = \frac{r}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r, \theta)}{dr} \sin. n\theta d\theta, \quad a'_n = -\frac{r}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r, \theta)}{dr} \cos. n\theta d\theta,$$

$$b_n = -\frac{r}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r, \theta)}{dr} \sin. n\theta d\theta, \quad b'_n = \frac{r}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r, \theta)}{dr} \cos. n\theta d\theta;$$

d'un autre côté, les fonctions $\varphi(r, \theta)$, $\psi(r, \theta)$ étant continues par rapport à r, il est permis aussi de différentier sous le signe $\int$ par rapport à r dans les valeurs de a_n, a'_n, b_n, b'_n, et il vient

$$\frac{da_n}{dr} = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r, \theta)}{dr} \cos. n\theta d\theta, \quad \frac{da'_n}{dr} = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r, \theta)}{dr} \sin. n\theta d\theta,$$

$$\frac{db_n}{dr} = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r, \theta)}{dr} \cos. n\theta d\theta, \quad \frac{db'_n}{dr} = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r, \theta)}{dr} \sin. n\theta d\theta;$$

rapprochant ces égalités des précédentes, on voit que

$$r\frac{da_n}{dr} = nb'_n, \quad r\frac{da'_n}{dr} = -nb_n,$$

$$r\frac{db_n}{dr} = -na'_n, \quad r\frac{db'_n}{dr} = na_n;$$

au moyen de ces relations, on trouve des valeurs fort simples pour les

coefficients a_n, a'_n, b_n, b'_n : d'abord on en déduit

$$r\frac{d(a_n+b'_n)}{dr}= n(a_n+b'_n),\quad r\frac{d(a_n-b'_n)}{dr}=-n(a_n-b'_n),$$
$$r\frac{d(a'_n+b_n)}{dr}=-n(a'_n+b_n),\quad r\frac{d(a'_n-b_n)}{dr}= n(a'_n-b_n),$$

puis, par l'intégration,

$$a_n+b'_n=c_n\ r^n,\quad a_n-b'_n=c_{-n}\,r^{-n},$$
$$a'_n+b_n=c'_{-n}\,r^{-n},\quad a'_n-b_n=c'_n\ r^n,$$

c_n, c_{-n}, c'_n, c'_{-n}, représentant quatre constantes quelconques; d'où

$$a_n=\tfrac{1}{2}c_n\,r^n+\tfrac{1}{2}c_{-n}\,r^{-n},\quad b'_n=\tfrac{1}{2}c_n\,r^n-\tfrac{1}{2}c_{-n}\,r^{-n},$$
$$a'_n=\tfrac{1}{2}c'_n\,r^n+\tfrac{1}{2}c'_{-n}\,r^{-n},\quad b_n=-\tfrac{1}{2}c'_n\,r^n+\tfrac{1}{2}c'_{-n}\,r^{-n}.$$

Portant ces valeurs dans les développements de $\varphi(r,\theta)$, $\psi(r,\theta)$ et ordonnant par rapport aux puissances croissantes de r, on trouve

$$\begin{aligned}\varphi(r,\theta) &= \ldots + \tfrac{1}{2}(c_{-n}\cos. n\theta + c'_{-n}\sin. n\theta)\,r^{-n} + \ldots + a_0 + \ldots\\ &\quad + \tfrac{1}{2}(c_n\cos. n\theta + c'_n\sin. n\theta)\,r^n + \ldots\\ \psi(r,\theta) &= \ldots + \tfrac{1}{2}(c'_{-n}\cos. n\theta - c_{-n}\sin. n\theta)\,r^{-n} + \ldots + b_0 + \ldots\\ &\quad + \tfrac{1}{2}(-c'_n\cos. n\theta + c_n\sin. n\theta)\,r^n + \ldots\end{aligned}$$

ou bien en ajoutant à la première égalité, la seconde préalablement multipliée par $\sqrt{-1}$,

$$(1).\quad \varphi(r,\theta)+\sqrt{-1}\,\psi(r,\theta)=\ldots + A_{-n}r^{-n}e^{-n\theta\sqrt{-1}}+\ldots + A_0+\ldots + A_n\,r^n\,e^{n\theta\sqrt{-1}}+\ldots$$

en posant

$$A_{-n}=\tfrac{1}{2}(c_{-n}+c'_{-n}\sqrt{-1}),\quad A_0=a_0+b_0\sqrt{-1},\quad A_n=\tfrac{1}{2}(c_n-c'_n\sqrt{-1}).$$

4. Cette formule nous montre généralement que si r varie entre deux limites pour lesquelles : 1° les deux fonctions $\varphi(r,\theta)$, $\psi(r,\theta)$ restent toujours continues, soit par rapport à r, soit par rapport à θ; 2° les deux égalités

$$\varphi(r,o)=\varphi(r,2\pi),\quad \psi(r,o)=\psi(r,2\pi),$$

ne cessent pas d'avoir lieu; la fonction $\varphi(r, \theta) + \sqrt{-1}\,\psi(r, \theta)$ est développable en une série convergente dont les termes ont des coefficients constants, et sont ordonnés par rapport aux puissances entières positives et négatives de $re^{\theta\sqrt{-1}}$.

C'est la généralisation du théorème de M. Cauchy, ou plutôt le nouveau théorème dont on est redevable à M. le capitaine Laurent (voyez les *Comptes-rendus* de l'Académie des sciences de Paris, tome XVII, page 938). Sans nous arrêter plus long-temps sur ce point, admettons que les deux limites entre lesquelles varie r, soient zéro et le plus petit des deux nombres R et R′ définis plus haut, la formule (1) sera applicable d'après nos hypothèses, de plus, comme la série

$$\ldots.. + A_{-n}\, r^{-n} e^{-n\theta\sqrt{-1}} + \ldots.. + A_0 + \ldots.. + A_n\, r^n e^{n\theta\sqrt{-1}} + \ldots..$$

devra être convergente pour des valeurs de r aussi petites qu'on voudra, on aura nécessairement

$$A_{-1} = A_{-2} = \ldots.. = A_{-n} = \ldots.. = o,$$

et la formule se réduira à

$$\varphi(r, \theta) + \sqrt{-1}\,\psi(r, \theta) = f(re^{\theta\sqrt{-1}}) = A_0 + A_1 re^{\theta\sqrt{-1}} + A_2 r^2 e^{2\theta\sqrt{-1}} + \ldots.. + A_n\, r^n e^{n\theta\sqrt{-1}} + \ldots..$$

quant aux coefficients A_0, A_1 A_2, ... A_n, on les déterminera sans difficulté: attribuons en effet à la variable $re^{\theta\sqrt{-1}}$, une valeur réelle et positive x, c'est-à-dire faisons $\theta = o$ ou $\theta = 2\pi$, nous aurons

$$f(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \ldots.. + A_n x^n + \ldots..,$$

pourvu que x soit inférieur au plus petit des deux nombres R et R′; de là on tire (corollaire du théorème V de l'Introduction) :

$$A_0 = f(o), \quad A_1 = f'(o), \quad A_2 = \frac{f''(o)}{1.2}, \quad \ldots.. \quad A_n = \frac{f^n(o)}{1.2\ldots..n}, \quad \ldots..$$

Ainsi r étant inférieur à R et R', on a

$$\varphi(r,\theta)+\sqrt{-1}\,\psi(r,\theta)=f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right)=f(o)+f'(o)\,re^{\theta\sqrt{-1}}+f''(o)\frac{r^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2}+\ldots\ldots$$
$$+f^n(o)\frac{r^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2\ldots\ldots n}+\ldots\ldots$$

et la première partie du théorème de M. Cauchy est démontrée.

5. Admettons maintenant que r atteigne le plus petit des deux nombres R et R', c'est-à-dire le nombre R, car évidemment R' ne peut surpasser R; l'une des conditions

$$\varphi(r,o)=\varphi(r,2\pi)=f_1(r),$$
$$\psi(r,o)=\psi(r,2\pi)=f_2(r),$$

ne pouvant cesser d'être satisfaite, sans que l'une des fonctions $\varphi(r,\theta)$, $\psi(r,\theta)$ devienne par cela même discontinue, par rapport à r; et voyons si dans ce cas, l'égalité

$$\varphi(r,\theta)+\sqrt{-1}\,\psi(r,\theta)=f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right)=f(o)+f'(o)\,re^{\theta\sqrt{-1}}+f''(o)\frac{r^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2}+\ldots\ldots$$
$$+f^n(o)\frac{r^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2.3\ldots.n}+\ldots\ldots$$

subsiste encore.

Je remarquerai avant tout que la discontinuité que l'on suppose avoir lieu à l'égard de l'une des fonctions $\varphi(r,\theta)$, $\psi(r,\theta)$, et par conséquent de $f(re^{\theta\sqrt{-1}})$, pour r égal à R et θ égal à une valeur particulière, α par exemple, ou, ce qui revient au même, pour $re^{\theta\sqrt{-1}}=\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$, peut être de deux natures différentes; elle peut consister en un changement brusque de valeur qui se produit dans cette fonction, lorsque faisant varier $re^{\theta\sqrt{-1}}$, on passe par la valeur $\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$; elle peut encore être due à ce que cette fonction devient infinie, lorsqu'on fait $re^{\theta\sqrt{-1}}=\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$.

6. Considérons d'abord le premier cas. La série

$$f(o)+f'(o)\,\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}+f''(o)\frac{\mathrm{R}^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2}+\ldots\ldots+f^n(o)\frac{\mathrm{R}^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2.3\ldots..n}+\ldots\ldots$$

sera toujours convergente, et elle aura pour somme

$$\varphi(\mathrm{R},\theta)+\sqrt{-1}\,\psi(\mathrm{R},\theta)=f\left(\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}\right),$$

si θ est différent de α, et

$$\tfrac{1}{2}\left[\varphi(\mathrm{R},\alpha-\varepsilon)+\sqrt{-1}\,\psi(\mathrm{R},\alpha-\varepsilon')+\varphi(\mathrm{R},\alpha+\varepsilon)+\sqrt{-1}\,\psi(\mathrm{R},\alpha+\varepsilon')\right],$$

où ε et ε' représentent des nombres infiniment petits, si $\theta=\alpha$.

En effet, on peut poser, les séries du second membre étant convergentes,

$$\begin{aligned}\varphi(\mathrm{R},\theta)=a_0&+a_1\cos.\theta+a_2\cos.2\theta+\ldots\ldots+a_n\cos.n\theta+\ldots\ldots\\&+a'_1\sin.\theta+a'_2\sin.2\theta+\ldots\ldots+a'_n\sin.n\theta+\ldots\ldots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi(\mathrm{R},\theta)=b_0&+b_1\cos.\theta+b_2\cos.2\theta+\ldots\ldots+b_n\cos.n\theta+\ldots\ldots\\&+b'_1\sin.\theta+b'_2\sin.2\theta+\ldots\ldots+b'_n\sin.n\theta+\ldots\ldots\end{aligned}$$

toutefois, il faut avoir soin, lorsqu'on suppose $\theta=\alpha$, de remplacer les premiers membres, respectivement par

$$\tfrac{1}{2}\left[\varphi(\mathrm{R},\alpha-\varepsilon)+\varphi(\mathrm{R},\alpha+\varepsilon)\right],\quad \tfrac{1}{2}\left[\psi(\mathrm{R},\alpha-\varepsilon')+\psi(\mathrm{R},\alpha+\varepsilon')\right];$$

d'ailleurs

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta d\theta,\quad a'_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(\mathrm{R},\theta)\sin.n\theta d\theta$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta d\theta,\quad b'_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi(\mathrm{R},\theta)\sin.n\theta d\theta.$$

Or, r étant aussi voisin qu'on le veut de R, mais pourtant inférieur, on a, comme on l'a vu plus haut,

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta)\cos.n\theta d\theta=\tfrac{1}{2}c_nr^n+\tfrac{1}{2}c_{-n}r^{-n},\ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta)\sin.n\theta d\theta=\tfrac{1}{2}c'_nr^n+\tfrac{1}{2}c'_{-n}r^{-n},$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi(r,\theta)\cos.n\theta d\theta=-\tfrac{1}{2}c'_nr^n+\tfrac{1}{2}c'_{-n}r^{-n},\ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi(r,\theta)\sin.n\theta d\theta=\tfrac{1}{2}c_nr^n-\tfrac{1}{2}c_{-n}r^{-n}.$$

c_n, c'_n, c_{-n}, c'_{-n} étant des constantes vérifiant les conditions

$$\tfrac{1}{2}(c_{-n} + c'_{-n}\sqrt{-1}) = A_{-n} = o$$

$$\tfrac{1}{2}(c_n - c'_n\sqrt{-1}) = A_n = \frac{f^n(o)}{1.2.3\ldots\ldots n};$$

donc faisant tendre r vers R et remarquant que les intégrales

$$\int_o^{2\pi}\varphi(r,\theta)\cos.n\theta d\theta,\ \int_o^{2\pi}\varphi(r,\theta)\sin.n\theta d\theta,\ \int_o^{2\pi}\psi(r,\theta)\cos.n\theta d\theta,\ \int_o^{2\pi}\psi(r,\theta)\sin.n\theta d\theta,$$

sont évidemment des fonctions continues de r, il vient

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta d\theta = a_n = \tfrac{1}{2}c_n\mathrm{R}^n + \tfrac{1}{2}c_{-n}\mathrm{R}^{-n}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\varphi(\mathrm{R},\theta)\sin.n\theta d\theta = a'_n = \tfrac{1}{2}c'_n\mathrm{R}^n + \tfrac{1}{2}c'_{-n}\mathrm{R}'^{-n}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\psi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta d\theta = b_n = -\tfrac{1}{2}c'_n\mathrm{R}^n + \tfrac{1}{2}c'_{-n}\mathrm{R}^{-n}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi}\psi(\mathrm{R},\theta)\sin.n\theta d\theta = b'_n = \tfrac{1}{2}c_n\mathrm{R}^n - \tfrac{1}{2}c_{-n}\mathrm{R}^{-n}.$$

Portant ces valeurs dans le développement de $\varphi(\mathrm{R},\theta)$ et dans celui de $\psi(\mathrm{R},\theta)$, puis ajoutant au premier résultat le second multiplié par $\sqrt{-1}$, on trouve sans difficulté

$$\varphi(\mathrm{R},\theta) + \sqrt{-1}\,\psi(\mathrm{R},\theta) = f(\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}) = f(o) + f'(o)\,\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}} + f''(o)\frac{\mathrm{R}^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2} + \ldots\ldots$$

$$+ f^n(o)\frac{\mathrm{R}^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2.3\ldots\ldots n} + \ldots\ldots$$

égalité dans laquelle le premier membre doit être remplacé par

$$\tfrac{1}{2}[\varphi(\mathrm{R},\alpha-\varepsilon) + \varphi(\mathrm{R},\alpha+\varepsilon) + \sqrt{-1}\,\psi(\mathrm{R},\alpha-\varepsilon') + \sqrt{-1}.\psi(\mathrm{R},\alpha+\varepsilon')],$$

quand on pose $\theta = \alpha$.

7. Considérons, en second lieu, le cas où l'une des fonctions $\varphi(r, \theta)$, $\psi(r, \theta)$ et par conséquent la fonction $f(re^{\theta\sqrt{-1}})$, devient infinie pour $re^{\theta\sqrt{-1}} = \mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$; la série

$$f(o) + f'(o)\,\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}} + f''(o)\frac{\mathrm{R}^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2} + \ldots\ldots + f^n(o)\frac{\mathrm{R}^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2.3\ldots\ldots n} + \ldots\ldots$$

sera convergente et représentera la fonction $f(\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}})$ (en excluant bien entendu le cas de $\theta = \alpha$), s'il est possible de trouver un nombre δ positif et déterminé, de façon que le produit

$$(\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}})^{1-\delta} f(re^{\theta\sqrt{-1}})$$

dans lequel le premier facteur est réduit à l'une quelconque de ses déterminations, tende vers une limite *finie* a_o, lorsque $re^{\theta\sqrt{-1}}$ s'approche indéfiniment de $\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$, en variant d'ailleurs d'après une loi quelconque; à quoi il convient d'ajouter cette propriété très-importante, qu'à cause de la forme de l'expression

$$(\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}})^{1-\delta} f(re^{\theta\sqrt{-1}}),$$

la limite a_o est indépendante de la relation par laquelle r et θ sont liés dans leurs variations, et peut par conséquent être obtenue en posant, par exemple, $r = \mathrm{R}$, et puis faisant tendre θ vers α. Au contraire, l'égalité

$$f(\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}) = f(o) + f'(o)\,\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}} + f''(o)\,\frac{\mathrm{R}^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2} + \ldots\ldots + f^n(o)\,\frac{\mathrm{R}^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2\ldots\ldots n} + \ldots\ldots$$

n'aura pas lieu, si la condition précédente ne pouvant être remplie, la limite a'_o vers laquelle tend le produit

$$(\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}})\, f(re^{\theta\sqrt{-1}}),$$

à mesure que $re^{\theta\sqrt{-1}}$ s'approche de $\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$, en variant suivant une loi

quelconque, ou ce qui revient au même d'après une loi particulière arbitrairement fixée, est différente de zéro (*).

8. Cette seconde partie s'aperçoit aisément et nous pouvons nous en débarrasser immédiatement; appelons en effet ρ le module

$$[R^2 + r^2 - 2Rr\cos.(\alpha-\theta)]^{\frac{1}{2}} \text{ de } (Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}),$$

de manière que

$$\rho\sqrt{(\varphi(r,\theta))^2 + (\psi(r,\theta))^2}$$

soit le module de

$$(Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}})\, f(re^{\theta\sqrt{-1}}),$$

(*) Il pourrait arriver que, quelque petit que fût δ, la valeur de a_0 fût infinie, a'_0 étant en même temps égal à zéro; dans ce cas, il faudrait chercher les valeurs a_1 et a'_1 que prennent pour $re^{\theta\sqrt{-1}} = Re^{\alpha\sqrt{-1}}$, les deux expressions

$$\left(Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}\right)\left(l\,\frac{1}{Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}}\right)^{1+\delta} f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right),$$

$$\left(Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}\right)\, l\,\frac{1}{Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}}\, f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right),$$

où δ est un nombre positif aussi petit que l'on veut, et où les deuxièmes facteurs sont réduits à une de leur détermination; l'égalité

$$(a) \ldots\ldots f\left(Re^{\theta\sqrt{-1}}\right) = f(o) + f'(o)\,Re^{\theta\sqrt{-1}} + \ldots + f^n(o)\,\frac{R^n e^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2\ldots n} \ldots +$$

aurait lieu, si a_1 n'était pas infini, et n'aurait pas lieu si a'_1 n'était pas zéro. Si a_1 était infini et a'_1 nul; il faudrait chercher les valeurs a_2 et a'_2 que prennent pour $re^{\theta\sqrt{-1}} = Re^{\alpha\sqrt{-1}}$, les deux expressions

$$\left(Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}\right) l\,\frac{1}{Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}}\left(ll\,\frac{1}{Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}}\right)^{1+\delta} f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right)$$

$$\left(Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}\right) l\,\frac{1}{Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}}\; ll\,\frac{1}{Re^{\alpha\sqrt{-1}} - re^{\theta\sqrt{-1}}}\, f\left(re^{\theta\sqrt{-1}}\right),$$

où δ est un nombre positif aussi petit que l'on veut, et où les deuxièmes et troisièmes facteurs sont réduits à une de leurs déterminations, l'égalité (a) aurait lieu si a_2 n'était pas infini et n'aurait pas lieu si a'_2 n'était pas nul. Ainsi de suite, en un mot, il faut suivre la marche qui sert à reconnaître si une intégrale est ou non finie et déterminée, lorsque la fonction sous le signe $\int$ devient infinie pour l'une des limites (voyez le mémoire déjà cité, § 1er, no 11). Toutefois, comme les conditions énoncées dans le texte, suffisent presque toujours, nous ne nous arrêterons pas à démontrer les règles précédentes, ce qui du reste, n'offrirait aucune difficulté.

la limite représentée par a'_n ne pourra être différente de zéro, sans que le produit

$$\rho\sqrt{(\varphi(r,\theta))^2 + (\psi(r,\theta))^2},$$

et par suite l'un des produits $\rho\varphi(r,\theta)$, $\rho\psi(r,\theta)$, le premier, par exemple, tende vers une limite différente de zéro, lorsque $re^{\theta\sqrt{-1}}$ s'approche indéfiniment de $\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}$, en variant d'après une loi quelconque; cela nous montre que le produit

$$2\mathrm{R}\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha-\theta)\,\varphi(\mathrm{R},\theta),$$

obtenu en posant $r=\mathrm{R}$ dans $\rho\varphi(r,\theta)$, doit tendre vers une limite différente de zéro, lorsque θ tend vers α, et par conséquent, qu'il est de même du produit

$$(\alpha-\theta)\,\varphi(\mathrm{R},\theta);$$

mais nous avons vu que dans ce cas, il était impossible de développer $\varphi(\mathrm{R},\theta)$ en série ordonnée suivant les sinus et cosinus des multiples entiers de θ (§ 1er, no 11, du mémoire précédent); donc il ne sera pas non plus possible de développer

$$\varphi(\mathrm{R},\theta)+\sqrt{-1}\,\psi(\mathrm{R},\theta) \quad \text{ou} \quad f(\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}),$$

en série ordonnée suivant les puissances de $\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}$.

9. Revenons maintenant à la première partie de la proposition. Je remarque d'abord que supposer a_n fini, c'est admettre que le produit

$$\rho^{1-\delta}\sqrt{[\varphi(r,\theta)]^2+[\psi(r,\theta)]^2},$$

et, par conséquent, chacun des produits $\rho^{1-\delta}\varphi(r,\theta)$, $\rho^{1-\delta}\psi(r,\theta)$ (ρ représente toujours le module de $\mathrm{R}e^{\alpha\sqrt{-1}}-re^{\theta\sqrt{-1}}$), ne peuvent pas dépasser une certaine limite lorsqu'on fait tendre d'une manière quelconque $re^{\theta\sqrt{-1}}$ vers $\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}$; mais s'il en est ainsi, les produits

$$(2\mathrm{R})^{1-\delta}[(\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha-\theta)]^{1-\delta}\varphi(\mathrm{R},\theta) \quad (2\mathrm{R})^{1-\delta}[\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha-\theta)]^{1-\delta}\psi(\mathrm{R},\theta),$$

obtenus en posant successivement $r=\mathrm{R}$ dans $\rho^{1-\delta}\varphi(r,\theta)$, $\rho^{1-\delta}\psi(r,\theta)$.

doivent tendre vers une limite finie quand θ s'approche indéfiniment de α: donc l'on peut développer $\varphi(\mathrm{R}, \theta)$, $\psi(\mathrm{R}, \theta)$ en séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des multiples entiers de θ (§ 1er, no 11, du mémoire précédent); ainsi posons

$$\begin{aligned}\varphi(\mathrm{R}, \theta) &= a_o + a_1 \cos.\varphi + a_2 \cos. 2\varphi + \ldots + a_n \cos. n\varphi + \ldots \\ &\quad + a'_1 \sin.\varphi + a'_2 \sin. 2\varphi + \ldots + a'_n \sin. n\varphi + \ldots \\ \psi(\mathrm{R}, \theta) &= b_o + b_1 \cos.\varphi + b'_2 \cos. 2\varphi + \ldots + b_n \cos. n\varphi + \ldots \\ &\quad + b'_1 \sin.\varphi + b'_2 \sin. 2\varphi + \ldots + b'_n \sin. n\varphi + \ldots\end{aligned}$$

les coefficients a_n, a'_n, b_n, b'_n, ayant toujours pour valeurs respectives

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(\mathrm{R}, \theta) \cos. n\theta\, d\theta, \quad a'_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(\mathrm{R}, \theta) \sin. n\theta\, d\theta,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(\mathrm{R}, \theta) \cos. n\theta\, d\theta, \quad b'_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(\mathrm{R}, \theta) \sin. n\theta\, d\theta.$$

Or, r étant aussi peu différent que l'on veut de R, mais pourtant inférieur, on a

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(r, \theta) \cos. n\theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} c_n r^n + \tfrac{1}{2} c_{-n} r^{-n}, \quad \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(r, \theta) \sin. n\theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} c'_n r^n + \tfrac{1}{2} c'_{-n} r^{-n}.$$

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(r, \theta) \cos. n\theta\, d\theta = -\tfrac{1}{2} c'_n r^n + \tfrac{1}{2} c'_{-n} r^{-n}, \quad \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(r, \theta) \sin. n\theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} c_n r^n - \tfrac{1}{2} c_{-n} r^{-n},$$

c_n, c'_n, c_{-n}, c'_{-n}, étant des constantes, vérifiant les conditions

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}(c_{-n} + c'_{-n}\sqrt{-1}) &= \mathrm{A}_{-n} = o, \\ \tfrac{1}{2}(c_n - c'_n \sqrt{-1}) &= \mathrm{A}_n = \frac{f^n(o)}{1.2.\ \ldots\ n}.\end{aligned}$$

Donc faisant tendre r vers R, il vient

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(\mathrm{R}, \theta) \cos. n\theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} c_n \mathrm{R}^n + \tfrac{1}{2} c_{-n} \mathrm{R}^{-n}, \quad \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(\mathrm{R}, \theta) \sin. n\theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} c'_n \mathrm{R}^n + \tfrac{1}{2} c'_{-n} \mathrm{R}^{-n}.$$

$$\frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(\mathrm{R}, \theta) \cos. n\theta\, d\theta = -\tfrac{1}{2} c'_n \mathrm{R}^n + \tfrac{1}{2} c'_{-n} \mathrm{R}^{-n}, \quad \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(\mathrm{R}, \theta) \sin. n\theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} c_n \mathrm{R}^n - \tfrac{1}{2} c_{-n} \mathrm{R}^{-n}.$$

Les constantes c_n, c'_n, c_{-n}, c'_{-n}, restant les mêmes, de là on conclut comme plus haut

$$f(\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}}) = f(o) + f'(o)\,\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}} + f''(o)\,\frac{\mathrm{R}^2 e^{2\theta\sqrt{-1}}}{2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{\mathrm{R}^n e^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2.\ldots n} + \ldots$$

en excluant bien entendu l'hypothèse $\theta = \alpha$.

10. Pour bien comprendre que les limites vers lesquelles tendent les intégrales

$$\int_o^{2\pi} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\ \int_o^{2\pi} \varphi(r,\theta)\sin.n\theta\,d\theta,\ \int_o^{2\pi} \psi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\ \int_o^{2\pi} \psi(r,\theta)\sin.n\theta\,d\theta,$$

à mesure que r s'approche indéfiniment de R, sont respectivement

$$\int_o^{2\pi} \varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\ \int_o^{2\pi} \varphi(\mathrm{R},\theta)\sin.n\theta\,d\theta,\ \int_o^{2\pi} \psi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\ \int_o^{2\pi} \psi(\mathrm{R},\theta)\sin.n\theta\,d\theta,$$

quelques développements ne seront pas inutiles. Considérons seulement l'intégrale

$$\int_o^{2\pi} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta,$$

(le même raisonnement peut s'appliquer aux trois autres), et représentant par ε un nombre positif qui devra rester invariable lorsque r croîtra, décomposons-la de la manière suivante :

$$\int_o^{\alpha-\varepsilon} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta + \int_{\alpha-\varepsilon}^{\alpha+\varepsilon} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta + \int_{\alpha+\varepsilon}^{2\pi} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta;$$

si nous admettons que r tende vers R, les deux parties

$$\int_o^{\alpha-\varepsilon} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\ \int_{\alpha+\varepsilon}^{2\pi} \varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta,$$

tendront respectivement vers

$$\int_o^{\alpha-\varepsilon} \varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\ \int_{\alpha+\varepsilon}^{2\pi} \varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta\,d\theta.$$

En second lieu, puisque la limite vers laquelle tend le produit $\rho^{1-\delta}\varphi(r,\theta)$ à mesure que r et θ s'approchent simultanément de R et de α, en variant d'après une loi quelconque, est toujours finie, on peut supposer ε assez petit, et r suffisamment près de R, pour que $\varphi(r,\theta)$ reste toujours, lorsqu'on fera croître r jusqu'à R, et θ de $\alpha-\varepsilon$ à $\alpha+\varepsilon$, inférieur en valeur absolue à une expression de la forme $\frac{A}{\rho^{1-\delta}}$, A étant une constante finie et positive; cela posé, les deux intégrales

$$\int_{\alpha-\varepsilon}^{\alpha+\varepsilon}\varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta,\quad \int_{\alpha-\varepsilon}^{\alpha+\varepsilon}\varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta\,d\theta,$$

seront toutes les deux inférieures, en valeur absolue, à

$$\mathrm{A}\int_{\alpha-\varepsilon}^{\alpha+\varepsilon}\frac{d\theta}{\rho^{1-\delta}},$$

et par conséquent aussi petites qu'on voudra, car ρ ou bien

$$[r^2+\mathrm{R}^2-2\mathrm{R}r\cos.(\alpha-\theta)]^{\frac{1}{2}}$$

est supérieur à $2r\sin.\frac{1}{2}(\alpha-\theta)$, et par conséquent la limite du produit de $\frac{1}{\rho^{1-\delta}}$ par une expression de la forme $(\alpha-\theta)^{1-\delta'}$ où δ' est positif et suffisamment petit, est zéro. De là on conclut sans peine que l'intégrale

$$\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta)\cos.n\theta\,d\theta$$

finit par différer aussi peu qu'on le veut, comme il fallait le démontrer, de l'intégrale

$$\int_0^{2\pi}\varphi(\mathrm{R},\theta)\cos.n\theta\,d\theta.$$

11. Il nous reste à examiner le cas de r supérieur à R, et à démontrer que l'égalité

$$f(re^{\theta\sqrt{-1}})=f(o)+f'(o)\,re^{\theta\sqrt{-1}}+f''(o)\frac{r^2e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2}+\ldots+f^n(o)\frac{r^ne^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2\ldots n}+\ldots$$

ne saurait alors avoir lieu pour toutes les valeurs de θ et en particulier

pour les valeurs $\theta = o$, $\theta = 2\pi$. La chose est presque évidente : en effet si la série

$$f(o) + f'(o)\,x + f''(o)\,\frac{x^2}{1.2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{x^n}{1.2\ldots n} + \ldots$$

pouvait être convergente, x étant positif et supérieur à R, la série

$$f(o) + f'(o)\,\mathrm{R}e^{\theta\sqrt{-1}} + f''(o)\,\frac{\mathrm{R}^2 e^{2\theta\sqrt{-1}}}{1.2} + \ldots + f^n(o)\,\frac{\mathrm{R}^n e^{n\theta\sqrt{-1}}}{1.2\ldots n} + \ldots$$

serait convergente pour toutes les valeurs de θ, et représenterait une fonction finie et continue de cette variable (théorème IV de l'Introduction); or, on a vu au contraire que la somme de cette série devient ou discontinue, ou infinie, pour $\theta = \alpha$.

12. Au commencement de cette note nous avons exigé, comme condition sans laquelle le développement de Maclaurin ne pouvait être applicable que parmi les valeurs obtenues en remplaçant dans la fonction proposée la variable x supposée réelle, par une variable imaginaire $re^{\theta\sqrt{-1}}$, il y en eût une jouissant de la double propriété d'être continue par rapport à r et à θ pour des valeurs suffisamment petites du module r, et de reprendre pour $\theta = 2\pi$ la même valeur que pour $\theta = o$. Or, il pourrait arriver que la première de ces conditions étant remplie, la seconde ne le fût pas. Ainsi, par exemple, soit la fonction x^m où m est un nombre fractionnaire, en y remplaçant x par $re^{\theta\sqrt{-1}}$, il vient

$$r^m \cos.\, m(\theta + 2k\pi) + \sqrt{-1}\; r^m \sin.\, m(\theta + 2k\pi),$$

k étant un nombre entier, pour l'expression générale des déterminations de la fonction; or, si l'on suppose le nombre k fixe, chacune de ces déterminations est continue par rapport à r et à θ, mais n'a pas la même valeur pour $\theta = o$ que pour $\theta = 2\pi$. Dans ce cas, le développement ordonné suivant les puissances ascendantes et entières de x, subsiste encore, pourvu qu'on ait le soin de lui ajouter un terme; c'est ce que nous allons faire voir.

13. Les fonctions $\varphi(r, \theta)$, $\psi(r, \theta)$ restant toujours continues par rap-

port à r et à θ, on peut poser, comme plus haut

$$\varphi(r,\theta) = a_o + a_1 \cos.\,\theta + a_2 \cos.\,2\theta + \ldots\ldots + a_n \cos.\,n\theta + \ldots\ldots$$
$$+ a'_1 \sin.\,\theta + a'_2 \sin.\,2\theta + \ldots\ldots + a'_n \sin.\,n\theta + \ldots\ldots$$
$$\varphi(r,\theta) = b_o + b_1 \cos.\,\theta + b_2 \cos.\,2\theta + \ldots\ldots + b_n \cos.\,n\theta + \ldots\ldots$$
$$+ b'_1 \sin.\,\theta + b'_2 \sin.\,2\theta + \ldots\ldots + b'_n \sin.\,n\theta + \ldots\ldots$$

toutefois, il faudra avoir soin, lorsqu'on fera $\theta = o$ ou $\theta = 2\pi$, de remplacer les premiers membres, respectivement par

$$\tfrac{1}{2}\,\varphi(r,\varepsilon) + \varphi(r,2\pi-\varepsilon), \quad \tfrac{1}{2}\,[\psi(r,\varepsilon') + \psi(r,2\pi-\varepsilon')];$$

d'ailleurs

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(r,\theta)\cos.\,n\theta d\theta, \quad a'_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \varphi(r,\theta)\sin.\,n\theta d\theta,$$
$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(r,\theta)\cos.\,n\theta d\theta, \quad b'_n = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} \psi(r,\theta)\sin.\,n\theta d\theta;$$

ou bien en appliquant le procédé de l'intégration par parties

$$a_n = -\frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r,\theta)}{d\theta}\sin.\,n\theta d\theta, \quad a'_n = -\frac{\Delta}{n} + \frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\varphi(r,\theta)}{d\theta}\cos.\,n\theta d\theta,$$
$$b_n = -\frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r,\theta)}{d\theta}\sin.\,n\theta d\theta, \quad b'_n = -\frac{\Delta_1}{n} + \frac{1}{n\pi}\int_o^{2\pi} \frac{d\psi(r,\theta)}{d\theta}\cos.\,n\theta d\theta,$$

Δ et Δ_1 représentant respectivement les deux différences $\varphi(r,2\pi) - \varphi(r,o)$, et $\psi(r,2\pi) - \psi(r,o)$. De là on tire aisément les égalités

$$r\frac{da_n}{dr} = nb'_n + \Delta_1, \quad r\frac{da'_n}{dr} = -nb_n,$$
$$r\frac{db_n}{dr} = -na'_n - \Delta, \quad r\frac{db'_n}{dr} = na_n,$$

que l'on peut encore remplacer par les suivantes :

$$r\frac{d(a_n + b'_n)}{dr} = n(a_n + b'_n) + \Delta_1, \quad r\frac{d(a_n - b'_n)}{dr} = -n(a_n - b'_n) + \Delta_1,$$
$$r\frac{d(a'_n + b_n)}{dr} = -n(a'_n + b_n) - \Delta, \quad r\frac{d(a'_n - b_n)}{dr} = n(a'_n - b_n) +$$ [illegible].

et qui donnent alors par l'intégration

$$a_n + b'_n = r^n \left(c_n + \int \Delta_1 r^{-n-1} dr\right), \quad a_n - b'_n = r^{-n} \left(c_{-n} + \int \Delta_1 r^{n-1} dr\right),$$
$$a'_n + b_n = r^{-n} \left(c'_{-n} - \int \Delta r^{n-1} dr\right), \quad a'_n - b_n = r^n \left(c'_n + \int \Delta r^{-n-1} dr\right),$$

$c_n, c_{-n}, c'_n, c'_{-n}$ représentant quatre constantes quelconques et les intégrales étant prises depuis un nombre fixe a jusqu'à r; de là on tire

$$a_n = \tfrac{1}{2} c_n r^n + \tfrac{1}{2} c_{-n} r^{-n} + \tfrac{1}{2} r^n \int \Delta_1 r^{-n-1} dr + \tfrac{1}{2} r^{-n} \int \Delta_1 r^{n-1} dr,$$
$$b'_n = \tfrac{1}{2} c_n r^n - \tfrac{1}{2} c_{-n} r^{-n} + \tfrac{1}{2} r^n \int \Delta_1 r^{-n-1} dr - \tfrac{1}{2} r^{-n} \int \Delta_1 r^{n-1} dr,$$
$$a'_n = \tfrac{1}{2} c'_{-n} r^{-n} + \tfrac{1}{2} c'_n r^n - \tfrac{1}{2} r^{-n} \int \Delta r^{n-1} dr + \tfrac{1}{2} r^n \int \Delta r^{-n-1} dr,$$
$$b_n = \tfrac{1}{2} c'_{-n} r^{-n} - \tfrac{1}{2} c'_n r^n - \tfrac{1}{2} r^{-n} \int \Delta r^{n-1} dr - \tfrac{1}{2} r^n \int \Delta r^{-n-1} dr,$$

portant ces valeurs dans les développements de $\varphi(r, \theta)$, $\psi(r, \theta)$, on trouve facilement, comme plus haut,

$$f(re^{\theta\sqrt{-1}}) = \ldots + r^{-n} e^{-n\theta\sqrt{-1}} \left[A_{-n} + \tfrac{1}{2} \int r^{n-1} (\Delta_1 - \Delta\sqrt{-1}) dr\right] + \ldots + A_0 + \ldots$$
$$+ r^n e^{n\theta\sqrt{-1}} \left[A_n + \tfrac{1}{2} \int r^{-n-1} (\Delta_1 - \Delta\sqrt{-1}) dr\right] + \ldots$$

les coefficients A_{-n}, A_0, A_n ayant respectivement pour valeurs

$$A_{-n} = \tfrac{1}{2}(c_{-n} + c'_n\sqrt{-1}), \quad A_0 = a_0 + b_0\sqrt{-1}, \quad A_n = \tfrac{1}{2}(c_n - c'_n\sqrt{-1});$$

ou bien en introduisant la différence

$$f(re^{2\pi\sqrt{-1}}) - f(o) = \varphi(r, 2\pi) + \sqrt{-1}\,\psi(r, 2\pi) - \varphi(r, o) - \sqrt{-1}\,\psi(r, o) = \Delta + \Delta_1\sqrt{-1} = D,$$

il vient

$$f(re^{\theta\sqrt{-1}}) = \ldots + r^{-n} e^{-n\theta\sqrt{-1}} \left(A_{-n} + \frac{1}{2\sqrt{-1}} \int r^{n-1} D dr\right) + \ldots + A_0 + \ldots$$
$$+ r^n e^{n\theta\sqrt{-1}} \left(A_n + \frac{1}{2\sqrt{-1}} \int r^{-n-1} D dr\right) + \ldots$$

que l'on peut enfin, en groupant les intégrales, explicitant les limites et changeant sous le signe $\int$ r en r', pour éviter toute confusion, écrire de

la manière suivante :

$$f(re^{\theta\sqrt{-1}}) = \ldots - \mathrm{A}_{-n}\, r^{-n}\, e^{-n\theta\sqrt{-1}} + \ldots + \mathrm{A}_0 + \ldots + \mathrm{A}_n\, r^n\, e^{n\theta\sqrt{-1}} + \ldots$$

$$+ \Sigma_{n=1}^{n=\infty} \int_a^r \frac{\mathrm{D}'}{2r'\sqrt{-1}} \left[\left(\frac{r'}{re^{\theta\sqrt{-1}}}\right)^n + \left(\frac{re^{\theta\sqrt{-1}}}{r'}\right)^n\right] dr'.$$

14. Nous terminerons par une application simple des résultats généraux qui viennent d'être obtenus.

Soit la fonction $(1+x)^m$, où m est un nombre réel quelconque. Remplaçons x par $re^{\theta\sqrt{-1}}$, il viendra $(1 + r \cos.\theta + \sqrt{-1}\ r \sin.\theta)^m$. Posons ensuite

$$1 + r \cos.\theta = \rho \cos.\varphi, \quad r \sin.\theta = \rho \sin.\varphi,$$

d'où

$$\rho = \sqrt{1 + r^2 + 2r \cos.\theta}, \quad \text{et} \quad \varphi = 2k\pi + \varphi_0,$$

k étant un nombre entier quelconque et φ_0 l'un des arcs qui ont

$$\frac{1 + r\cos.\theta}{\sqrt{1 + r^2 + 2r\cos.\theta}} \text{ pour cosinus, et } \frac{r \sin.\theta}{\sqrt{1 + r^2 + 2r\cos.\theta}} \text{ pour sinus;}$$

nous aurons $\rho^m \cos. m\varphi + \sqrt{-1}\ \rho^m \sin. m\varphi$, et il s'agira de savoir dans quels cas les deux fonctions $\rho^m \cos. m\varphi$, $\rho^m \sin. m\varphi$ sont continues par rapport à r et à θ. A cet effet, je regarde $\rho \cos.\varphi$ comme l'abscisse et $\rho \sin.\varphi$ comme l'ordonnée d'un point variable M. Il est d'abord évident que si, après avoir donné à r une valeur particulière, on fait varier θ de o à 2π, le lieu des points M ainsi obtenus, sera la circonférence représentée par l'équation

$$(x-1)^2 + y^2 = r^2,$$

et que si après avoir donné à θ une valeur comprise entre o et 2π, on fait varier r de o à ∞, le lieu des mêmes points sera la droite

$$y = \mathrm{tg.}\,\theta\,(x-1),$$

ou plutôt la partie de cette droite qui est située au-dessus ou au-dessous

de l'axe de x, suivant que θ est inférieur ou supérieur à π. Cela étant, on peut très-nettement se représenter la manière dont varie le point M avec r et θ, et on voit que le déplacement de ce point se fait toujours d'une manière continue, lorsque r et θ varient eux-mêmes par degrés insensibles; d'où résulte que ρ, c'est-à-dire la distance du point M à l'origine, varie aussi d'une manière continue et de manière à reprendre la même valeur pour $\theta = o$ et $\theta = 2\pi$, ce rayon vecteur n'étant d'ailleurs jamais infini tant que r et θ restent finis, et devenant nul seulement pour $r = 1$ et $\theta = \pi$. Quant à φ ou bien $2k\pi + \varphi_o$, il faut d'abord le définir nettement. Si on appelle φ_o l'angle compris entre $-\pi$ et π qui a

$$\frac{1 + r\cos.\theta}{\sqrt{1 + r^2 + 2r\cos.\theta}} \text{ pour cosinus, et } \frac{r\sin.\theta}{\sqrt{1 + r^2 + 2r\cos.\theta}} \text{ pour sinus,}$$

et que k ait une valeur fixe, cet angle variera d'une manière continue et de manière à reprendre la même valeur pour $\theta = o$ et $\theta = 2\pi$, tant que r sera < 1, c'est-à-dire tant que l'origine des coordonnées sera extérieure aux différentes circonférences décrites par le point M; mais si $r = 1$, il y aura une discontinuité, lorsqu'on dépassera la valeur π de θ, et φ passera brusquement de la valeur $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ à la valeur $2k\pi - \frac{\pi}{2}$; de même lorsque r sera > 1, il y aura une discontinuité pour la valeur π de θ, et l'angle φ passera brusquement de la valeur $2k\pi + \pi$ à la valeur $2k\pi - \pi$. Sachant comment varient les quantités ρ et φ, il devient facile de fixer la variation des quantités $\rho^m \cos.m\varphi$. $\rho^m \sin.m\varphi$, et on reconnaît qu'elle est soumise aux lois suivantes : 1° Si r est < 1, ces fonctions restent continues par rapport à r et à θ et reprennent les mêmes valeurs pour $\theta = 2\pi$ que pour $\theta = o$; 2° cette double propriété se conserve si $r = 1$, quoique $\cos.m\varphi$, et $\sin.m\varphi$ soient alors généralement discontinus pour $\theta = \pi$, parce qu'on a en même temps $\rho = o$ et par suite $\rho^m = o$, à moins toutefois que m soit négatif, cas que nous exclurons momentanément et pour lequel ρ^m et par suite $\rho^m \cos.m\varphi$ ou $\rho^m \sin.m\varphi$ seraient infinis; 3° enfin quand r est supérieur à 1, les deux fonctions $\rho^m \cos.m\varphi$, $\rho^m \sin.m\varphi$ sont discontinues, le seul cas excepté de m entier. D'après cela, on voit que la fonc-

tion $(1+x)^m$ est développable en série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes entières et positives de x, tant que le module de x est inférieur à 1, que cette convergence subsiste encore si le module de x devenant égal à 1, m est positif, mais que lorsque le module de x est supérieur à 1, la série est divergente, à moins que m ne soit entier et positif, cas pour lequel le développement est, comme l'on sait, toujours terminé. Nous avons laissé de côté, le cas de $r=1$, $m<o$, pour lequel les deux quantités $\rho^m \cos. m\varphi$, $\rho^m \sin. m\varphi$ deviennent infinies, en posant $\theta=\pi$, mais les résultats généraux obtenus plus haut, nous permettent encore de décider alors la question. En effet, cherchons les limites a_o et a'_o, les deux produits

$$(1+re^{\theta\sqrt{-1}})^{1-\delta}(1+re^{\theta\sqrt{-1}})^m, \quad (1+re^{\theta\sqrt{-1}})\ (1+re^{\theta\sqrt{-1}})^m,$$

pour $re^{\theta\sqrt{-1}}=-1$. Si m est >-1, on trouvera o pour a_o en prenant δ suffisamment petit, et si $m=-1$ ou <-1, on aura 1 ou ∞ pour a'_o, par conséquent $(1+x)^m$ n'est développable en série suivant les puissances entières et positives de x, dans le cas où x a 1 pour module, et où m est négatif, que si m est supérieur à -1; bien entendu qu'il faut encore avoir le soin d'exclure la valeur π de θ.

ERRATA.

Page 1, ligne 5 en remontant : M. Lejeune-Diriklet, *lisez :* M. Lejeune-Dirichlet.

— 10, — 13; page 11, ligne 9 : même correction.

— 17, — 7 en remontant : $\varphi(o)-\dfrac{\varepsilon}{\sin.\varepsilon}$, *lisez :* $\varphi(o)-\dfrac{\varepsilon}{\sin.\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$.

— 22, — 7 et 8 : dans les deux dernières intégrales remplacez $f(\mu)$ par $\varphi(\mu)$.

— 25, — 10; remplacez dans le second membre de l'égalité n par m, et le second coefficient A par B.

— 32, — 6 en remontant : $f(x)$, *lisez :* $f(y)$.

Page 39, ligne 3 en remontant : démonstration, *ajoutez :* Ce n'est pas la convergence de la série

$$\pi \sum e^{\rho_n x \sqrt{-1}} \frac{\psi(\rho_n \sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n \sqrt{-1})},$$

que M. Liouville a démontrée, mais bien celle de la série

$$\pi \sum \left[e^{\rho_n x \sqrt{-1}} \frac{\psi(\rho_n \sqrt{-1})}{\varphi'(\rho_n \sqrt{-1})} + e^{-\rho_n x \sqrt{-1}} \frac{\psi(-\rho_n \sqrt{-1})}{\varphi'(-\rho_n \sqrt{-1})} \right];$$

du reste, il est clair que cela suffit en définitive, puisque à l'intégrale

$$\frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} e^{zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h+z\sqrt{-1})}{\varphi(h+z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h+z\sqrt{-1})}{\varphi(-h+z\sqrt{-1})} \right] dz$$

qui donne lieu à la première série, il faut adjoindre la suivante

$$\frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-kz} e^{-zx\sqrt{-1}} \left[\frac{\psi(h-z\sqrt{-1})}{\varphi(h-z\sqrt{-1})} - \frac{\psi(-h-z\sqrt{-1})}{\varphi(-h-z\sqrt{-1})} \right] dz$$

qui donne lieu à la série

$$\pi \sum e^{-\rho_n x \sqrt{-1}} \frac{\psi(-\rho_n \sqrt{-1})}{\varphi'(-\rho_n \sqrt{-1})}.$$

Page 51, ligne 9 en remontant : mémoire, *ajoutez :* Je viens de dire que les valeurs trouvées pour les fonctions φ et ψ étaient toujours finies, j'avoue que cela ne m'est pas démontré, la méthode très-simple par laquelle j'avais cru entrevoir cette propriété étant insuffisante. Pressé par le temps, il m'est impossible de m'occuper maintenant de cette difficulté; j'y reviendrai dans une autre occasion, si je le puis; dans cet état de choses, je m'empresse de signaler la lacune que présente encore ma démonstration.

Page 66, lignes 13 et 16, Diriklet, *lisez :* Dirichlet.

— 69, ligne 5, (α), *lisez :* (d).

— 69, — 11, moindre, *lisez :* moindres.

— 81, — 3, sin. $\frac{1}{2}\gamma$ est au moins égal à sin. $\frac{1}{2}\alpha$, *lisez :* sin. γ', sin. γ'', sin. γ''' sont respectivement au moins égaux à sin. α.

— 81, — 5, dans la troisième intégrale, au lieu de sin. ${}^2\gamma''$, *lisez :* sin. ${}^2\gamma'''$.

FIN.

MÉMOIRE

SUR

UNE FORMULE D'ANALYSE,

PAR

M. SCHAAR,

RÉPÉTITEUR D'ANALYSE A L'ÉCOLE DU GÉNIE CIVIL, A GAND.

(Présenté à la séance du 5 août 1848.)

MÉMOIRE

SUR

UNE FORMULE D'ANALYSE.

Dans un mémoire sur le calcul numérique des intégrales définies (*Mém. de l'Inst.*, tom. VI), Poisson est parvenu à la formule remarquable

$$(1) \quad \ldots\ldots \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = h\mathrm{P}_n - 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_{-a}^{a} \cos.\frac{2i\pi x}{h} f(x)\,dx\,,$$

où l'on représente par P_n l'expression

$$\tfrac{1}{2} f(-nh) + f(-nh+h) + f(-nh+2h) \ldots\ldots + f(nh-2h) + f(nh-h) + \tfrac{1}{2} f(nh),$$

et au moyen de laquelle la correction qu'il faut faire subir à $h\mathrm{P}_n$, lorsqu'on regarde cette quantité comme une valeur approchée de l'intégrale définie $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, se trouve exprimée par une seconde intégrale définie; mais par le procédé de l'intégration par partie, celle-ci se réduit en une série ordonnée suivant les puissances de h, dont il suffira généralement de considérer les premiers termes. Dans l'équation ci-dessus, les limites de l'intégration sont égales et de signes contraires; mais il est évident qu'elle s'applique à une intégrale dont les limites sont quelconques; car

en changeant x en $x - a - x_0$ et posant $X - x_0 = nh$, $f(x - a - x_0) = \varphi(x)$, elle donne

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} \int_{x_0}^{X} \varphi(x)\,dx = h\left[\tfrac{1}{2}\varphi(x_0) + \varphi(x_0+h) + \varphi(x_0+2h) \ldots + \varphi(x_0+(n-1)h) + \tfrac{1}{2}\varphi(X)\right]. \\ - 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_{x_0}^{X} \cos.\,\frac{2i\pi(x-x_0)}{h}\,\varphi(x)\,dx. \end{aligned} \right.$$

Poisson observe que, si l'on fait passer le dernier terme de cette formule dans le premier membre, il en résulte, pour $x_0 = o$ et $X = \infty$, cette transformation d'une série dans une autre :

$$(3) \ldots \int_{o}^{\infty} \varphi(x)\,dx + 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_{o}^{\infty} \cos.\,\frac{2i\pi x}{h}\,\varphi(x)\,dx = \frac{h}{2}\,\varphi(o) + h\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\,\varphi(ih).$$

Voilà les seules applications qu'il a faites de la formule (1).

Je vais faire voir, en peu de mots, qu'on peut en déduire, de la manière la plus simple, plusieurs propositions importantes, entre autres la formule qui renferme les célèbres intégrales définies que M. Gauss a données dans le § 356 des *Disquisitiones arithmeticae*. Du reste, on possède déjà deux démonstrations analytiques de cette formule; mais ces démonstrations, dues à MM. Dirichlet et Cauchy, reposent sur des considérations analytiques fort délicates.

Pour parvenir à la formule (1), Poisson fait usage de la suivante :

$$f(x) = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{a} f(x')\,dx' + \frac{1}{a}\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_{-a}^{a} \cos.\,\frac{i\pi(x-x')}{a}\,f(x')\,dx',$$

à laquelle, pour le cas de $x = a$, il faut joindre celle-ci :

$$\tfrac{1}{2}\left[f(a) + f(-a)\right] = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{a} f(x')\,dx' + \frac{1}{a}\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_{-a}^{a} \cos.\,\frac{i\pi(a-x')}{a}\,f(x')\,dx'.$$

Mais l'importance de cette formule m'engage à faire voir comment on peut y parvenir directement.

I.

Soit q une quantité réelle moindre que l'unité, on aura

$$\frac{1}{1-q\,e^{2\pi\theta\sqrt{-1}}} = 1 + \Sigma_{i=1}^{i=\infty} q^i\, e^{2i\pi\theta\sqrt{-1}},$$

quel que soit l'angle $2\pi\theta$.

En égalant les parties réelles des deux membres, on en déduit :

$$\frac{1-q\cos.2\pi\theta}{1-2q\cos.2\pi\theta+q^2} = 1 + \Sigma_{i=1}^{i=\infty} q^i \cos.2i\pi\theta,$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{1-q^2}{(1-q)^2+4q\sin.^2\pi\theta} = 1 + 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} q^i \cos.2i\pi\theta.$$

On aura donc

$$\int_{x_0}^{X} f(x)\,dx + 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_{x_0}^{X} q^i \cos.\frac{2i\pi(x-a)}{h} fx\,dx = (1-q^2)\int_{x_0}^{X}\frac{f(x)\,dx}{(1-q)^2+4q\sin.^2\frac{\pi(x-a)}{h}}.$$

Si pour aucune valeur de x comprise entre les limites de l'intégration $\frac{x-a}{h}$ ne devient égal à zéro ou à un nombre entier, le second membre s'évanouit lorsque $q=1$, et l'on a

$$\int_{x_0}^{X} f(x)\,dx = -\,2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_{x_0}^{X}\cos.\frac{2i\pi(x-a)}{h}\,f(x)\,dx.$$

Mais il n'en est plus ainsi lorsque sin. $\frac{i\pi(x-a)}{h}$ s'évanouit une ou plusieurs fois dans l'étendue de l'intégration.

Posons $a=x_{,,}$, $X-x_o=nh$, n étant un nombre entier, et faisons en

outre $q = 1 - \varepsilon$, ε étant un nombre positif de grandeur insensible; il est évident qu'on aura

$$(1) \quad \int_{x_0}^{X} f(x)\,dx + 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_{x_0}^{X} \cos.\frac{2i\pi(x-x_0)}{h} f(x)\,dx = 2\,\text{lim.} \int_{x_0}^{X} \frac{\varepsilon f(x)\,dx}{\varepsilon^2 + 4\sin.^2\frac{\pi(x-x_0)}{h}}.$$

Soit maintenant $x = x_0 + rh + \alpha$, r étant un nombre entier et α une nouvelle variable, la quantité sous le signe d'intégration dans le second membre s'évanouira tant que α ne sera pas du même ordre de grandeur que ε. En désignant donc par λ une quantité positive arbitraire, on pourra poser :

$$\text{lim.} \int_{x_0}^{X} \frac{\varepsilon f(x)\,dx}{\varepsilon^2 + 4\sin.^2\frac{\pi(x-x_0)}{h}} = \text{lim.} \int_{o}^{\lambda} \frac{\varepsilon\left[f(x_0+\alpha) + f(X-\alpha)\right]dx}{\varepsilon^2 + \frac{4\pi^2\alpha^2}{h^2}}$$

$$+ \text{lim.}\,\Sigma_{r=1}^{r=n-1} \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{\varepsilon f(x_0 + rh + \alpha)\,dx}{\varepsilon^2 + \frac{4\pi^2\alpha^2}{h^2}}.$$

Si dans la fonction $f(x)$ ne devient pas infinie entre les limites x_0 et X et ne change pas brusquement de détermination numérique entre ces mêmes limites, on pourra la considérer comme demeurant constante dans l'étendue des intégrations à effectuer, et l'on aura

$$\text{lim.} \int_{x_0}^{X} \frac{\varepsilon f(x)\,dx}{\varepsilon^2 + 4\sin.^2\frac{\pi(x-x_0)}{h}} = \left[\frac{f(x_0) + f(X)}{2} + \Sigma_{r=1}^{r=n-1} f(x_0 + rh)\right] \text{lim.} \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{\varepsilon dx}{\varepsilon^2 + \frac{4\pi^2\alpha^2}{h^2}}.$$

D'ailleurs

$$\text{lim.} \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{\varepsilon dx}{\varepsilon^2 + \frac{4\pi^2\alpha^2}{h^2}} = \frac{h}{\pi}\,\text{lim. arctang.}\,\frac{2\pi\lambda}{\varepsilon h} = \frac{h}{2},$$

donc

$$2\,\text{lim.} \int_{x_0}^{X} \frac{\varepsilon f(x)\,dx}{\varepsilon^2 + 4\sin.^2\frac{\pi(x-x_0)}{h}} = h\left[\frac{f(x_0) + f(X)}{2} + \Sigma_{r=1}^{r=n-1} f(x_0 + rh)\right].$$

En substituant cette dernière valeur dans l'équation (4), on retrouve précisément l'équation (3), qu'il s'agissait de démontrer.

II.

Appliquons en premier lieu la formule (3) à la théorie des intégrales eulériennes et posons $f(x) = \log. \Gamma(x)$; la fonction $\Gamma(x)$ désignant, comme on sait, l'intégrale eulérienne de seconde espèce

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} \alpha^{x-1} \, d\alpha.$$

En faisant $x_0 = a$, $X = a + 1$, on a $nh = 1$, d'où $h = \frac{1}{n}$; à cause de l'équation $\Gamma(a+1) = a\Gamma(a)$, l'équation (3) donne

$$\int_a^{a+1} \log. \Gamma(x)\, dx = \frac{1}{n}\left[\log. \Gamma(a) + \log. \Gamma\left(a + \frac{1}{n}\right) + \log.\left(a + \frac{2}{n}\right) + \ldots + \log. \Gamma\left(a + \frac{n-1}{n}\right)\right]$$
$$+ \frac{1}{2n} \log. a - 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_a^{a+1} \cos. 2in\pi\,(x-a) \log. \Gamma(x)\, dx,$$

d'où l'on tire

$$\log.\left[\Gamma(a)\,\Gamma\left(a + \frac{1}{n}\right)\Gamma\left(a + \frac{2}{n}\right) \ldots\ldots \Gamma\left(a + \frac{n-1}{n}\right)\right] = n \int_a^{a+1} \log. \Gamma(x)\, dx$$
$$+ 2n\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_a^{a+1} \cos. 2in\pi\,(x-a) \log. \Gamma(x)\, dx - \tfrac{1}{2} \log. a.$$

Cela posé, en intégrant par partie, on a

$$2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_a^{a+1} \cos. 2in\pi\,(x-a) \log. \Gamma(x)\, dx = -\frac{1}{n\pi}\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \frac{1}{i} \int_a^{a+1} \sin. 2in\pi\,(x-a)\,\frac{d. \log. \Gamma(x)}{dx}\, dx.$$

L'équation connue

$$\frac{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} = \int_0^{\infty} e^{-a\alpha}\left(1 - e^{-\alpha}\right)^{b-1} d\alpha,$$

mise sous la forme

$$\frac{\Gamma(a+b)-\Gamma(a)}{b}\cdot\frac{\Gamma(1+b)}{\Gamma(a+b)}=\int_0^{\infty}\left[e^{-\alpha}\,\alpha^{b-1}-e^{-a\alpha}\left(1-e^{-\alpha}\right)^{b-1}\right]d\alpha,$$

donne d'ailleurs, en y faisant $b=o$,

$$\frac{d.\log.\Gamma(1+a)}{da}=\int_0^{\infty}\left[\frac{e^{-\alpha}}{\alpha}-\frac{e^{-a\alpha}}{e^{\alpha}-1}\right]d\alpha;$$

donc, à cause de

$$\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\frac{1}{i}\int_a^{a+1}\sin.\,2in\pi(x-a)\,dx=o,$$

on a

$$2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_a^{a+1}\cos.\,2in\pi(x-a)\log.\Gamma(x)\,dx=\frac{1}{n\pi}\,\Sigma\,\frac{1}{i}\int_0^{\infty}\frac{d\alpha}{e^{\alpha}-1}\int_a^{a+1}\sin.\,2in\pi(x-a)\,e^{-(x-1)\alpha}\,dx.$$

En intégrant deux fois par partie, on trouve

$$\int_a^{a+1}\sin.\,2in\pi(x-a)\,e^{-(x-1)\alpha}\,dx=\frac{2in\pi\left(e^{\alpha}-1\right)e^{-a\alpha}}{(2in\pi)^2+\alpha^2},$$

ce qui nous donne enfin

$$2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_a^{a+1}\cos.\,2in\pi(x-a)\log.\Gamma(x)\,dx=\frac{1}{n}\int_0^{\infty}d\alpha\,e^{-an\alpha}\,\Sigma\,\frac{2}{4i^2\pi^2+\alpha^2};$$

et, par conséquent,

$$\log.\left[\Gamma(a)\,\Gamma\left(a+\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\Gamma\left(a+\frac{n-1}{n}\right)\right]=n\int_a^{a+1}\log.\Gamma(x)\,dx-\int_0^{\infty}d\alpha\,e^{-an\alpha}\,\Sigma\,\frac{2}{4i^2\pi^2+\alpha^2}-\tfrac{1}{2}\log.\,a.$$

Pour déterminer l'intégrale $\int_a^{a+1}\log.\Gamma(x)\,dx$, je remarque que l'équation

identique

$$\int_0^{a+1} \log.\, \Gamma(x)\, dx = \int_0^1 \log.\, \Gamma(x)\, dx + \int_0^a \log.\, \Gamma(1+x)\, dx\,,$$

donne, à cause de

$$\log.\, \Gamma(1+x) = \log.\, x + \log.\, \Gamma(x)\,,$$

$$\int_a^{a+1} \log.\, \Gamma(x)\, dx = \int_0^1 \log.\, \Gamma(x)\, dx + a(\log.\, a - 1).$$

L'équation

$$\Gamma(x)\,\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin.\, \pi x}$$

donne ensuite

$$\int_0^1 \log.\, \Gamma(x)\, dx = \tfrac{1}{2} \log.\, \pi - \tfrac{1}{2} \int_0^1 \log.\, \sin.\, \pi x\, dx = \tfrac{1}{2} \log.\, 2\pi\,;$$

donc

$$\int_a^{a+1} \log.\, \Gamma(x)\, dx = \tfrac{1}{2} \log.\, 2\pi + a(\log.\, a - 1)\,,$$

par conséquent

$$\log.\left[\Gamma(a)\,\Gamma\left(a+\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\Gamma\left(2+\frac{n-1}{n}\right)\right] = \frac{n}{2}\log.\, 2\pi + \tfrac{1}{2}\left(na - \tfrac{1}{2}\right)\log.\, a - na$$
$$- 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_0^\infty dx\, e^{-anx} \frac{1}{4i^2\pi^2 + x^2}.$$

Je fais maintenant $n = 1$, ce qui me donne

(5). . . . $\log.\, \Gamma(a) = \tfrac{1}{2} \log.\, 2\pi + \left(a - \tfrac{1}{2}\right)\log.\, a - a - 2\,\Sigma \int_0^\infty dx\, \frac{e^{-ax}}{4i^2\pi^2 + x^2}\,,$

puis je change a en na et j'ai l'équation

$$\log.\, \Gamma(na) = \tfrac{1}{2} \log.\, 2\pi + \left(na - \tfrac{1}{2}\right)\log.\, na - na - 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty} \int_0^\infty dx\, \frac{e^{-nax}}{4i^2\pi^2 + x^2}\,,$$

qui étant retranchée membre à membre de la précédente, donne enfin

$$\log.\ \frac{\Gamma(a)\,\Gamma\left(a+\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\Gamma\left(a+\frac{n-1}{n}\right)}{\Gamma(na)}=\frac{n-1}{2}\log.\ 2\pi-(na-\tfrac{1}{2})\log.\ n,$$

ou en passant des logarithmes aux nombres,

$$\Gamma(a)\,\Gamma\left(a+\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\Gamma\left(a+\frac{n-1}{n}\right)=(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}\,n^{\frac{1}{2}-na}\,\Gamma(na),$$

formule que M. Dirichlet a le premier démontrée sans l'emploi des séries.

Reprenons maintenant l'équation (5) et posons $\alpha=2\pi ix$, nous aurons

$$\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^\infty dz\,\frac{e^{-az}}{4i^2\pi^2+\alpha^2}=\frac{1}{2\pi}\int_o^\infty\frac{dx}{1+x^2}\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\frac{e^{-2\pi aix}}{i}=\frac{1}{2\pi}\int_o^\infty\frac{dx}{1+x^2}\log.\ \frac{1}{1-e^{-2\pi ax}}.$$

On a donc l'équation remarquable

$$\log.\ \Gamma(a)=\tfrac{1}{2}\log.\ 2\pi a+a(\log.\ a-1)+\frac{1}{\pi}\int_o^\infty\frac{dx}{1+x^2}\log.\ \frac{1}{1-e^{-2\pi ax}},$$

à laquelle je suis parvenu, par une voie différente, dans un petit *Mémoire sur les intégrales eulériennes*, inséré dans le tome XXII des *Mém. couronnés et Mém. des savants étrangers de l'Acad. royale de Belgique.*

Cette formule conduit immédiatement au développement de log. $\Gamma(a)$, qui contient, comme cas particulier, la formule de Stirling et permet, de plus, d'exprimer le reste que l'on néglige en arrêtant le développement à un terme quelconque, par une intégrale définie fort simple.

III.

Reprenons l'équation (5) et faisons-y $x_0=o$, $X=p$, p étant un nombre premier, $h=1$ et par conséquent $n=p$, nous aurons

$$\frac{f(o)+f(p)}{2}+f(1)+f(2)+f(3)\ldots+f(p-1)=\int_o^p f(x)\,dx+2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p \cos.\,2\pi i x\, f(x)\,dx.$$

Soit $f(x)=e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}}$, la formule précédente donnera, à cause de $e^{2\pi p\sqrt{-1}}=1$,

$$1+\Sigma_{x=1}^{x=p-1}\,e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}=\int_o^p e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}\,dx+2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p \cos.\,2\pi i x\; e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}\,dx.$$

En substituant à cos. $2\pi ix$ sa valeur en exponentielles imaginaires, il vient

$$\int_o^p e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}\,dx+2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\cos.\,2\pi i x\; e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}\,dx=\int_o^p e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}\,dx$$

$$+\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p\left[e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}(x^2+pix)}+e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}(x^2-pix)}\right]dx=\int_o^p e^{\frac{2\pi x^2}{p}\sqrt{-1}}\,dx$$

$$+\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\,e^{-\frac{\pi p i^2\sqrt{-1}}{2}}\int_o^p\left[e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}\left(x+\frac{pi}{2}\right)^2}+e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}\left(x-\frac{pi}{2}\right)^2}\right]dx.$$

Lorsque i est un nombre pair, on a $e^{-\frac{\pi p i^2\sqrt{-1}}{2}}=1$, et pour i impair on a $e^{-\frac{\pi p i^2\sqrt{-1}}{2}}=(-1)^{\frac{p-1}{2}}\sqrt{-1}$; ce qui permet d'écrire l'équation qui précède de la manière suivante :

$$\int_o^p e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}}\,dx+2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p \cos.\,2i\pi x\; e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}}\,dx+\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p\left[e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}(x+pi)^2}\right.$$

$$\left.+\,e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}(x-pi)^2}\right]dx+(-1)^{\frac{p-1}{2}}\sqrt{-1}\;\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p\left[e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}[x+p(i-\frac{1}{2})]^2}+e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}[x-p(i-\frac{1}{2})]^2}\right]dx.$$

Mais on a évidemment

$$\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^p e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}(x+pi)^2}\,dx=\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_{pi}^{p(i+1)} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx=\int_p^\infty e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx,$$

$$\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_0^p e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}(x-pi)^2}\,dx = \Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_{p(i-1)}^{pi} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx = \int_0^\infty e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx.$$

$$\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_0^p e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}[x+p(i-\frac{1}{2})]^2} = \Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_{p(i-\frac{1}{2})}^{p(i-\frac{1}{2})} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx = \int_{\frac{1}{2}p}^{\infty} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx.$$

$$\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_0^p e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}[x-p(i-\frac{1}{2})]^2} = \Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_{p(i-\frac{5}{2})}^{p(i-\frac{1}{2})} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx = \int_{-\frac{1}{2}p}^{\infty} e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{p}x^2}\,dx$$

Ce qui donne

$$\int_0^p e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}} + 2\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_0^p \cos.\, 2\pi i x\, e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}} = 2\left[1+(-1)^{\frac{p-1}{2}}\sqrt{-1}\right]\int_0^\infty e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}}\,dx.$$

D'après une formule d'Euler, on a

$$\int_0^\infty e^{az\sqrt{-1}}\, z^{b-1}\,dz = \frac{\Gamma(b)\, e^{\frac{b\pi\sqrt{-1}}{2}}}{a^b}.$$

En y faisant $z = x^2$ et $b = \frac{1}{2}$, il vient, à cause de $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$,

$$\int_0^\infty e^{ax^2\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{\pi}\, e^{\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}}}{2\sqrt{a}},$$

donc

$$\int_0^\infty e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}}\,dx = \frac{(1+\sqrt{-1})\sqrt{p}}{4};$$

par conséquent

$$\Sigma_{x=1}^{x=p-1} e^{\frac{2\pi x^2\sqrt{-1}}{p}} = \Sigma_{x=1}^{x=p-1}\left(\cos.\frac{2\pi x^2}{p} + \sqrt{-1}\,\sin.\frac{2\pi x^2}{p}\right)$$

$$= -1 + \frac{(1+\sqrt{-1})\left[1+(-1)^{\frac{p-1}{2}}\sqrt{-1}\right]}{2}\sqrt{-1} = -1 + \sqrt{p(-1)^{\frac{p-1}{2}}}$$

Si nous désignons par

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ a_{\frac{p-1}{2}},$$

les $\frac{p-1}{2}$ résidus quadratiques du nombre p, cette dernière équation pourra s'écrire de la manière suivante :

$$\Sigma_{n=1}^{n=\frac{p-1}{2}}\left(\cos.\frac{2\pi a_n}{p} + \sqrt{-1}\sin.\frac{2\pi a_n}{p}\right) = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{p(-1)^{\frac{p-1}{2}}},$$

ou bien encore, en posant $\cos.\frac{2\pi}{p} + \sqrt{-1}\sin.\frac{2\pi}{p} = r$ et

$$n^{\frac{p-1}{2}} \equiv \left(\frac{n}{p}\right) \ (\text{mod. } p),$$

$$\Sigma_{n=1}^{n=p-1}\left(\frac{n}{p}\right) r^n = \sqrt{p(-1)^{\frac{p-1}{2}}}.$$

Ces formules renferment les intégrales définies de M. Gauss dont nous avons parlé ci-dessus, et qu'il a déduites comme corollaires de sa Théorie de la division du cercle en parties égales. Mais cette théorie ne peut pas indiquer le signe dont le radical du second membre est affecté, et la détermination de ce signe est un des problèmes les plus difficiles de la théorie des nombres.

IV.

Soit, en dernier lieu, $f(x) = \log.\sin.\pi x$, $x_0 = a$, a étant compris entre o et 1, $X = a + 1$, et $h = \frac{1}{n}$; on aura, à cause de $\log.\sin.\pi(a+1) = \log.\sin\pi a + \pi\sqrt{-1}$,

$$\log.\left[\sin.\pi a \sin.\pi\left(a+\frac{1}{n}\right)\sin.\pi\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\sin.\pi\left(a+\frac{n-1}{n}\right)\right] = -\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}$$

$$+ n\int_o^{a+1} \log.\sin.\pi x\,dx + 2n\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\int_o^{a+1}\cos.2\pi in(x-a)\log.\sin.\pi x\,dx.$$

D'abord pour a positif et < 1, on a

$$\int_a^{a+1}\log.\sin.\pi x = \int_o^1 \log.\sin.\pi x\,dx + a\pi\sqrt{-1} = -\log.2 + a\pi\sqrt{-1}\ ;$$

ensuite on a évidemment

$$\int_a^{a+1}\cos.2\pi in(x-a)\log.\sin.\pi x\,dx = \frac{\sqrt{-1}}{2in}\sin.2\pi ina + \int_o^1\cos.2\pi in(x-a)\log.\sin.\pi x\,dx.$$

D'ailleurs

$$\int_o^1 e^{2\pi inx\sqrt{-1}}\log.\sin.x\pi\,dx = -\frac{1}{2in},$$

d'où

$$\int_o^1\cos.2\pi inx\log.\sin.\pi x\,dx = \frac{-1}{2in},\ \int_o^1\sin.2\pi inx\log.\sin.\pi x\,dx = o;$$

par conséquent,

$$\int_o^1\cos.2\pi in(x-a)\log.\sin.\pi x\,dx = -\frac{1}{2in}(\cos.2\pi ina - \sqrt{-1}\sin.2\pi ina) = -\frac{e^{-2\pi ina\sqrt{-1}}}{2in};$$

donc enfin

$$2n\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\cos.2\pi in(x-a)\log.\sin.\pi x\,dx = -\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\frac{e^{-2\pi ina\sqrt{-1}}}{i} = \log.(1 - e^{-2\pi ina\sqrt{-1}}).$$

Mais

$$\log.(1 - e^{-2\pi ina\sqrt{-1}}) = \log.2 + \log.\sin.na\pi - (na - \tfrac{1}{2})\pi\sqrt{-1},$$

substituant dans l'équation ci-dessus, on aura

$$\log\left[\sin.\pi a \sin.\pi\left(a+\frac{1}{n}\right)\sin.\pi\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\sin.\pi\left(a+\frac{n-1}{n}\right)=-(n-1)\log.2+\log.\sin.na\pi\right].$$

d'où l'on tire la formule, due à Euler,

$$\sin.\pi a \sin.\pi\left(a+\frac{1}{n}\right)\sin.\pi\left(a+\frac{2}{n}\right)\ldots\sin.\pi\left(a+\frac{n-1}{n}\right)=2^{-(n-1)}\sin.na\pi.$$

Les applications précédentes suffisent pour montrer quel parti l'on peut tirer de la formule (3).

V.

Soit $X=\infty$ et $x_0=o$, la formule (3) donnera

$$\int_o^\infty f(x)\,dx+2\,\Sigma_{i=o}^{i=\infty}\int_o^\infty \cos.\frac{2\pi ix}{h}f(x)\,dx=\frac{h}{2}f(o)+h\,\Sigma_{i=1}^{i=\infty}f(ih).$$

Soit $f(x)=\frac{\sin.x}{x}$, on aura, à cause de $\int_o^\infty \frac{\sin.x}{x}dx=\frac{\pi}{2}$,

$$\frac{\pi}{2}+2\,\Sigma_{i=o}^{i=\infty}\int_o^\infty \cos.\frac{2\pi ix}{h}\frac{\sin.x}{x}dx=\frac{h}{2}+\Sigma_{i=1}^{i=\infty}\frac{\sin.ih}{i}.$$

Mais on sait que l'intégrale

$$\int_o^\infty \cos.kx\frac{\sin.x}{x}dx$$

est égale à $\frac{\pi}{2}$ ou à o, suivant que la constante positive k est inférieure ou supérieure à l'unité. Il résulte de là que pour toutes les valeurs de i plus petites que $\frac{h}{2\pi}$, on a

$$\int_o^\infty \frac{\sin.x}{x}\cos.\frac{2i\pi x}{h}\,dx=\frac{\pi}{2}.$$

et que la même intégrale est égale à zéro, pour toutes les valeurs de i supérieures à $\frac{h}{2\pi}$. En désignant donc par $\mathrm{E}\left(\frac{h}{2\pi}\right)$ le plus grand entier contenu dans $\frac{h}{2\pi}$, on aura

$$\Sigma_{i=0}^{i=\infty} \int_0^\infty \cos. \frac{2\pi i x}{h} \frac{\sin. x}{x} dx = \frac{\pi}{2} \mathrm{E}\left(\frac{h}{2\pi}\right);$$

par conséquent

$$\frac{\pi}{2} + \pi \mathrm{E}\left(\frac{h}{2\pi}\right) = \frac{h}{2} + \Sigma_{i=1}^{i=\infty} \frac{\sin. ih}{h}.$$

Soit $h = \frac{2\pi pk}{q}$, p et q étant deux nombres impairs et k un nombre entier positif quelconque, on aura

$$\frac{\pi}{2} + \pi \mathrm{E}\left(\frac{pk}{q}\right) = \frac{\pi pk}{q} + \Sigma_{i=1}^{i=\infty} \frac{1}{i} \sin. \frac{2\pi ipk}{q},$$

d'où l'on tire

$$\mathrm{E}\left(\frac{pk}{q}\right) = -\tfrac{1}{2} + \frac{pk}{q} + \frac{1}{\pi} \Sigma \frac{1}{i} \sin. \frac{2\pi ipk}{q}.$$

Posons successivement $k = 1, 2, 3 \ldots \frac{q-1}{2}$ et ajoutons les $\frac{q-1}{2}$ équations résultantes, il viendra

$$\Sigma_{k=1}^{k=\frac{q-1}{2}} \mathrm{E}\left(\frac{pk}{q}\right) = -\frac{q-1}{4} + \frac{q^2-1}{8} \cdot \frac{p}{q} + \frac{1}{\pi} \Sigma_{k=1}^{k=\frac{q-1}{2}} \Sigma_{i=1}^{i=\infty} \frac{1}{i} \sin. \frac{2\pi ipk}{q}.$$

Au moyen de la formule

$$\Sigma_{k=1}^{k=n} \sin. 2\pi ak = \frac{\sin. (n+1)\pi a \sin. n\pi a}{\sin. \pi a},$$

il est aisé de transformer la précédente en celle-ci :

$$\Sigma_{k=1}^{k=\frac{q-1}{2}} \mathrm{E}\left(\frac{pk}{q}\right) = -\frac{q-1}{4} + \frac{q^2-1}{8} \cdot \frac{p}{q} + \frac{1}{2\pi}\left[\Sigma' \frac{1}{i} \cot. \frac{\pi ip}{2q} - \Sigma'' \frac{1}{i} \operatorname{tag.} \frac{\pi ip}{2q}\right].$$

où les signes Σ' et Σ'' désignent des sommes s'étendant, la première à toutes les valeurs positives impaires, et la seconde à toutes les valeurs paires de i.

La fonction

$$\varphi\left(\frac{p}{q}\right) = \Sigma' \frac{1}{i} \cot. \frac{\pi i p}{2q} - \Sigma'' \frac{1}{i} \text{tag.} \frac{\pi i p}{2q}$$

jouit d'une propriété assez remarquable : on a comme on sait

$$\sum_{k=1}^{k=\frac{q-1}{2}} \text{E}\left(\frac{pk}{q}\right) + \sum_{k=1}^{k=\frac{p-1}{2}} \text{E}\left(\frac{qk}{p}\right) = \frac{(p-1)(q-1)}{4};$$

de là résulte l'équation

$$\varphi\left(\frac{p}{q}\right) + \varphi\left(\frac{q}{p}\right) = \frac{\pi}{4} \cdot - \frac{(p-q)^2}{pq}$$

Dans le tome XXVII, pag. 281 du *Journal de Crelle,* M. Eisenstein, de Berlin, a rapporté des théorèmes analogues aux précédents.

FIN.

SUR

LA DÉTERMINATION DE L'HEURE,

DE

LA LATITUDE ET DE L'AZIMUT,

AU MOYEN

DES DOUBLES PASSAGES D'UNE ÉTOILE PAR DIFFÉRENTS VERTICAUX;

PAR

M. LIAGRE,

CAPITAINE DU GÉNIE, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE MILITAIRE DE BELGIQUE.

SUR

LA DÉTERMINATION DE L'HEURE,

DE

LA LATITUDE ET DE L'AZIMUT,

AU MOYEN

DES DOUBLES PASSAGES D'UNE ÉTOILE PAR DIFFÉRENTS VERTICAUX.

INTRODUCTION.

Le problème général de la détermination des *latitudes* terrestres a pour objet de trouver, à l'aide de l'observation d'un astre, le côté PZ $= l$ d'un triangle sphérique nZP (*fig.* 1), ayant pour sommets respectifs l'astre, le zénith et le pôle. La recherche de ce côté doit se baser sur la connaissance préalable ou sur l'observation de l'un au moins des deux autres *côtés* du triangle : il est impossible, en effet, dans la pratique, de se donner simultanément (d'une manière suffisamment exacte) les trois angles du triangle en question.

Soit donc p la distance polaire de l'astre observé; ζ sa distance zénithale; b, a, h les angles en n, Z, P. Le calcul du côté l pourra toujours, en définitive, être ramené à la solution d'une des deux équations suivantes :

$$\sin. l = \sin. p \frac{\sin. b}{\sin. a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

$$\sin. l = \sin. \zeta \frac{\sin. b}{\sin. h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b).$$

dont chacune renferme comme *donnée* un des côtés du triangle.

Différentions ces deux équations par rapport à toutes leurs variables [1] : nous obtenons

$$(a') . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad dl = \frac{\sin. b}{\sin. a} \times \frac{1}{\cos. l} (\cos. p\, dp - \sin. p \operatorname{cotg.} a\, da)$$

$$(b') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad dl = \frac{\sin. b}{\sin. a} \times \frac{\sin. p}{\cos. l} (\operatorname{cotg.} \zeta\, d\zeta - \operatorname{cotg.} h\, dh).$$

Dans l'un et l'autre cas, une erreur sur la latitude sera, comme on le voit, d'autant moins à craindre que le facteur $\frac{\sin. b}{\sin. a}$ sera moindre : or, on peut obtenir ce *minimum* de deux manières :

1° en faisant $b = 0° = 180°$
2° » $a = 90° = 270°$.

De là naissent deux grandes divisions dans les procédés d'observation propres à déterminer la latitude :

1° Les observations circomméridiennes et méridiennes, pour lesquelles l'angle b diffère peu ou point de 0° ou 180°.

2° Les observations faites dans le premier vertical ou dans son voisinage, qui correspondent au cas où l'angle a est égal (ou à peu près) à 90° ou 270°.

Nous allons démontrer que les observations de la première espèce doivent employer de préférence la mesure des angles de *hauteur*, et celles de la seconde, les angles d'*azimut*. Ces derniers pourront, au besoin, être remplacés par des angles *horaires*.

En effet, lorsqu'on fait concourir les angles de hauteur à la recherche de la latitude d'un lieu, il est bon que ces angles varient peu dans un temps considérable. On atténue ainsi l'influence de l'erreur de la pendule,

[1] Nous n'effectuons pas la différentiation par rapport à b, parce que cet angle n'étant pas directement observable est supposé *calculé* en fonction de 3 des 4 variables p, h, a, ζ.

et l'on a en même temps l'avantage de se procurer un grand nombre de distances zénithales presque égales entre elles, groupées aux environs d'un même plan, et dont on peut prendre la moyenne pour valeur définitive, après avoir fait subir à chacune d'elles une faible correction.

Or, de la formule

$$\cos. \zeta = \cos. l \cos. p + \sin. l \sin. p \cos. h,$$

on tire

$$\frac{d\zeta}{dh} = \frac{\sin. l \sin. p \sin. h}{\sin. \zeta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (c)$$

et l'on voit que $\frac{d\zeta}{dh}$ sera un *minimum* pour $h = 0°$ ou $180°$, c'est-à-dire près du méridien.

Mais lorsqu'on prend la mesure des angles azimutaux pour base de la détermination de cet élément, on obtiendra un résultat d'autant plus exact, qu'à de plus grands changements d'azimut correspondront de moindres variations de la latitude. On devra donc chercher ici à rendre $\frac{da}{dl}$ un *maximum*. Or, de la relation

$$\sin. a = \sin. b \frac{\sin. p}{\sin. l}$$

on déduit

$$\frac{da}{dl} = -\frac{\text{tang. } a}{\text{tang. } l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (d)$$

expression dont le *maximum* correspond à

$$a = 90° \quad \text{ou} \quad 270°.$$

Entre les deux grandes divisions que nous venons de tracer, viennent se placer les observations de latitude faites dans un azimut quelconque. Ici, l'on emploiera, suivant les circonstances, les angles verticaux ou les angles horizontaux, en se guidant d'après les considérations suivantes.

L'équation

$$\sin. l = \sin. \zeta \frac{\sin. b}{\sin. h}$$

donne

$$\frac{dl}{d\zeta} = \frac{\text{tang. } l}{\text{tang. } \zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

On conclut de ce dernier rapport que, lorsqu'on emploie les distances zénithales, il faut prendre l'astre aussi loin que possible du zénith. Les circompolaires doivent donc s'observer de préférence dans la partie inférieure de leur cours, et les autres étoiles dans le voisinage de leur lever et de leur coucher. Mais cette règle théorique est restreinte par l'incertitude des réfractions dans le voisinage de l'horizon.

Lorsqu'on voudra se servir des angles azimutaux, on se rappellera *(d)* que

$$\frac{dl}{da} = -\frac{\text{tang. } l}{\text{tang. } a}.$$

L'erreur en latitude sera donc égale, supérieure ou inférieure à l'erreur d'azimut, suivant que l'angle l sera égal, supérieur ou inférieur à l'angle a.

On entrevoit déjà ici que la méthode des angles azimutaux est susceptible d'une plus grande précision que celle des distances zénithales, car on peut rendre l'angle a aussi voisin d'un droit que l'on veut, tandis qu'il n'en est pas de même de l'angle ζ. Il serait imprudent de pousser celui-ci au delà de 75° : or, c'est précisément dans les derniers degrés du quart de cercle que tang. ζ prendrait le rapide accroissement propre à rendre dl très-petit par rapport à $d\zeta$.

Tout ce que nous venons de dire de l'angle azimutal s'applique exactement à l'angle horaire. On a en effet la relation

$$\frac{dl}{dh} = -\frac{\text{tang. } l}{\text{tang. } h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

entièrement analogue à l'équation *(d)*.

Le signe *moins* qui précède les seconds membres de ces deux dernières équations indique qu'une erreur en *plus* sur l'angle azimutal ou sur l'angle horaire entraîne une erreur en *moins* sur la colatitude. En effet, dans le

premier cas, le zénith se rapproche du pôle; dans le second, c'est le pôle qui se rapproche du zénith.

La discussion précédente nous conduit donc à classer les observations de latitude en trois grandes catégories :

La première, celle des distances zénithales méridiennes et circomméridiennes, est aujourd'hui la plus répandue : elle comprend les différentes méthodes d'observation aux instruments fixes, et celle de Delambre pour les instruments portatifs. Elle emploie la mesure des angles verticaux comme élément principal, et le temps comme élément secondaire.

A la seconde catégorie, nous rapportons les méthodes qui s'appuient sur l'observation d'un astre, faite en un point quelconque de son cours. Elles sont principalement usitées en mer, et offrent en général assez peu d'exactitude : une des plus remarquables est celle de Littrow. Le temps, les angles verticaux et les angles horizontaux peuvent, suivant les circonstances, y entrer comme éléments dominants.

Enfin, les observations de la troisième catégorie se font aux environs du premier vertical; elles emploient le temps comme donnée principale, et les angles horizontaux comme donnée subsidiaire. Elles sont encore peu répandues, et ce n'est que depuis quelques années que l'on se livre, en Russie et en Allemagne, à ce genre d'observations. Jusqu'ici, la recherche des latitudes s'est faite au moyen d'un instrument *fixe,* disposé dans le premier vertical; et je ne sache pas que l'on ait encore cherché à apporter à cette méthode une extension analogue à celle qu'a donnée Delambre à la méthode des observations méridiennes. Remplir cette lacune est le but principal que j'ai eu en vue dans le mémoire qu'on va lire.

La simple inspection des équations (a') et (b') nous a montré pourquoi les observations les plus propres à déterminer la *latitude* doivent se faire de préférence, soit autour du méridien, soit aux environs du premier vertical. L'importance de ces deux plans remarquables se manifeste de la même manière lorsqu'il s'agit de trouver l'*heure.* On s'en convaincra facilement en différentiant la formule

$$\sin. h = \sin. a \frac{\sin. z}{\sin. p}$$

qui devient

$$\frac{dh}{da} = \frac{\cos. a}{\cos. h} \frac{\sin. \zeta}{\sin. p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (g)$$

L'erreur commise sur l'heure sera donc un *minimum* pour $a = 90° = 270°$ ou pour $h = 0° = 180°$.

Nous croyons inutile de nous livrer ici à une discussion qui serait identique avec la précédente. Insistons seulement sur ce fait capital, que, pour la détermination de l'heure comme pour celle de la latitude, les observations les plus avantageuses viennent se grouper autour de deux plans perpendiculaires entre eux, celui du méridien et celui du premier vertical.

---

§ Ier.

Bessel est le premier astronome qui ait introduit l'usage d'observer dans le premier vertical. L'instrument qu'il employait à cet effet, et qu'il nommait « Instrument des passages est-ouest » *(Durchgangs Instrument von Ost nach West)* n'est autre chose qu'une lunette méridienne qu'on aurait fait dévier de sa position primitive pour l'amener à décrire le premier vertical. L'invention paraît en appartenir à Roemer.

Les avantages précieux dont jouit cet instrument sont aujourd'hui parfaitement appréciés : on l'a établi dans un grand nombre d'observatoires, où il sert à donner à la fois les ascensions droites et les déclinaisons des astres, mais où son principal objet est de faire connaître avec précision, par l'observation des étoiles circomzénithales, les valeurs rigoureuses des corrections uranographiques les plus délicates, telles que la parallaxe annuelle, les constantes de la nutation et de l'aberration, etc.

Bessel a également indiqué l'usage que l'on peut faire de ce mode d'observation pour la détermination des latitudes terrestres. Il suffit de noter

les instants où une étoile connue de position effectue successivement ses deux passages par le premier vertical, pour pouvoir calculer la colatitude du lieu d'observation. En effet, la distance du zénith au pôle est le côté de l'angle droit d'un triangle sphérique rectangle, dont l'hypoténuse est la distance polaire de l'étoile observée, et dont l'angle aigu compris se mesure par la moitié du temps écoulé entre les deux passages.

On remarquera que cette méthode est indépendante de la réfraction, et qu'elle dispense de l'emploi de tout cercle gradué. De plus, lorsqu'on choisit convenablement les étoiles observées, elle est susceptible d'une haute précision. Un calcul bien simple prouverait, par exemple, que si l'on observe, sous la latitude de $50^\circ 30'$ (qui est la latitude moyenne de la Belgique) les doubles passages par l'est et par l'ouest de η *Ursae majoris*, un changement de $1'$ en latitude sera accusé par une variation d'environ $2\frac{1}{2}'$ dans l'angle au pôle correspondant.

L'exactitude, la simplicité du mode d'observation proposé par Bessel m'ont engagé à rechercher s'il n'était pas possible d'en trouver un qui lui fût analogue, et qui pût s'appliquer avantageusement à la détermination de l'heure, de la latitude et de l'azimut en géodésie.

Tous les procédés que cette science a employés jusqu'aujourd'hui pour obtenir ces éléments reposent presque uniquement, on le sait, sur l'appréciation des distances zénithales des astres, et ils sont par là exposés à une foule d'inconvénients pratiques. Je citerai entre autres les irrégularités de la réfraction; la difficulté de faire des lectures très-exactes sur des limbes de petite dimension [1]; la flexion des lunettes; le jeu des collets; enfin et surtout l'impossibilité de rendre et de maintenir bien verticaux l'axe zénithal et le plan du cercle. On peut voir ce que disent, au sujet de ce dernier inconvénient, Delambre (*Détermination d'un arc du méridien*, p. 52) et Méchain (*Base du système métrique*, t. II, p. 621 et 622). On évitera en grande partie, sinon en totalité, tous ces inconvénients, en introduisant le temps comme unité principale de mesure, et en substituant aux distances zénithales les angles azimutaux.

[1] Difficulté à laquelle le principe de la répétition ne remédie pas toujours d'une manière suffisante.

Les deux conditions fondamentales auxquelles doit satisfaire une méthode d'observation avantageusement applicable en géodésie sont :

1° De ne pas exiger l'emploi de grands instruments fixes, toujours incommodes à transporter, difficiles à bien établir et surtout à bien conserver en place;

2° De se prêter à des réitérations fréquentes, qui fournissent en peu de temps un grand nombre d'éléments concourant tous à la formation du résultat définitif.

Nous satisferons à ces deux conditions en modifiant légèrement l'instrument de Bessel : au lieu d'assujettir une lunette à se mouvoir dans un plan unique, celui du premier vertical, nous lui laisserons un mouvement dans le sens azimutal, ce qui lui permettra de décrire un vertical quelconque. Dans ce cas, il faudra noter les instants où une étoile connue arrive successivement dans différents verticaux, puis ceux où elle effectue ses seconds passages dans *les mêmes* plans. On se procurera ainsi un système d'observations que j'appelle *conjuguées,* et dont chaque couple, traité suivant la méthode que je développerai dans les paragraphes suivants, sera propre à fournir une valeur particulière, soit pour l'heure, soit pour la latitude, soit pour ces deux éléments à la fois.

Un chronomètre ayant une marche diurne régulière et connue; une lunette tournant sur un axe horizontal, et douée, de plus, d'un mouvement azimutal autour du centre d'un cercle gradué, suffisent d'ailleurs pour parvenir à notre but. Ainsi disposé, le système que nous proposons ne serait autre chose que l'*instrument universel* débarrassé de son cercle vertical. Cet instrument, dont on a fait un excellent usage dans les dernières triangulations de l'Allemagne, se trouve en Belgique au dépôt de la guerre, et nous le croyons éminemment propre au genre d'observations que nous proposons ici. Son cercle azimutal, bien qu'offrant de grandes facilités, n'est même pas indispensable : car, comme il ne s'agit en général que de pouvoir retrouver, dans la série des observations relatives aux *seconds* passages, les mêmes verticaux dans lesquels on a observé les *premiers,* la graduation de ce cercle peut, à la rigueur, être remplacée par de simples points de repère, sur lesquels on devrait amener le fil vertical

de la lunette, dans chaque observation conjuguée. Il existe un grand nombre de moyens de se procurer ces points de repère, soit à proximité, soit à distance; ils varieront avec les circonstances, et suivant les ressources que chaque observateur aura à sa disposition.

§ II.

Trouver la latitude d'un lieu, connaissant l'heure approchée, et l'intervalle de temps écoulé entre les deux passages d'une étoile par le même vertical.

Admettons d'abord, comme on le fait ordinairement dans la recherche des latitudes, que nous soyons en possession de l'heure absolue, et résolvons cette question générale :

« Connaissant la déclinaison d'une étoile, et les instants de ses deux passages consécutifs par un même vertical, trouver la latitude du lieu d'observation. »

Soit P le pôle; (*fig.* 1.)

Z le zénith du lieu d'observation, dont la colatitude cherchée est l;

nQn' le parallèle de l'étoile, dont la distance polaire connue est p;

nZn' le vertical décrit dans le ciel par le fil de la lunette;

α l'azimut de ce vertical compté à partir du Nord en passant par l'Est;

h l'heure du premier passage de l'étoile par le vertical;

h' l'heure du second passage.

Des deux triangles sphériques ZnP, Zn'P on tire les relations :

$$\text{cotg.}\, p \,\text{sin.}\, l = \quad \text{cotg.}\, \alpha \,\text{sin.}\, h + \text{cos.}\, h \,\text{cos.}\, l$$
$$\text{cotg.}\, p \,\text{sin.}\, l = - \text{cotg.}\, \alpha \,\text{sin.}\, h' + \text{cos.}\, h' \,\text{cos.}\, l.$$

Éliminant cotg. α et réduisant, on obtient [1] :

$$\text{tang.}\, l = \text{tang.}\, p \,\frac{\text{cos.}\, \frac{1}{2}(h+h')}{\text{cos.}\, \frac{1}{2}(h-h')} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

[1] Si l'on ignorait la distance polaire de l'étoile, mais que l'on connût l'azimut α, on tirerait des deux équations précédentes la relation remarquable

$$\text{cos.}\, l = \text{cotg.}\, \alpha \,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2}(h-h'),$$

formule qui peut devenir très-utile.

Si le zénith, au lieu de tomber au dedans du parallèle de l'étoile, comme nous l'avons supposé, était tombé au dehors, le terme cotg. α aurait conservé le même signe dans les deux équations, et le résultat de l'élimination aurait été :

$$\text{tang. } l = \text{tang. } p \frac{\cos. \frac{1}{2}(h - h')}{\cos. \frac{1}{2}(h + h')} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

formule à laquelle se ramène la précédente, si l'on convient avec nous de compter les angles horaires h et h' à partir du méridien vers l'Est et vers l'Ouest, et de regarder comme *négatifs* ceux qui tombent vers l'Ouest [1].

Dans la formule (1), le facteur cos. $\frac{1}{2}(h+h')$ ne dépend que de l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations ; il n'exige donc pas que le chronomètre soit mis à l'heure ; mais il en est autrement du terme cos. $\frac{1}{2}(h-h')$, qui nécessite la connaissance de l'heure absolue. — L'inverse a lieu pour la formule (2).

Nous verrons plus loin comment on peut se procurer cette heure par les observations mêmes qui servent à déterminer la latitude : pour le moment, supposons-la trouvée par un moyen quelconque, et cherchons l'influence qu'une erreur sur l'heure absolue doit avoir sur la détermination de la latitude.

A cet effet, différentions d'abord l'équation (1) qui se rapporte à un astre passant au sud du zénith, et regardons-y comme variables les quantités l et $\frac{1}{2}(h-h') = \varphi$. Nous ne différentions point par rapport à $\frac{1}{2}(h+h')$, qui n'est qu'un intervalle de temps indépendant de la marche absolue du chronomètre. Nous obtenons ainsi :

$$dl = d\varphi \frac{\sin.^2 l \sin. \varphi}{\text{tg. } p \cos. \frac{1}{2}(h + h')} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

On voit par cette expression que, pour une erreur donnée sur l'heure

[1] Dans ce travail, nous appelons *angle au pôle* celui que font entre eux deux cercles horaires quelconques, réservant le nom d'*angle horaire* à celui qui est formé par le *méridien* et un cercle horaire.

absolue, l'erreur commise sur la latitude sera d'autant plus grande que le facteur variable $\frac{\sin. \varphi}{\cos. \frac{1}{2}(h+h')}$ sera plus considérable. Il en résulte que l'on doit chercher à réduire simultanément à leur *minimum* les angles $\frac{1}{2}(h-h')$ et $\frac{1}{2}(h+h')$, ou qu'il faut :

1° Observer dans le voisinage du premier vertical;

2° Choisir une étoile qui passe près du zénith.

Le signe de dl changera en même temps que celui de sin. φ : si donc il était *positif* pour les observations faites *avant* le passage au premier vertical, il sera *négatif* pour celles qui seront faites *après* ce passage; et en faisant concourir à la formation de la valeur moyenne de la latitude un même nombre d'observations symétriquement disposées par rapport au premier vertical, on éliminera *rigoureusement* du résultat final l'influence de la marche absolue de la pendule.

Ce que nous venons de dire n'a besoin que de légères modifications pour s'appliquer au cas où l'étoile observée passe au *nord* du zénith : Dans ce cas, les doubles passages de l'astre à travers un même vertical s'effectuent d'un même côté du méridien; l'intervalle $\frac{1}{2}(h-h')$ devient indépendant de l'heure absolue, et nous devons différentier l'équation (2) par rapport à l et à $\frac{1}{2}(h+h') = \varphi'$, pour trouver la position du vertical le plus avantageux. Cette différentiation donne :

$$dl = d\varphi' \frac{\sin.^2 l \sin. \varphi'}{\text{tg. } p \cos. \frac{1}{2}(h-h')} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Ici encore, l'erreur dl sera d'autant moindre que sin. φ' sera plus faible et cos. $\frac{1}{2}(h-h')$ plus considérable; c'est-à-dire que l'étoile sera observée plus près du méridien, et que le vertical s'approchera davantage d'être tangent au parallèle de l'astre. Ces deux conditions exigent donc encore l'emploi d'étoiles circomzénithales.

dl se changerait en $-dl$ si l'observation était faite de l'autre côté du méridien, dans un vertical symétriquement placé : il y a donc encore ici possibilité d'anéantir l'influence de l'heure absolue sur le résultat définitif.

Mais ce n'est pas tout que de rendre la latitude presque indépendante

de la marche absolue de la pendule; il faut encore qu'elle soit obtenue avec un haut degré de précision; en d'autres termes, il faut que l'on puisse mesurer sur une échelle amplifiée les petites variations que subit la grandeur cherchée. On parviendra à ce but en faisant en sorte qu'un faible changement dans la latitude corresponde à une variation considérable dans l'angle au pôle qui mesure le temps écoulé entre deux observations conjuguées.

Reprenons donc l'équation (1) et différentions-la maintenant en regardant comme variables les éléments l et $\frac{1}{2}(h + h') = \theta$; il vient :

$$dl = -d\theta \sin.\theta \frac{\text{tg.}\, p \cos.^2 l}{\cos.\frac{1}{2}(h - h')} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Pour une variation donnée de la latitude, la quantité $d\theta$ sera donc d'autant plus grande que nous rendrons plus faible le facteur $\frac{\sin.\theta}{\cos.\frac{1}{2}(h-h')}$ dont nous pouvons disposer : on y parviendra encore en observant les étoiles circomzénithales dans le voisinage du premier vertical.

En différentiant de même l'équation (2), par rapport à l et à $\frac{1}{2}(h - h') = \theta'$, on trouverait :

$$dl' = -d\theta' \sin.\theta' \frac{\text{tg.}\, p \cos.^2 l}{\cos.\frac{1}{2}(h + h')} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Résultat qui confirme ce que nous avons dit plus haut des étoiles passant au nord du zénith : il faut les observer dans le voisinage de leur plus grande élongation.

Hâtons-nous toutefois de faire remarquer dès à présent que, pour cette dernière catégorie d'étoiles, on ne peut, dans la pratique, réaliser jusqu'au bout les avantages que promet la formule théorique. En effet, lorsque l'astre arrive *très-près* de sa plus grande élongation, son mouvement azimutal devient trop lent pour qu'on puisse noter avec exactitude l'instant de son passage derrière le fil vertical de la lunette. Nous reviendrons plus loin sur cette observation.

Aux avantages théoriques que présentent les étoiles circomzénithales

dans la recherche qui nous occupe, il faut en ajouter d'autres sous le point de vue de la pratique. Ainsi les deux passages par un même vertical, s'effectuant à des instants rapprochés, on sera bien moins exposé à ce que le second soit empêché par les circonstances atmosphériques; de plus, pour l'appréciation du temps écoulé entre deux observations conjuguées, on aura bien moins à craindre des changements qui pourraient survenir dans la marche de la pendule.

§ III.

Méthode particulière pour calculer la latitude, lorsque les observations se font très-près du premier vertical.

Lorsque le vertical dans lequel on observe, fait avec la direction Est-Ouest un angle inférieur à une dizaine de degrés (ce qui sera le cas le plus avantageux et le plus ordinaire), l'application directe des formules (1) et (2) cesse d'être d'un usage très-sûr. En effet, les cosinus des très-petits angles φ, φ' que renferment ces formules ne peuvent être calculés exactement qu'en prenant un très-grand nombre de décimales aux logarithmes. Dans ce cas, il sera plus commode et plus rigoureux de calculer, pour chaque observation, la *différence* entre la colatitude $PZ = l$ et l'arc $Po = l'$, perpendiculaire au vertical dans lequel on observe.

La valeur de l' sera donnée immédiatement par la formule

$$\text{tang. } l' = \text{tang. } p \cos. \theta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Pour obtenir maintenant la différence $l - l'$, développons la valeur de l' en série ordonnée suivant les puissances entières de l'arc φ. La petitesse de cet angle horaire est très-propre à rendre la série rapidement convergente. On aura par le théorème de Stirling et en remarquant que $l' = l$ pour $\varphi = o$,

$$l' = l + \left(\frac{dl'}{d\varphi}\right)_o \varphi + \left(\frac{d^2l'}{d\varphi^2}\right)_o \frac{\varphi^2}{1.2} + \left(\frac{d^3l'}{d\varphi^3}\right)_o \frac{\varphi^3}{1.2.3} + \text{etc.}$$

Afin de trouver les différentes valeurs des dérivées successives, nous tirerons du triangle sphérique rectangle PZo la relation

$$\text{tang. } l' = \text{tang. } l \cos. \varphi,$$

différentiant cette expression par rapport à l' et à φ, on obtient :

$$\frac{dl'}{d\varphi} = - \text{tang. } l \cos.^2 l' \sin. \varphi \ldots\ldots$$

d'où

$$\left(\frac{dl'}{d\varphi}\right)_o = o.$$

Une seconde différentiation donnera

$$\frac{d^2l'}{d\varphi^2} = \text{tang. } l \left[\sin. 2\, l' \sin. \varphi \frac{dl'}{d\varphi} - \cos.^2 l' \cos. \varphi\right],$$

d'où

$$\left(\frac{d^2l'}{d\varphi^2}\right)_o = - \sin. l \cos. l.$$

Le coefficient différentiel du troisième ordre serait :

$$\frac{d^3l'}{d\varphi^3} = \text{tang. } l \left[\sin. \varphi \sin. 2\, l' \frac{d^2l'}{d\varphi^2} + 2 \sin. \varphi \cos. 2\, l' \left(\frac{dl'}{d\varphi}\right)^2 + 2 \cos. \varphi \sin. 2\, l' \frac{dl'}{d\varphi} + \cos.^2 l' \sin. \varphi\right];$$

on en tire

$$\left(\frac{d^3l'}{d\varphi^3}\right)_o = o.$$

Enfin une quatrième différentiation donnerait :

$$\left(\frac{d^4l'}{d\varphi^4}\right)_o = \sin. l \cos. l - 6 \sin.^3 l \cos. l,$$

substituant ces valeurs dans la série primitive, on obtient

$$l - l' = \sin. l \cos. l \frac{\varphi^2}{2} - \sin. l \cos. l \frac{\varphi^4}{24} + 6 \sin.^3 l \cos. l \frac{\varphi^4}{24}.$$

Les deux premiers termes du second membre peuvent se contracter en un seul; car si l'on développe l'expression

$$\sin.^2 \frac{\varphi}{2} = \left[\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{6}\left(\frac{\varphi}{2}\right)^3\right]^2,$$

on trouve, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au cinquième :

$$2 \sin.^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{\varphi^2}{2} - \frac{\varphi^4}{24}.$$

De plus, au même ordre près, on a

$$\varphi^4 = 16 \sin.^4 \frac{\varphi}{2},$$

d'où

$$\frac{6\varphi^4}{24} = 4 \sin.^4 \frac{\varphi}{2};$$

la formule précédente deviendra donc :

$$l - l' = \sin. 2\,l \sin.^2 \tfrac{1}{2}\,\varphi + (\sin. 2\,l \sin.^2 \tfrac{1}{2}\,\varphi)^2 \operatorname{tang.} l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Telle est la quantité dont il faut augmenter la valeur de PO, pour la ramener à celle de la grandeur PZ.

Il suffirait d'accentuer θ et φ pour appliquer au cas de la *fig.* 2 tout ce que nous venons de dire.

A la rigueur, il y a dans notre méthode un cercle vicieux, car la colatitude inconnue se trouve elle-même dans le second membre de l'équation (8); mais la correction $l - l'$ étant très-petite, une légère erreur sur la valeur de l n'aura aucune conséquence appréciable sur cette correction : or, les formules (1) et (2) nous permettent de calculer une première valeur de l suffisamment approchée. Si néanmoins la colatitude moyenne λ, déduite de la combinaison de tous les résultats particuliers obtenus par l'emploi de la formule (8), différait sensiblement de la valeur approxima-

tive l, introduite dans cette formule, il suffirait de calculer une nouvelle série de valeurs de $l-l'$, en introduisant dans le second membre λ au lieu de l. Le résultat de ce nouveau calcul aurait alors toute la rigueur désirable.

On aura, sans doute, remarqué dans notre méthode une grande analogie avec celle des hauteurs circomméridiennes imaginée par Delambre. Les différences principales qui existent entre elles sont : 1° que l'une emploie pour mesure le temps, et l'autre les distances zénithales; 2° que dans l'une, les observations se font aux environs du premier vertical, et dans l'autre aux environs du méridien.

Un avantage à signaler dans l'emploi de la formule (8), c'est que, par sa symétrie et par son indépendance de la déclinaison de l'étoile observée, elle est éminemment propre à être réduite en tables pour une station donnée. Elle est d'ailleurs exacte au 6e ordre près, car le coefficient différentiel du 5e ordre est nul, ainsi que tous ceux d'ordre impair.

Le terme du 4e ordre peut même être entièrement négligé, tant que l'angle φ reste inférieur à 3°. En effet, pour la latitude de Bruxelles, on trouve qu'il faut donner à cet angle horaire une valeur de 3°13′ pour que le terme du 4e ordre s'élève à un dixième de seconde.

Un calcul facile montrerait que, pour un angle φ donné, ce terme atteint son *maximum* sous la latitude de 30°, et qu'il s'élève alors à un dixième de seconde pour $\varphi = 2°30'$.

§ IV.

Trouver l'heure absolue par les intervalles de temps écoulés entre les doubles passages d'une étoile par différents verticaux, disposés à peu près symétriquement par rapport au méridien.

L'application de notre méthode exige, avons-nous vu, que l'on connaisse la position du premier vertical, afin de pouvoir grouper symétriquement les observations par rapport à ce plan.

Or, quand on possède l'heure, rien n'est plus simple que de calculer l'instant où un astre doit passer au premier vertical : nous ne nous occuperons pas de cette question et nous aborderons immédiatement celle qui a pour objet de « trouver l'heure *absolue* par les *intervalles* de temps écoulés entre les doubles passages d'une étoile par différents verticaux. »

Admettons, pour fixer les idées, que l'on observe une étoile passant au Nord du zénith (*fig.* 3), et que l'on note les instants $h_1, h_1', h_1'', \ldots h_2, h_2', h_2'', \ldots$ de ses doubles passages par différents verticaux. Supposons de plus que l'on ait commencé la série d'observations en pointant la lunette à l'Est du méridien, et avant que l'étoile ne soit parvenue à sa plus grande élongation. Les verticaux dans lesquels sont observés les doubles passages traceront, sur le plan du parallèle de l'astre, une suite de cordes qui diminueront graduellement de longueur; ces cordes soutendent les angles au pôle $(h_1 - h_2) = \theta$, $(h_1' - h_2') = \theta'$, etc., qui sont donnés par le temps écoulé entre deux observations conjuguées.

On se procurera donc ainsi des valeurs successives θ, θ', θ'', etc., qui décroîtront jusqu'à ce que le vertical décrit par le fil de la lunette soit à peu près tangent au parallèle de l'étoile; puis, à l'Ouest du méridien, on fera une seconde série d'observations analogues, d'où l'on déduira une nouvelle suite d'angles au pôle $(H_2 - H_1) = \Theta$, $(H_2' - H_1') = \Theta'$, etc.

Or, parmi les angles de cette dernière catégorie, il s'en trouvera probablement un certain nombre qui auront leurs égaux dans ceux de la première, de sorte qu'on pourra poser plusieurs équations de la forme

$$h_1 - h_2 = H_2 - H_1 \ \ldots\ldots \text{ etc.}$$

Dans ce cas, il est évident que $\frac{1}{2}(h_1 + H_2) = \frac{1}{2}(h_2 + H_1) =$ etc., exprimera l'heure que marquait la pendule à l'instant où l'astre passait au méridien. Comparant cette heure avec l'ascension droite de l'étoile, on en conclura l'avance ou le retard de l'horloge.

Si deux angles, par exemple $(h_1 - h_2)$ et $(H_2 - H_1)$, au lieu d'être rigoureusement égaux, ne l'étaient qu'à très-peu près, on pourrait, en interpolant entre le terme $(H_2 - H_1)$ et celui qui le précède ou qui le suit

immédiatement, calculer l'angle au pôle qui correspond précisément à $(h_1 - h_2)$. Cette méthode est suffisante lorsqu'on ne cherche l'heure que dans le but de calculer la latitude; mais elle est moins exacte et moins élégante que la suivante, qui consiste à regarder momentanément comme rigoureuse l'heure approchée que l'on a déduite de la moyenne arithmétique $\frac{1}{2}(h_1 + H_2)$, puis à calculer la correction dont il faut frapper ce résultat, du chef de la légère inégalité des angles au pôle $(h_1 - h_2)$ et $(H_2 - H_1)$.

Pour trouver la valeur de cette correction, représentons par θ et Θ deux angles au pôle à peu près égaux; soit $\Theta - \theta = d\theta$; abaissons PO perpendiculaire sur la corde $h_1 h_2$, et désignons par h l'angle horaire approximativement connu OPZ, par r le rayon du parallèle de l'étoile; nous avons :

$$\text{OP} = \text{PZ} \cos. h,$$

ou, en d'autres termes,

$$r \cos. \tfrac{1}{2}\theta = \text{PZ} \cos. h.$$

Différentiant cette expression par rapport aux variables θ et h, on a

$$dh = \frac{r \sin. \frac{1}{2}\theta \frac{d\theta}{2}}{\text{PZ} \sin. h},$$

ou enfin,

$$dh = \frac{d\theta}{2} \operatorname{tang.} \tfrac{1}{2}\theta \operatorname{cotg.} h \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Telle est la correction à faire subir à l'heure approchée que l'on a conclue de la moyenne entre deux observations à peu près symétriques.

Pour $\Theta > \theta$, ou pour $d\theta$ positif, dh aura le même signe que cotg. h, c'est-à-dire que l'on devra *ajouter* cette correction aux angles horaires comptés vers l'*Est*, et la *retrancher* des autres. Il est inutile de faire ressortir l'analogie de cette méthode avec celle des hauteurs correspondantes.

Nous laissons au lecteur le soin de se formuler à lui-même les légères modifications qu'il y aurait à faire à notre raisonnement, pour l'appliquer au cas d'une étoile passant au Sud du zénith, et nous allons discuter immédiatement les circonstances dans lesquelles l'observateur doit chercher à se placer de préférence, s'il veut que le procédé qui vient d'être exposé lui fournisse l'heure avec la plus grande exactitude possible.

Il est clair que ce cas le plus favorable se présentera lorsque, pour une variation donnée de l'angle OZP, l'arc $h^1\ h^2$ correspondant à l'angle au pôle θ, variera avec le plus de rapidité : soit donc α l'angle OZP compté à partir du Nord en allant vers l'Est; q la distance PZ; il s'agit de chercher la condition du *maximum* de $\frac{rd\theta}{d\alpha}$, nous avons :

$$\text{corde } \overline{h_1\, h_2} = \text{D} = 2r \sin.\tfrac{1}{2}\theta,$$

mais

$$\left(\frac{\text{D}}{2}\right)^2 = r^2 - \overline{\text{OP}}^2$$

et

$$\text{OP} = q \sin.\alpha,$$

effectuant ces substitutions, on obtient :

$$r \sin.\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{r^2 - q^2 \sin.^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Pour trouver la loi de variation que suit l'angle θ, lorsque, pour une position donnée du zénith Z, on fait varier l'angle α, différentions l'équation (10) en y regardant α comme variable indépendante ; nous trouvons ainsi :

$$r \cos.\tfrac{1}{2}\theta \frac{d\theta}{2} = -\frac{q^2 \sin.\alpha \cos.\alpha}{\sqrt{r^2 - q^2 \sin.^2\alpha}}\, d\alpha,$$

mais $r \cos.\frac{1}{2}\theta = \text{OP} = q \sin.\alpha$. Substituant et réduisant :

$$rd\theta = -\, d\alpha \cdot \frac{2\, r\, q \cos.\alpha}{\sqrt{r^2 - q^2 \sin.^2\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

expression qui peut se mettre sous la forme géométrique très-simple :

$$d\theta = -dz.\ \frac{4\overline{ZO}}{D} \quad \text{. . . . .} \quad (11')$$

Le zénith peut tomber soit à l'intérieur, soit à l'extérieur du parallèle de l'étoile : dans le premier cas, on aura toujours

$$r^2 - q^2 \sin.^2 \alpha > o,$$

et l'on ne pourra trouver pour la valeur de $\frac{rd\theta}{dz}$ qu'un *maximum* relatif, qui s'obtiendra en posant $\alpha = o$. On pourrait s'en assurer en cherchant par la méthode ordinaire le *maximum* de l'expression

$$\frac{q \cos. \alpha}{\sqrt{r^2 - q^2 \sin.^2 \alpha}};$$

mais on y parviendra d'une manière plus rapide en mettant cette expression sous la forme :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2 - q^2}{q^2 \cos.^2 \alpha}}},$$

qui deviendra évidemment un *maximum* pour $\alpha = o$. Dans ce cas, on obtient :

$$d\theta = -dz\ \frac{2q}{r}.$$

Ainsi, lorsque le zénith tombera au dedans du parallèle de l'étoile, les observations répétées qui servent à donner l'heure se feront de préférence aux environs du méridien.

Si le point Z vient se placer sur la circonférence même du parallèle, on a $q = r$, et

$$d\theta = -2dz.$$

En effet, l'angle au centre $h_1 P h_1'$ *(fig. 4)* est double de l'angle à la circonférence $h_1 Z h_1'$. Le signe du second membre indique que lorsque θ augmente α diminue, et réciproquement.

Du reste, dans le cas particulier où l'étoile passe exactement au zénith du lieu, il n'y a pas, à proprement parler, de *maximum*, et le rapport $\frac{d\theta}{d\alpha}$ est constamment égal à 2, quel que soit l'angle α. On s'en assurerait bien facilement en faisant $q = r$ dans l'équation (11).

Passons enfin au cas où l'étoile culmine au Nord du zénith : alors le *maximum* absolu de $\frac{rd\theta}{d\alpha}$ tiré de l'équation (11) s'obtient en posant

$$r^2 - q^2 \sin.^2 \alpha = o,$$

d'où

$$\sin. \alpha = \frac{r}{q}.$$

Cette condition correspond au cas où le vertical dans lequel on observe est *tangent* au parallèle de l'étoile. On la déduirait, en effet, du triangle POZ, rectangle en O *(fig. 5)*.

Dans la pratique, il faut renoncer à approcher de ce *maximum* autant qu'on le voudrait, à cause de la lenteur du mouvement azimutal de l'astre vers sa plus grande élongation, lenteur qui rend les observations incertaines. Le dénominateur du second membre de la formule (11) ne pouvant être atténué indéfiniment, on cherchera donc à augmenter son numérateur, $2r \times q \cos. \alpha$, afin de conserver à $rd\theta$ sa plus grande valeur possible. Le facteur $2r$ se rapporte à l'étoile observée; il indique qu'elle doit être située sur un parallèle à grand rayon, ou dans le voisinage de l'équateur. Le second facteur $q \cos. \alpha = \text{ZO}$ se rapporte à la position du lieu sur la terre; il deviendra d'autant plus grand que la latitude du lieu d'observation sera moindre.

Réunissant toutes ces conditions, nous trouverons que, pour obtenir l'heure par la méthode précédente, il faut :

1° Choisir des étoiles équatoriales;

2° Observer aux environs du méridien, à droite et à gauche de ce plan, celles qui passent au Sud du zénith;

3° Observer dans le voisinage de leurs plus grandes élongations celles qui passent au Nord du zénith.

Nous avons cru préférable, sous le point de vue géométrique, d'exprimer $\frac{d\theta}{dz}$ en fonction de l'angle α; mais nous serions parvenu aux mêmes conclusions en exprimant ce coefficient différentiel en fonction de l'angle horaire θ. L'équation à discuter aurait été, dans ce cas :

$$d\theta = -2dz \frac{\sqrt{q^2 - r^2 \cos.^2 \frac{1}{2}\theta}}{r \sin. \frac{1}{2}\theta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11'')$$

En résumant ce que nous avons fait jusqu'ici, nous voyons que l'observation des doubles passages d'une étoile à travers différents verticaux nous permet :

1° De calculer l'heure;

2° De trouver la latitude en reportant cette heure dans les formules (1), (2) ou (8).

Ces deux éléments étant les moyennes d'un grand nombre de valeurs individuelles et indépendantes les unes des autres, on pourra calculer le degré de précision dont ils sont susceptibles; enfin, les observations qui les fournissent ont, entre autres avantages, ceux d'être indépendantes de la réfraction et de dispenser de toute lecture d'angles faite sur un limbe gradué.

§ V.

Déterminer à la fois l'heure et la latitude par la combinaison de deux couples d'observations conjuguées.

Dans ce qui précède, nous avons cherché successivement l'heure et la latitude par deux séries d'opérations distinctes : nous allons maintenant attaquer la solution du problème suivant :

« Déterminer à la fois l'heure et la latitude, connaissant les *intervalles* de temps écoulés entre les quatre passages d'une même étoile à travers

deux verticaux. » La position de ces deux verticaux est d'ailleurs tout à fait inconnue.

Continuons à prendre pour plan fondamental celui du parallèle de l'étoile *(fig.* 6); soit toujours P la projection du pôle céleste sur ce plan; Z le point où le parallèle est percé par la verticale du lieu; Zh_1, Zh'_2 les traces de deux verticaux quelconques; h_1, h_2, h'_1, h'_2 les heures que marquait la pendule aux instants où l'étoile se trouvait aux points désignés par ces quatre lettres; faisons $(h_2 - h_1) = \theta$; $(h'_2 - h'_1) = \theta'$;

$$\text{OPO}' = \tfrac{1}{2}\left[(h'_2 - h_2) + (h'_1 - h_1)\right] = t.$$

Le rayon du parallèle n'est autre chose que le sinus de la distance polaire de l'astre.

Quant à la longueur ZP, si l'on considère les choses dans l'espace, on verra que l'on a l'analogie suivante : ZP est au sinus de la colatitude, comme le cosinus de la distance polaire de l'étoile est au cosinus de la colatitude du lieu. Nous aurons donc $\text{ZP} = q = \text{tang. } l \cos. p$.

Les longueurs des cordes $h_1\, h_2$, $h'_1\, h'_2$, sont connues par le temps qu'a employé l'étoile à parcourir l'arc qu'elles soutendent; on a en effet :

$$h_1\, h_2 = 2r \sin. \tfrac{1}{2}\, \theta$$

$$h'_1\, h'_2 = 2r \sin. \tfrac{1}{2}\, \theta'.$$

Le problème d'astronomie pratique que nous nous étions proposé, est donc ainsi ramené à la question suivante de géométrie pure :

« Connaissant les longueurs de deux cordes et l'angle qu'elles font entre elles, trouver la distance PZ de leur point d'intersection au centre du cercle. »

Une fois cette question résolue, nous connaîtrons la latitude; l'heure se trouvera bien facilement ensuite.

Prenons le point P pour origine d'un système d'axes rectangulaires, et supposons, pour plus de simplicité, l'axe des y perpendiculaire à la corde $h_1\, h_2$. Les équations des deux cordes seront :

$$(h_1\, h_2) \;\ldots\; y = r \cos. \tfrac{1}{2}\, \theta$$

$$(h'_1\, h'_2) \;\ldots\; y - y' = -\text{tang. } t\, (x - x').$$

x', y' représentent les coordonnées du point g; on a donc

$$y' = o; \quad x' = \frac{r \cos. \frac{1}{2} \theta'}{\sin. t}.$$

Combinant les deux équations précédentes, après avoir substitué dans la seconde ces valeurs de x' et de y', on obtient pour les coordonnées du point Z :

$$x_1 = r \left[\cos. \tfrac{1}{2} \theta' \operatorname{cosec.} t - \cos. \tfrac{1}{2} \theta \operatorname{cotg.} t \right],$$
$$y_1 = r \quad \cos. \tfrac{1}{2} \theta.$$

On aura donc, pour la longueur de ZP :

$$q^2 = r^2 \left[\cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta + \cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta \operatorname{cotg.}^2 t + \cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta' \operatorname{cosec.}^2 t - 2 \cos. \tfrac{1}{2} \theta \cos. \tfrac{1}{2} \theta' \operatorname{cotg.} t \operatorname{cosec.} t \right],$$

ou bien

$$q^2 = \frac{r^2}{\sin.^2 t} \left[\cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta + \cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta' - 2 \cos. \tfrac{1}{2} \theta \cos. \tfrac{1}{2} \theta' \cos. t \right]$$

$$q = \frac{1}{\sin. t} \sqrt{(\cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta + \cos.^2 \tfrac{1}{2} \theta' - 2 \cos. \tfrac{1}{2} \theta \cos. \tfrac{1}{2} \theta' \cos. t) r^2}.$$

Or, il est à remarquer que le radical est précisément le côté $OO' = \delta$ du triangle OPO′ dans lequel on connaît les deux côtés OP, O′P et l'angle compris t, nous aurons donc

$$q = \frac{\delta}{\sin. t},$$

ou enfin

$$\operatorname{cotang.} l = \frac{\sin. t \cos. p}{\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

On peut vérifier géométriquement cette formule, en se basant sur la considération que le quadrilatère ZOPO′ (*fig.* 7) est inscriptible.

Soit C le centre du cercle circonscrit :

$$\begin{aligned}\text{La corde } \delta = \text{OO}' &= \text{OC} \times 2\ \text{sin. DCO}\\ &= 2\text{OC} \times \text{sin. O}'\text{ZO}\\ &= q\ \text{sin.}\ t.\end{aligned}$$

La formule (12), très-simple extérieurement, renferme cependant un terme, δ, qui n'est pas immédiatement calculable par logarithmes. Pour la mettre sous une forme qui se prête mieux au calcul, reprenons l'équation :

$$q^2 = \frac{r^2}{\sin.^2 t}\left[\cos.^2 \tfrac{1}{2}\theta + \cos.^2 \tfrac{1}{2}\theta' - 2\cos. \tfrac{1}{2}\theta \cos. \tfrac{1}{2}\theta' \cos. t\right].$$

Remplaçant q et r par leurs valeurs trigonométriques, et exprimant cos. t en fonction du sinus, on a

$$\text{tang.}^2 l = \frac{\text{tang.}^2 p}{\sin.^2 t}\left[(\cos. \tfrac{1}{2}\theta - \cos. \tfrac{1}{2}\theta')^2 + 4\cos. \tfrac{1}{2}\theta \cos. \tfrac{1}{2}\theta' \sin.^2 \tfrac{1}{2} t\right]$$

$$\text{tang.}\ l = \frac{2\,\text{tang.}\, p}{\sin.\ t}\sqrt{\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta+\theta')\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta-\theta') + \cos. \tfrac{1}{2}\theta \cos. \tfrac{1}{2}\theta' \sin.^2 \tfrac{1}{2} t}.$$

Le radical peut être mis sous la forme

$$\sqrt{\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta+\theta')\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta-\theta')\left(1 + \frac{\cos. \tfrac{1}{2}\theta \cos. \tfrac{1}{2}\theta' \sin.^2 \tfrac{1}{2} t}{\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta+\theta')\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta-\theta')}\right)}.$$

Or, les quantités cos. $\frac{1}{2}\theta$, cos. $\frac{1}{2}\theta'$, étant toujours de même signe, leur produit est positif, et l'on peut poser

$$\frac{\cos. \tfrac{1}{2}\theta \cos. \tfrac{1}{2}\theta' \sin.^2 \tfrac{1}{2} t}{\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta+\theta')\sin.^2 \tfrac{1}{4}(\theta-\theta')} = \text{tang.}^2 \varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

ce qui mène à la formule définitive

$$\text{tang.}\ l = \frac{\text{tang.}\ p}{\sin.\ t} \times \frac{2\sin. \tfrac{1}{4}(\theta+\theta')\sin. \tfrac{1}{4}(\theta-\theta')}{\cos.\ \varphi} \quad . \; . \; . \; . \quad (12')$$

ou

$$\text{tang.}\ l = \text{M}\,\frac{\text{tang.}\ p}{\sin.\ t}.$$

Telle est la formule qui nous donnera la latitude.

Reste maintenant à trouver l'heure.

Pour cela, désignons par h l'angle horaire ZPO (*fig.* 6); nous avons, dans le triangle rectangle de même nom, la relation :

$$r \cos. \tfrac{1}{2}\,\theta = q \cos. h,$$

d'où

$$\cos. h = \frac{r}{q} \cos. \tfrac{1}{2}\,\theta = \frac{\text{tang. } p}{\text{tang. } l} \cos. \tfrac{1}{2}\,\theta,$$

ou enfin

$$\cos. h = \frac{\sin. t \cos. \tfrac{1}{2}\,\theta}{\text{M}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

réduisant l'angle h en temps, et l'ajoutant à la moyenne des heures correspondantes aux deux observations faites en h_1 et en h_2, on aura l'heure que doit marquer la pendule à l'instant du passage de l'étoile au méridien.

Du triangle O'PZ, on tirerait également

$$\cos. h' = \frac{\sin. t \cos. \tfrac{1}{2}\,\theta'}{\text{M}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14')$$

équation qui doit conduire au même résultat que la formule (14).

Remarquons que la méthode que nous venons d'exposer a l'avantage de faire connaître l'heure, indépendamment de la *déclinaison* de l'étoile observée; car M est seulement fonction de θ, θ' et t.

Ainsi quatre observations faites en h_1, h_2, h'_1, h'_2, nous procurent une valeur pour la latitude et deux pour l'heure. On pourrait même avoir, pour ce dernier élément, quatre expressions différentes, tirées des triangles h_1PZ, h'_1PZ, h_2PZ, h'_2PZ, mais elles seraient un peu moins simples que les deux précédentes.

Admettons que l'on ait fait dix observations conjuguées à l'Est du méridien et dix à l'Ouest : ces vingt couples d'observations pourront être combinés deux à deux de 190 manières différentes, qui donneront chacune

une valeur particulière pour la latitude et deux pour l'heure. Nos inconnues seront donc déterminées par une moyenne entre 190 résultats pour la première et entre 380 pour la seconde.

Du reste, on ne fera généralement concourir à la formation de cette moyenne que les combinaisons propres à fournir les résultats les plus sûrs; ce seront celles pour lesquelles une erreur commise sur les angles θ, θ' et t aura le moins d'influence sur la quantité que l'on cherche.

Or, dans la formule (12), le côté δ sera calculé avec d'autant plus d'exactitude que le triangle O'PO dont il fait partie se rapprochera davantage d'être isocèle, ce qui mène à une première condition $\theta = \theta'$.

De plus, considérée sous le rapport de l'angle t, cette même formule donnera :

$$dl = -\frac{\sin.^2 l \cos. t \cos. p}{\delta} dt;$$

on en conclut que, pour une erreur dt, on aura dl d'autant moindre que l'angle t sera plus voisin d'un droit. Les observations les plus propres à donner une valeur précise de la latitude correspondront donc à deux verticaux situés symétriquement par rapport au méridien, et coupant le parallèle de l'étoile suivant deux lignes qui forment entre elles un angle droit.

Dans le cas particulier de $\theta = \theta'$, les formules qui donnent l'heure et la latitude se simplifient considérablement. En effet, si nous introduisons cette hypothèse dans les valeurs de l et de h, nous obtenons :

$$\text{tang. } l = \text{tang. } p \frac{\cos. \frac{1}{2} \theta}{\cos. \frac{1}{2} t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$h = \tfrac{1}{2} t. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Cette dernière relation est évidente. Quant à la première, on la déduirait géométriquement de la considération du triangle rectangle OZP, dans lequel on a :

$$PZ = q = \frac{PO}{\cos. \frac{1}{2} t},$$

mais

$$PO = r \cos. \tfrac{1}{2}\,\theta,$$

donc

$$q = r\,\frac{\cos. \tfrac{1}{2}\,\theta}{\cos. \tfrac{1}{2}\,t}.$$

Remplaçant q et r par leurs valeurs respectives tang. l cos. p et sin. p, on obtient en définitive

$$\text{tang. } l = \text{tang. } p\,\frac{\cos. \tfrac{1}{2}\,\theta}{\cos. \tfrac{1}{2}\,t}.$$

§ VI.

Moyen d'anéantir les erreurs provenant de l'inclinaison de l'axe de rotation de la lunette.

La précision du coup d'œil d'un observateur, la bonté de l'instrument qu'il a entre les mains, lui présentent certainement beaucoup de garanties d'exactitude; mais ces garanties ne sont pas suffisantes : il faut encore qu'un heureux choix dans les *méthodes* d'observation lui permette, autant que possible, de reconnaître et d'anéantir les erreurs *constantes* provenant soit de la constitution de son organe, soit de la construction de son instrument.

Par rapport au premier point, on aura sans doute remarqué que les méthodes que nous proposons dans ce mémoire reposent toutes sur des *différences* de temps : elles sont donc affranchies de l'équation personnelle de l'observateur.

Quant aux imperfections de l'instrument, celle qui a ici la plus grande importance est relative à l'*horizontalité* de l'axe de rotation de la lunette. L'instrument le plus commode pour établir et maintenir cette horizontalité est le niveau à bulle d'air : mais outre que ce moyen exige un niveau très-sensible et parfaitement réglé, il suppose que les deux tourillons appartiennent à une seule et même surface cylindrique. En effet, s'ils n'avaient

pas même axe et même diamètre, ou bien s'ils faisaient partie d'une surface conique, le niveau pourrait accuser une position horizontale de l'axe des tourillons, tandis que la droite mathématique autour de laquelle s'effectue la rotation serait en réalité inclinée.

Nous allons voir que, lorsqu'on recherche la latitude ou l'heure par la méthode exposée dans le paragraphe précédent, on peut faire évanouir toute erreur *constante* provenant soit de l'inégalité des deux supports du niveau, soit d'un défaut de construction dans les tourillons. Il suffit pour cela que les deux verticaux dans lesquels on fait un couple d'observations soient symétriquement placés de part et d'autre du méridien. Cette dernière condition, comme nous l'avons vu, est du reste parfaitement d'accord avec celle qui donne les résultats les plus sûrs sous le rapport de l'heure.

Le cercle de rayon Ph_1 (*fig.* 5) représentant le parallèle de l'étoile, imaginons un cercle concentrique au premier, et passant par le point Z où la verticale du lieu perce le plan de ce parallèle. Soit ZN la trace d'un *vertical* : si l'axe de rotation s'incline, le plan d'observation cessera de passer par le zénith, et sa trace deviendra xN, la quantité Zx étant le déplacement du zénith sur le plan du parallèle.

De même ZV, qui est la trace d'un *vertical* symétrique au précédent, deviendra yV. Les deux traces yV, xN, vont se couper en un zénith *fautif*, Z'; mais je dis que ce zénith est à la même distance du pôle que le zénith *vrai* Z, et que, par suite, l'erreur en latitude est nulle.

En effet, comme le déplacement Zy est, par hypothèse, égal à Zx, on peut, à cause de la symétrie de la figure, poser l'arc MQ = RT. A la rigueur, cette égalité n'aurait lieu que si le point Z' tombait sur l'axe de symétrie PZ; mais la différence de MQ à RT est extrêmement petite par rapport à la quantité ZZ' déjà très-petite elle-même : la grandeur que l'on néglige ici est donc beaucoup au-dessous de tout ce que peut donner l'observation la plus délicate.

Or, les angles VZN, VZ'N qui s'appuient sur les arcs égaux RM, TQ sont égaux : si je parviens à démontrer ce fait, il sera prouvé que les sommets Z, Z' sont sur une même circonférence, et que, par conséquent, le zénith *fautif* se trouve sur le même parallèle que le zénith *vrai*.

Désignons par π l'angle $ZNx = ZVy$: nous avons, dans le triangle rectangle ZNx, l'angle $x = 90° - \pi$; et dans le triangle rectangle ZVy, l'angle extérieur $y = 90° + \pi$; donc, dans le quadrilatère $ZyZ'x$, on a $x + y = 180°$, et, par conséquent, $Z + Z' = 180°$: mais l'angle Z du petit quadrilatère inscriptible est égal à l'angle VZN; donc, enfin, les angles VZN, VZ'N sont égaux comme suppléments d'un même angle, $yZ'x$.

On voit par là « qu'une inclinaison, même sensible, de l'axe de rotation, n'aura pas d'influence appréciable sur la valeur de la latitude, lorsque l'on combinera des observations faites à peu près à égale distance du méridien. »

La méthode d'observation que nous venons d'exposer, tout en donnant une latitude rigoureuse, fournirait une heure inexacte, car les angles horaires se compteraient à partir du méridien fautif, dont la trace est PZ'. Voyons par quel procédé l'on pourra soustraire ce second élément à l'influence de l'inclinaison de l'axe de rotation.

Pour cela, on fera encore des couples d'observations dans des plans symétriques à droite et à gauche du méridien (ou à peu près tels). L'observation de droite tracera donc encore la corde xN sur le parallèle de l'étoile; mais avant de faire l'observation correspondante à gauche, on retournera la lunette et le niveau, de manière que le tourillon et le support qui tantôt étaient à droite de l'observateur soient maintenant à sa gauche, et réciproquement. De cette manière, les défauts des tourillons et du niveau se porteront en sens opposé, et le zénith tombera en un point y', symétrique à x par rapport au méridien. L'intersection des deux plans décrits par l'axe optique de la lunette percera donc le parallèle de l'étoile en un point Z'' situé sur le prolongement de PZ; par suite, l'heure ne sera pas altérée, mais c'est maintenant la latitude qui le sera.

On voit que l'on peut ainsi obtenir alternativement la latitude et l'heure dégagées de toute erreur résultant de l'inclinaison de l'axe des tourillons. Il y a plus, les observations permettent de calculer cette inclinaison. En effet, l'angle VZN = VZ'N est connu par un premier couple d'observations *sans* retournement, et l'angle VZ''N est fourni par un second couple *avec* retournement : on se procure donc ainsi l'angle $\pi = \frac{Z - Z''}{2}$. Il en est de

même de ZZ″, différence des quantités PZ″ et PZ calculées dans les deux cas; or, le triangle ZZ″x donne :

$$\frac{Zx}{ZZ''} = \frac{\sin.\ ZZ''x}{\sin.\ ZxZ''} = \frac{\sin.\ \frac{1}{2}\ Z''}{\cos.\ \pi},$$

d'où

$$Zx = ZZ''\ \frac{\sin.\ \frac{1}{2}\ Z''}{\cos.\ \pi}.$$

Si l'on représente par la droite ZZ″, qui se confond sensiblement avec l'arc de méridien du même nom, la différence des deux latitudes exprimée en secondes, la valeur de Zx, calculée par cette formule, sera l'inclinaison de l'axe de rotation, également exprimée en secondes.

§ VII.

Déterminer la latitude par l'observation de l'azimut d'une étoile à sa plus grande élongation.

Les méthodes que nous avons développées jusqu'ici sont uniquement fondées sur l'emploi du *temps* considéré comme élément de mesure; ce qui nous reste à dire suppose le secours du cercle azimutal gradué de l'instrument universel.

Nous avons insisté, dans les §§ 2 et 4, sur l'inconvénient qu'il y a, lorsqu'on se base uniquement sur l'appréciation de l'heure, à observer une étoile trop près de sa plus grande élongation. Cette circonstance est, au contraire, très-avantageuse dans les méthodes où l'on prend pour mesure élémentaire celle de l'angle azimutal; cet angle, en effet, variant alors très-lentement, peut être mesuré à loisir avec la plus grande exactitude.

Il résulte de cette considération un moyen très-simple de déterminer la latitude d'un lieu, par l'observation de l'azimut d'un astre parvenu à sa plus grande élongation. Cette méthode, facile dans son application,

est susceptible d'une extrême exactitude dans ses résultats : l'idée fondamentale m'en a été suggérée par M. Quetelet.

Le limbe azimutal de l'instrument étant rendu horizontal, on observera une circompolaire un peu avant l'instant de sa plus grande élongation : dès que son mouvement azimutal sera suffisamment ralenti, on serrera la vis de pression, et l'on maintiendra l'astre sous le fil vertical de la lunette par le jeu de la vis de rappel; on suivra ainsi l'étoile jusqu'à ce qu'elle devienne stationnaire; l'instant d'après, elle reviendra sur ses pas : alors on fera la lecture sur le limbe azimutal.

On opérera d'une manière analogue de l'autre côté du méridien, et on lira sur le cercle horizontal un angle 2α, dont la moitié sera le plus grand azimut de l'astre; on se procurera en même temps la position de la méridienne. Cela posé, le triangle rectangle ZPS″ donne : (*Fig.* 9.)

$$\sin. l = \frac{\sin. p}{\sin. \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Les étoiles qui donneront la latitude avec le plus de précision, sont celles au moyen desquelles une faible variation en latitude serait accusée par un grand changement de l'angle azimutal, ou, en d'autres termes, celles pour lesquelles $\frac{dl}{d\alpha}$ serait un *minimum*. Or, l'équation précédente donne

$$\frac{dl}{d\alpha} = - \frac{\text{tang. } l}{\text{tang. } \alpha}.$$

Il faut donc prendre l'angle α très-voisin d'un droit, ou choisir des étoiles circomzénithales. De plus, le numérateur tang. l devant être aussi petit que possible, on voit que cette méthode s'applique très-heureusement à nos climats septentrionaux.

Supposons, par exemple :

$p = 38°30'$ distance polaire moyenne de l'étoile très-connue γ du Dragon;

$l = 38°35'$ colatitude approchée du parallèle d'Anvers;

nous trouvons $\frac{d\alpha}{dl} = 20,8$.

Admettons que l'angle 2α lu sur le limbe horizontal soit en erreur de $4''$; $d\alpha$ sera égal à $2''$, et la latitude obtenue sera encore exacte au *dixième de seconde* près. Un cercle vertical de six pieds de diamètre ne donnerait pas une plus grande exactitude.

En calculant les valeurs de 2α pour les colatitudes $38°35'$ et $40°15'$ (limites boréale et australe de la Belgique), on trouve entre ces deux valeurs une différence de $24°14'$: tel est l'angle qui doit se traduire en une différence en latitude de $1°40'$ seulement.

Cette méthode présente encore d'autres avantages précieux : ainsi, l'axe de rotation de la lunette n'a pas besoin d'être exactement horizontal (nous en avons vu le motif dans le paragraphe précédent). De plus, une légère inclinaison du limbe azimutal n'aura pas d'influence appréciable sur la valeur de la latitude : on sait, en effet, qu'un angle, mesuré dans un plan un peu oblique à l'horizon, ne diffère pas sensiblement de sa projection horizontale.

Tel est le procédé que nous emploierons de préférence pour déterminer la latitude au moyen des étoiles circomzénithales qui passent au *nord* du zénith : il n'est pas applicable à celles qui passent au *sud*, mais il peut alors être remplacé avantageusement par celui que nous avons donné dans le § II. L'emploi simultané de ces deux méthodes me semble propre à fournir en très-peu de temps une latitude très-exacte : quand on les compare à celles qui sont fondées sur la mesure directe des distances zénithales, dont la pratique exige une verticalité rigoureuse de la colonne et du limbe, et qui n'accusent une différence en latitude que par une *égale* différence dans les distances zénithales, on ne peut s'empêcher d'accorder aux premières une incontestable supériorité sur celles-ci, et il y a lieu de s'étonner qu'on n'ait pas encore songé à les employer jusqu'aujourd'hui en géodésie.

§ VIII.

Trouver l'azimut d'un côté géodésique par le temps écoulé entre les doubles passages d'une étoile par le vertical de ce côté.

Les observations astronomiques que l'on fait en géodésie ont pour but de déterminer la latitude et la longitude d'une station, ainsi que l'azimut d'un côté passant par cette station.

Les méthodes que nous venons de développer servent à faire connaître directement les deux premiers éléments; il nous reste à faire voir en quelques mots comment on peut trouver le troisième.

La lunette étant placée de manière à faire décrire à son fil le vertical du côté géodésique, Zh_1 (*fig.* 6), dont on cherche l'azimut, on notera les instants où une étoile connue effectue son double passage à travers ce plan, et l'on en conclura l'angle θ; cela posé, au moyen de la formule :

$$\cos. h = \frac{\text{tang. } p}{\text{tang. } l} \cos. \tfrac{1}{2}\theta,$$

on connaîtra l'angle $OPZ = h$ ou son complément $OZP = \alpha$.

N'oublions pas que cet angle α est formé par les deux droites suivant lesquelles le parallèle de l'étoile coupe le méridien du lieu et le vertical du côté : la projection horizontale de cet angle est donc l'azimut cherché.

Imaginons par le pôle un plan horizontal qui coupe celui du parallèle suivant la droite Pm (*fig.* 8); projetons sur ce plan le zénith Z en Z'; l'angle $PZ'm = a$ sera l'azimut du côté Zm.

Or, dans les triangles mPZ, mPZ', tous deux rectangles en P, on a

$$Pm = PZ \text{ tang. } \alpha,$$
$$Pm = PZ' \text{ tang. } a;$$

mais

$$PZ' = PZ \cos. l;$$

donc

$$PZ \text{ tang. } \alpha = PZ \cos. l \text{ tang. } a,$$

ou enfin

$$\text{tang. } a = \frac{\text{tang. } \alpha}{\text{cos. } l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

En observant les doubles passages de plusieurs étoiles par le vertical du côté géodésique, on pourrait se procurer les avantages de la répétition; mais il sera préférable d'avoir recours à la graduation du limbe azimutal, et de n'observer qu'une seule étoile bien connue de position. Dans ce cas, outre l'azimut observé directement, on réunirait un grand nombre d'observations faites dans des verticaux formant, avec celui du côté, des angles qu'on lirait sur le limbe horizontal. Ajoutant ou retranchant chacun de ces angles observés à l'azimut déduit de l'observation du double passage de l'astre par le vertical de la lunette, on devrait retomber chaque fois sur l'azimut du côté.

Les observations d'azimut sont les plus difficiles de la géodésie, et l'expérience des méthodes ordinaires prouve qu'il est rare qu'on puisse en obtenir des séries bien concordantes. La méthode que nous proposons ici nous semble ne laisser rien à désirer, tant sous le rapport de la simplicité que sous celui de l'exactitude.

NOTE.

La méthode de développement en série par les coefficients différentiels, dont nous avons fait usage dans le § III, est généralement attribuée à Mac-Laurin; mais M. Peacock a fait remarquer qu'elle était due à Stirling, qui l'a donnée, en 1717, dans ses *Lineae tertii ordinis Newtonianae*, prop. 111. Ce n'est, du reste, qu'un cas particulier de la formule fondamentale du calcul différentiel, connue sous le nom de Théorème de Taylor.

L'emploi de la formule de Stirling peut remplacer avec avantage, dans un grand nombre de cas, les procédés tirés de la trigonométrie pure ou de la théorie des coefficients indéterminés. Elle conduit au but d'une manière prompte et sûre, et possède un cachet de généralité qui seul devrait souvent suffire pour la faire adopter, soit comme instrument de recherche, soit comme mode de démonstration. Nous appuierons cette assertion de quelques exemples empruntés à la recherche des latitudes.

1er *Exemple.* — Pour trouver la formule au moyen de laquelle on réduit au méridien les distances zénithales observées dans les environs de ce plan, Delambre (*Base du système métrique*, t. I, p. 139, et t. II, p. 196) a du recourir à plusieurs pages de calculs très-compliqués : il résout une équation trigonométrique du second degré; réduit en série, par la méthode des exposants fractionnaires, un trinôme sous-radical; développe l'arc en fonction de sa tangente, etc., etc. Voici la démonstration bien simple que je tire de la formule de Stirling :

PS'Z (*fig.* 9) est le méridien; P le pôle; Z le zénith; S une étoile voisine du méridien; ζ' la distance zénithale correspondante; t l'angle horaire ZPS; S' la position méridienne de l'étoile, dont la distance zénithale est alors $\zeta = \delta - \lambda$, en représentant par δ la déclinaison de l'astre et par λ la latitude du lieu.

Cela posé, ζ' étant une fonction de t, qui devient égale à ζ pour $t = o$, nous avons :

$$\zeta' = \zeta + \left(\frac{d\zeta'}{dt}\right)_o t + \left(\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\right)_o \frac{t^2}{2} + \left(\frac{d^3\zeta'}{dt^3}\right)_o \frac{t^3}{2.3} + \text{etc.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (M)$$

Or, le triangle sphérique ZPS donne la relation

$$\cos.\ \zeta' = \sin.\ \lambda\ \sin.\ \delta + \cos.\ \lambda\ \cos.\ \delta\ \cos.\ t.$$

Différentiant cette expression par rapport à ζ' et à t, on trouve pour valeurs des coefficients différentiels successifs

$$\left(\frac{d\zeta'}{dt}\right)_o = o,$$
$$\left(\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\right)_o = \frac{\cos.\,\lambda\,\cos.\,\delta}{\sin.\,(\delta-\lambda)},$$
$$\left(\frac{d^3\zeta'}{dt^3}\right)_o = o,$$
$$\left(\frac{d^4\zeta'}{dt^4}\right)_o = -\frac{\cos.\,\lambda\,\cos.\,\delta}{\sin.\,(\delta-\lambda)} - \frac{3\cos.^2\lambda\,\cos.^2\delta}{\sin.^2(\delta-\lambda)}\,\text{cotg.}\,(\delta-\lambda).$$

Substituant ces valeurs dans la série (M), et nous arrêtant au 4ᵉ ordre (ce qui nous donne un résultat exact au 6ᵉ ordre près), nous aurons

$$\zeta'-\zeta = x = \frac{\cos.\,\lambda\,\cos.\,\delta}{\sin.\,(\delta-\lambda)}\left(\frac{t^2}{2}-\frac{t^4}{24}\right) - \frac{\cos.^2\lambda\,\cos.^2\delta}{\sin.^2(\delta-\lambda)}\,\text{cotg.}\,(\delta-\lambda)\,\frac{3\,t^4}{24}.$$

Or, en continuant à négliger les termes du sixième ordre, on a

$$\frac{t^2}{2}-\frac{t^4}{24} = 2\sin.^2\tfrac{1}{2}\,t,$$
$$\frac{3\,t^4}{24} = 2\sin.^4\tfrac{1}{2}\,t.$$

De sorte que l'on peut poser :

$$\text{(N)}. \quad . \quad . \quad \zeta'-\zeta = x = \frac{2\cos.\,\lambda\,\cos.\,\delta}{\sin.\,(\delta-\lambda)}\sin.^2\tfrac{1}{2}\,t - \left(\frac{2\cos.\,\lambda\,\cos.\,\delta}{\sin.\,(\delta-\lambda)}\sin.^2\tfrac{1}{2}\,t\right)^2\frac{\text{cotg.}\,(\delta-\lambda)}{2}.$$

formule qui est celle de Delambre.

2ᵉ *Exemple.* — Le second exemple, que je puise encore dans la théorie des latitudes, se rapporte à la formule de Littrow. La méthode proposée par cet habile astronome consiste à observer une circompolaire S en un point quelconque de son cours, et à calculer la différence $ZP - ZS = l - \zeta'$, en fonction de l'angle horaire t, de la distance polaire p et de la *distance zénithale observée* ζ'.

Le savant que je viens de citer a déduit, de la méthode des coefficients indéterminés, une formule qui résout la question d'une manière très-élégante (voyez *Astronomie pratique* de Francœur, page 216); mais cette formule a le grave inconvénient *pratique* de

renfermer la *distance zénithale observée*, ce qui entraîne à des calculs différents pour chaque observation particulière. Si, au contraire, le second membre ne renfermait, comme la formule de Delambre, que le temps, la distance polaire et la *latitude approchée*, on pourrait singulièrement abréger les opérations numériques, en calculant une fois pour toutes les facteurs invariables (ceux qui sont fonction de la latitude approchée et de la distance polaire de l'étoile) et en réduisant en tables ceux qui dépendent du temps.

Or, l'emploi du théorème de Stirling conduit à un résultat tel que nous le désirons. En effet, reprenons la figure précédente et développons ζ' en série ordonnée suivant les puissances entières de p. Comme ζ' devient l quand p devient o, nous poserons :

$$(P) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \zeta' = l + \left(\frac{d\zeta'}{dp}\right)_o p + \left(\frac{d^2\zeta'}{dp^2}\right)_o \frac{p^2}{2} + \left(\frac{d^3\zeta'}{dp^3}\right)_o \frac{p^3}{2.3}.$$

Nous nous arrêterons, comme Littrow, aux termes du troisième ordre. Pour trouver les coefficients différentiels, nous partirons de la même formule trigonométrique que dans l'exemple précédent; seulement, nous adoptons les notations p et l au lieu de $90 - \delta$ et $90° - \lambda$. Nous posons donc

$$\cos.\ \zeta' = \cos.\ p\ \cos.\ l + \sin.\ p\ \sin.\ l\ \cos.\ t,$$

formule qui, différentiée par rapport à ζ' et à p, donne successivement :

$$\left(\frac{d\zeta'}{dp}\right)_o = -\cos.\ t,$$

$$\left(\frac{d^2\zeta'}{dp^2}\right)_o = \text{cotg.}\ l\ \sin.^2\ t,$$

$$\left(\frac{d^3\zeta'}{dp^3}\right)_o = \sin.^2\ t\ \cos.\ t\ (1 + 3\ \text{cotg.}^2\ l).$$

Effectuant les substitutions dans l'équation (P), on trouve :

$$(Q) \quad . \; . \; . \; . \quad l - \zeta' = p\ \cos.\ t - \frac{p^2}{2}\ \text{cotg.}\ l\ \sin.^2\ t - \frac{p^3}{3}\ \sin.^2\ t\ \cos.\ t \left(\frac{1 + 3\ \text{cotg.}^2\ l}{2}\right).$$

Lorsque l'on a soin de compter les angles p à partir du méridien supérieur, cette formule s'applique d'elle-même à toutes les positions que peut occuper l'étoile dans son cercle diurne.

Si l'on veut que la correction cherchée soit exprimée non pas en *arc*, mais en *secon-*

des, il suffira de remplacer les quantités $(l-\zeta')$ et p, respectivement par $(l-\zeta')$ sin. 1″ et p sin. 1″; l'on aura alors

$$(Q') \ldots\ldots (l-\zeta') = p \cos. t - \frac{p^2}{2} \text{cotg.}\, l \sin.^2 t \sin. 1'' - \frac{p^3}{3} \sin.^2 t \cos. t \left(\frac{1+3\,\text{cotg.}^2 l}{2}\right) \sin.^2 1''.$$

Cette dernière formule nous semble susceptible de remplacer avantageusement celle de Littrow, avec laquelle, du reste, elle a quelque analogie extérieure.

On aura sans doute remarqué que, dans les deux exemples qui viennent d'être traités, les séries (M) et (P) doivent leur convergence à ce que les éléments t et p du triangle sphérique ZPS ont pu être successivement considérés comme de très-petites quantités. Mais il est un troisième élément de ce triangle que l'observateur a la faculté de rendre aussi très-petit, c'est l'angle azimutal α. Le développement qu'on obtient dans cette dernière hypothèse nous paraît digne d'être connu. Nous allons donc reprendre la figure et les notations du premier exemple, et considérer ζ' comme une fonction de la variable indépendante α. Nous avons, dans ce cas

$$(R) \ldots\ldots \zeta' = \zeta + \left(\frac{d\zeta'}{d\alpha}\right)_o \alpha + \left(\frac{d^2\zeta'}{d\alpha^2}\right)_o \frac{\alpha^2}{2} + \left(\frac{d^3\zeta'}{d\alpha^3}\right)_o \frac{\alpha^3}{2.3} + \left(\frac{d^4\zeta'}{d\alpha^4}\right)_o \frac{\alpha^4}{2.3.4} + \text{etc.}$$

Tirant de l'équation

$$\sin. \delta = \cos. \zeta' \sin. \lambda + \sin. \zeta' \cos. \lambda \cos. \alpha,$$

les différentielles successives de $\frac{d\zeta'}{d\alpha}$, on obtient :

$$\left(\frac{d\zeta'}{d\alpha}\right)_o = o,$$

$$\left(\frac{d^2\zeta'}{d\alpha^2}\right)_o = \frac{\sin. \zeta \cos. \lambda}{\cos. (\lambda + \zeta)},$$

$$\left(\frac{d^3\zeta'}{d\alpha^3}\right)_o = o,$$

$$\frac{d^4\zeta'}{d\alpha^4} = -\frac{\sin. \zeta \cos. \lambda}{\cos. (\lambda + \zeta)} + \frac{3 \sin.^2 \zeta \cos.^2 \lambda}{\cos.^2 (\lambda + \zeta)} [\text{tang.} (\lambda + \zeta) + 2\, \text{cotg.}\, \zeta].$$

Substituant dans la série (R)

$$\zeta' - \zeta = x = \frac{\sin. \zeta \cos. \lambda}{\cos. (\lambda + \zeta)} \left(\frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{24}\right) + \tfrac{1}{8} \alpha^4 \left(\frac{\sin.^2 \zeta \cos.^2 \lambda}{\cos.^2 (\lambda + \zeta)} [\text{tang.} (\lambda + \zeta) + 2\, \text{cotg.}\, \zeta]\right)$$

$$(T)\ldots\ldots\quad x = \frac{2\cos.\lambda\sin.\zeta}{\cos.(\lambda+\zeta)}\sin.^2\tfrac{1}{2}\alpha + \left(\frac{2\cos.\lambda\sin.\zeta}{\cos.(\lambda+\zeta)}\sin.^2\tfrac{1}{2}\alpha\right)^2\left(\frac{\text{tang.}(\lambda+\zeta)}{2}+\text{cotg.}\,\zeta\right).$$

Pour les passages supérieurs qui s'effectuent entre le zénith et le pôle, on a $\zeta=\delta-\lambda$, et l'équation (T) devient

$$(T')\ldots\ x = \frac{2\cos.\lambda\sin.(\delta-\lambda)}{\cos.\delta}\sin.^2\tfrac{1}{2}\alpha + \left(\frac{2\cos.\lambda\sin.(\delta-\lambda)}{\cos.\delta}\sin.^2\tfrac{1}{2}\alpha\right)^2\left(\frac{\text{tang.}\,\delta}{2}+\text{cotg.}(\delta-\lambda)\right).$$

Quand l'astre passe au sud du zénith, il faut remplacer, dans cette équation, $(\delta-\lambda)$ par $(\lambda-\delta)$; enfin, quand il est à son passage inférieur, l'arc δ devient négatif, et l'équation (T') se change en

$$(T'')\ldots\ x = -\frac{2\cos.\lambda\sin.(\delta+\lambda)}{\cos.\delta}\sin.^2\tfrac{1}{2}\alpha - \left(\frac{2\cos.\lambda\sin.(\delta+\lambda)}{\cos.\delta}\sin.^2\tfrac{1}{2}\alpha\right)^2\left(\frac{\text{tang.}\,\delta}{2}+\text{cotg.}(\delta+\lambda)\right).$$

Comparons la formule (T') avec la formule (N) due à Delambre : la première exige la connaissance de la méridienne, et la lecture de l'angle azimutal sur un limbe gradué; la seconde demande que l'on connaisse l'heure absolue, et que l'on apprécie l'instant de chaque observation. Les deux méthodes peuvent cependant se contenter d'une connaissance approximative, soit de la méridienne, soit de l'heure; car, en faisant un nombre à peu près égal d'observations avant et après le passage de l'astre, on compense les erreurs qui résulteraient de ce chef. Remarquons toutefois que, pour les circompolaires, l'angle horaire t, donné en temps par l'observation et réduit en arc pour l'application numérique de la formule, se trouvera souvent en erreur de 30″ et au delà [1], quantité que n'atteindra certes pas une lecture faite sur un limbe azimutal. Les tables construites par Delambre, pour la réduction au méridien de *β Ursæ minoris* (passage supérieur), ne vont que jusqu'à 15 minutes d'angle horaire, et cependant une seconde d'erreur sur le temps de l'observation produit déjà alors 0″,4 d'erreur sur la latitude. L'usage de la formule (N) est donc beaucoup plus restreint que celui de la formule (T'), et, pour les circompolaires, cette dernière a encore l'avantage de rester convergente à une bien plus grande distance du méridien.

Toutefois, l'une et l'autre des deux méthodes que je compare a ses avantages propres qui doivent la faire adopter de préférence suivant la situation de l'étoile observée. En effet, différentions la formule (N) par rapport à x et à t, et négligeons le terme du quatrième ordre, toujours très-petit par lui-même, et dont la différentielle est insensible.

[1] La discussion des observations de Dorpat, faite par O. Struve, donne 22″ pour l'erreur probable d'une culmination de la polaire, observée aux cinq fils des instruments méridiens. Je reste donc beaucoup au-dessous de la réalité en ne portant cette erreur qu'à 30″ pour les instruments géodésiques.

nous trouvons

$$dx = dt \sin. t \frac{\cos. \lambda \cos. \delta}{\sin. (\delta - \lambda)},$$

expression qui montre que les passages *inférieurs* sont les plus favorables pour atténuer l'effet de l'erreur commise sur l'instant de l'observation; tandis qu'en opérant d'une manière analogue sur l'équation (T'), on obtient

$$dx = d\alpha \sin. \alpha \frac{\cos. \lambda \sin. (\delta - \lambda)}{\cos. \delta},$$

résultat qui indique que l'on doit accorder ici la préférence aux passages *supérieurs*. On voit même qu'il y aurait avantage à choisir une étoile passant très-près du zénith; mais, dans ce cas, pour que la série (T') restât convergente, il faudrait se borner à un petit nombre d'observations très-voisines du méridien.

L'expression précédente peut se mettre sous la forme

$$dx = d\alpha \sin. (\delta - \lambda) \sin. \text{PSZ},$$

et l'on voit qu'elle prescrit d'éviter les observations faites aux environs de la plus grande élongation.

On trouvera également des propriétés distinctes aux deux formules en question, si l'on veut les comparer sous le rapport des erreurs qui affectent la latitude, lorsque l'on fait usage d'une étoile dont la déclinaison est un peu fautive, ou d'une latitude approchée qui n'est pas suffisamment exacte.

Faisons une dernière remarque. Bien que la *théorie* nous montre que les étoiles circomzénithales s'appliquent très-bien à notre formule, il ne faut pas en conclure que, dans la *pratique*, leur observation serait la plus avantageuse. On doit au contraire, dans l'emploi du cercle ou du théodolite répétiteur, éviter les étoiles passant très-près du zénith : du moins devra-t-on en agir ainsi, tant que l'on n'aura pas inventé de moyen plus parfait que celui que l'on emploie aujourd'hui, pour établir et conserver la verticalité du limbe. En effet, dans la mesure des petites distances zénithales, une légère inclinaison du limbe entraîne une erreur considérable sur le résultat de l'observation. Ce fait se démontre d'une manière bien simple par la formule de Stirling.

Soit en effet HZH' la position verticale du limbe (*fig.* 10.);
HZ'H' sa position inclinée;
Z le zénith vrai;
Z' le zénith fautif;
i = arc ZZ' = inclinaison du limbe.

On a observé la distance zénithale Z'S = ζ' au lieu de ZS = ζ. On aura donc

$$\zeta' = \zeta + \left(\frac{d\zeta'}{di}\right)_o i + \left(\frac{d^2\zeta'}{di^2}\right)_o \frac{i^2}{2};$$

or, dans le triangle sphérique ZZ'S, rectangle en Z', on a

$$\cos.\ \zeta = \cos.\ \zeta' \cos.\ i,$$

d'où l'on tire

$$\left(\frac{d\zeta'}{di}\right)_o = o,$$

$$\left(\frac{d^2\zeta'}{di^2}\right)_o = -\ \text{cotg.}\ \zeta;$$

ainsi

$$\zeta - \zeta' = \frac{i^2}{2}\ \text{cotg.}\ \zeta = 2\ \text{cotg.}\ \zeta\ \sin.^2 \tfrac{1}{2}\, i.$$

Pour un cercle de 40 centimètres de diamètre et un fil à plomb d'un quart de millimètre d'épaisseur, deux minutes d'inclinaison dans le limbe ne déplacent le point de battement du fil que d'une quantité égale à son diamètre. Or, si nous faisons dans la formule précédente $i=2'$ et $\zeta=2'$, la valeur de $\zeta-\zeta'$ s'élèvera à une seconde entière, et elle serait encore de 0'',1 pour $\zeta=20°$. On peut juger par là des soins délicats qu'exige l'observation exacte des étoiles circomzénithales, faite au cercle répétiteur.

FIN.

MÉTHODE PARTICULIÈRE

POUR

DÉTERMINER LA COLLIMATION D'UNE LUNETTE MÉRIDIENNE,

A L'AIDE

DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES;

PAR

M. LIAGRE,

CAPITAINE DU GÉNIE, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE
MILITAIRE DE BELGIQUE.

§ Ier.

Recherche de l'expression analytique de la collimation.

Dans notre mémoire *Sur les corrections de la lunette méridienne* [1], nous avons établi, p. 17, la relation suivante :

$$a \sin. l = i \cos. \ l + N \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

a représente la déviation azimutale de l'axe optique de l'instrument :
i l'inclinaison de son axe de rotation;
l la colatitude du lieu d'observation.
Quant à la valeur de N, on a :

$$N = D'' \frac{\sin. p^{\circ} \sin. p'}{\sin. (p^{\circ} - p')} + c \frac{\cos. \frac{1}{2}(p^{\circ} + p')}{\cos. \frac{1}{2}(p^{\circ} - p')},$$

[1] Tome XVIII des *Mém. cour. et Mém. des savants étrangers*, publiés par l'Académie royale de Bruxelles.

c exprimant la collimation de la lunette; p°, p' les distances polaires de deux étoiles, dont les ascensions droites sont respectivement AR°, AR', et qui ont été observées aux instants H°, H'.

Enfin

$$D'' = 15\,[(H^\circ - H') - (AR^\circ - AR')].$$

Cette formule et ces notations rappelées, remplaçons l'observation de la seconde étoile par celle du passage inférieur de la première : nous exprimerons analytiquement cette condition, en faisant, dans l'équation (5), $p' = -p^\circ$; $AR' = AR^\circ \pm 12^h$; et nous obtiendrons ainsi :

$$a \sin. l = i \cos. l - 15(H^\circ - H' \pm 12h.)\,\frac{\sin.^2 p^\circ}{\sin. 2p^\circ} + c\,\frac{1}{\cos. p^\circ},$$

ou bien

$$a \sin. l = i \cos. l - D^\circ\,\frac{\sin. p^\circ}{2\cos. p^\circ} + c\,\frac{1}{\cos. p^\circ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Pour une seconde circompolaire, observée aussi à son double passage, on aurait la relation analogue :

$$a \sin. l = i \cos. l - D'\,\frac{\sin. p'}{2\cos. p'} + c\,\frac{1}{\cos. p'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Soustrayant ces deux équations l'une de l'autre, et tirant la valeur de c, on obtient :

$$c = \frac{D' \sin. p' \cos. p^\circ - D^\circ \sin. p^\circ \cos. p'}{4 \sin. \frac{1}{2}(p' - p^\circ) \sin. \frac{1}{2}(p' + p^\circ)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

Telle est la formule que nous proposons pour calculer la collimation d'une lunette méridienne, au moyen des doubles passages de deux circompolaires, et indépendamment des autres corrections de l'instrument.

§ II.

Discussion de la formule.

Pour que les erreurs d'observation n'influent pas d'une manière trop sensible sur la valeur de la collimation, il faut que le dénominateur de la formule (A) soit le plus grand possible.

On amènera à cet état le facteur sin. $\frac{1}{2}(p'-p^{\circ})$ en choisissant deux circompolaires dont les déclinaisons soient fort différentes, et dont l'une, par conséquent, soit très-voisine, et l'autre très-éloignée du pôle.

Quant au terme sin $\frac{1}{2}(p'+p^{\circ})$, il indique que, pour une *même différence* de déclinaisons, le résultat obtenu sera d'autant plus sûr, que les deux étoiles observées auront des distances polaires plus considérables. A cet avantage théorique il faut en ajouter un autre, provenant de ce que, dans la pratique, l'exactitude des observations augmente en général avec la distance polaire des étoiles observées.

La forme des coefficients trigonométriques du numérateur est très-avantageuse : elle indique que l'erreur commise sur l'instant du passage d'une étoile doit être multipliée par un facteur d'autant plus faible, que l'étoile est plus difficile à bien observer.

Admettons que p° se rapporte à l'étoile la plus voisine du pôle : aussi longtemps que p° sera très-petit par rapport à p', on pourra, sans erreur appréciable, remplacer le dénominateur par l'expression plus simple :

$$4 \sin.^2 \tfrac{1}{2}\, p'.$$

Nous avons supposé, dans la recherche précédente, que l'ascension droite des étoiles observées ne variait pas dans l'intervalle de 12 heures. On pourrait très-facilement, en formant les facteurs D°, D', avoir égard à la faible *variation* qui a lieu en réalité; mais cette précaution sera presque toujours superflue. En effet, le mouvement en ascension droite ne devient

un peu rapide que pour les circompolaires très-voisines du pôle; or, l'équation (A) montre que le terme qui renferme cette variation est multiplié par le sinus de la distance polaire de l'étoile : l'erreur commise sera donc, en général, tout à fait négligeable.

Une seconde hypothèse que nous avons faite tacitement, c'est que la déviation azimutale et l'inclinaison restaient constantes pendant l'intervalle des observations. L'expérience montre en effet que, pour les instruments à grande dimension (lorsqu'ils sont bien équilibrés et maniés avec soin), ces éléments varient très-peu, même dans l'espace de plusieurs jours. Or, ce sont particulièrement ces grands instruments que nous avons en vue pour l'application de notre méthode.

§ III.

Principales propriétés dont jouit cette méthode.

Outre la simplicité et la symétrie de la formule à laquelle il conduit, notre nouveau procédé possède de nombreux avantages :

1° Il *élimine* l'influence de l'équation personnelle de l'observateur, même dans le cas où cette équation personnelle varie avec la déclinaison de l'étoile. Cette propriété ressort évidemment de la forme des facteurs

$$D^o = 15\,(H^o - H' \pm 12^h), \quad D' = 15\,(h^o - h' \pm 12^h).$$

2° Ce procédé est *indépendant* de l'ascension droite des étoiles observées : on évite ainsi une source d'erreurs, provenant de l'incertitude qui règne encore sur les ascensions droites d'un grand nombre d'étoiles fondamentales (voyez mon mém. déjà cité, p. 23 et 24). En même temps, la méthode reçoit une extension qui la rend applicable, non plus seulement aux étoiles fondamentales, mais à *toutes* les circompolaires. Ce dernier avantage compense, et au delà, l'inconvénient qui peut résulter de la nécessité d'observer des *doubles* passages, à laquelle est astreint l'astronome. Ces doubles passages d'ailleurs, lors qu'on veut sérieusement les obtenir,

sont bien moins rares qu'on ne le pense en général : en 1845, *une seule* étoile, la Polaire, en a fourni plus de cinquante à l'Observatoire de Greenwich [1]. Quant à la *déclinaison* des étoiles employées, on n'a besoin que de la connaître approximativement;

3° Une conséquence des deux propriétés précédentes, c'est que la recherche de la collimation n'est ici exposée à aucune erreur *constante* ou *variable*. Les erreurs *accidentelles*, commises sur les instants des passages, altéreront *seules* sa valeur, et la précision du résultat sera susceptible de croître indéfiniment avec le nombre d'observations;

4° Enfin notre nouveau procédé peut être regardé comme un *complément* du procédé général que nous avons exposé dans le mémoire cité plus haut. Les deux méthodes jouissent en effet de propriétés opposées, et les circonstances les plus défavorables pour l'une sont précisément celles où l'autre jouit de tous ses avantages. L'une, par exemple, demande que l'on puisse observer une étoile à grande distance du pôle Nord, et convient, par conséquent, aux régions méridionales de notre hémisphère; l'autre a besoin du *double* passage des circompolaires éloignées du pôle, et s'appliquera de préférence dans les pays septentrionaux. Dans celle-ci les erreurs de signes *opposés*, commises sur l'observation des passages méridiens, altèrent sensiblement la collimation, tandis que les erreurs de *même* signe n'ont presque pas d'influence sur elle : c'est le contraire qui a lieu dans celle-là.

§ IV.

Précision avec laquelle on peut obtenir la collimation.

L'équation (A) étant mise sous la forme :

$$c = n\text{D}' - m\text{D}^{\circ},$$

[1] Voyez *Astronomical observations made at the royal observatory Greenwich, in the year* 1845, p. 152.

différentions-la par rapport à c, D', D°; il vient :

$$dc = n dD' - m dD^\circ$$
$$dc = n(dh^\circ - dh') - m(dH^\circ - dH').$$

dh°, dH° représentent les erreurs commises sur les deux passages supérieurs; dh', dH' celles des passages inférieurs.

Supposons que l'on ait observé la Polaire, et une étoile située par 50° de déclinaison; que l'on ait, par conséquent, $p^\circ = 1^\circ 30'$; $p' = 40^\circ$: les erreurs probables des passages méridiens seront respectivement $22'',01$ et $1'',01$ en arc de parallèle [1]. Les passages d'une même circompolaire pouvant être observés tous deux trop tôt, tous deux trop tard, ou l'un trop tôt et l'autre trop tard, il en résulte les 16 combinaisons suivantes :

Première étoile.	*Deuxième étoile.*				
	Pass. sup.	trop tôt,	pass. infér.	trop tôt.	$dc = 0$.
Passage supérieur observé trop tôt	»	»	»	» tard .	$dc = +2ndh^\circ$.
» inférieur » »	»	trop tard,	»	» tard .	$dc = 0$.
	»	»	»	» tôt. .	$dc = -2ndh^\circ$.
	»	trop tôt,	»	» tôt. .	$dc = 0$.
Passage supérieur observé trop tard	»	»	»	» tard .	$dc = +2ndh^\circ$.
» inférieur » »	»	trop tard,	»	» tard .	$dc = 0$.
	»	»	»	» tôt. .	$dc = -2dnh^\circ$.
	»	trop tôt,	»	» tôt. .	$dc = +2mdH^\circ$.
Passage supérieur observé trop tôt	»	»	»	» tard .	$dc = 2mdH^\circ + 2ndh^\circ$.
» inférieur » » tard	»	trop tard,	»	» tard .	$dc = +2mdH^\circ$.
	»	»	»	» tôt. .	$dc = 2mdH^\circ - 2ndh^\circ$.
	»	trop tôt,	»	» tôt. .	$dc = -2mdH^\circ$.
Passage supérieur observé trop tard	»	»	»	» tard .	$dc = 2ndh^\circ - 2mdH^\circ$.
» inférieur » » tôt.	»	trop tard,	»	» tard .	$dc = -2mdH^\circ$.
	»	»	»	» tôt. .	$dc = -2mdH^\circ - 2ndh^\circ$.

Lorsqu'on a égard à leurs signes, ces 16 combinaisons se détruisent deux à deux, ce qui indique que la moyenne d'un grand nombre d'observations donnerait une erreur probable très-voisine de zéro. Mais si l'on veut obtenir la valeur moyenne de l'erreur probable d'une observation *isolée*, il faut prendre la moyenne des 16 résultats précédents en faisant abstraction de leurs signes, ou plutôt en les supposant positifs.

[1] Voyez le tableau des erreurs probables d'un passage méridien, à différentes déclinaisons, que j'ai rapporté d'après O. Struve, dans le t. XV des *Bulletins de l'Académie*, n° 12.

Soit donc $ndh^\circ > md\text{H}^\circ$, nous aurons, dans cette hypothèse :

$$dc = \frac{1}{16}\left[8ndh^\circ + 8md\text{H}^\circ + 4(ndh^\circ + md\text{H}^\circ) + 4(ndh^\circ - md\text{H}^\circ\right],$$

ou enfin

$$dc = ndh^\circ + \frac{md\text{H}^\circ}{2} = 1'',86.$$

Telle est l'erreur probable d'une détermination isolée : elle diminuerait assez rapidement, à mesure que la valeur de p' augmenterait. Ainsi, pour

$$\begin{cases} p' = 45^\circ \\ p^\circ = 10^\circ, \end{cases}$$

on aurait

$$dc = 1'',55,$$

pour

$$\begin{cases} p' = 45^\circ \\ p^\circ = 3^\circ 24' \end{cases}$$

on a

$$dc = 1'',50.$$

Si au lieu de prendre $p' = 45^\circ$, on le prenait de 55°, ce qui peut se faire dans les observatoires du nord de l'Europe, les deux valeurs précédentes deviendraient respectivement :

$$dc = 1'',03$$
$$dc = 1'',01.$$

REMARQUE.

Faisons remarquer, en terminant, que chaque double passage, après qu'il aura subi les corrections relatives à la *collimation* et à *l'inclinaison*, fournira très-simplement la valeur de la *déviation azimutale*, au moyen de la formule donnée p. 49 de notre mémoire. Bien que les valeurs ainsi obtenues soient, en général, d'autant plus précises, que les étoiles employées sont plus voisines du pôle, la différence n'est cependant pas telle-

ment forte que l'on doive rejeter l'usage des circompolaires à grande distance polaire. En effet, si nous nous reportons au tableau des erreurs probables déjà invoqué, et que nous représentions par l'unité l'erreur probable de la déviation azimutale, correspondant au cas du double passage de la polaire, nous trouverons :

Par la polaire,	$p = 1°30'$,	erreur probable.	$= 1{,}000$
» δ Ursæ min.	$p = 3°24'$	»	$= 1{,}002$
»	$p = 10°$	»	$= 1{,}025$
»	$p = 20°$	»	$= 1{,}104$
»	$p = 30°$	»	$= 1{,}245$
»	$p = 45°$	»	$= 1{,}643$

Du reste, la connaissance préalable de la collimation n'est pas indispensable à la recherche de la déviation azimutale, et l'on peut calculer ce dernier élément *indépendamment* du premier. En effet, si nous éliminons c entre les équations (1) et (2), nous obtenons la relation suivante :

$$a \sin. l = i \cos. l + \frac{D' \sin. p' - D^{\circ} \sin. p^{\circ}}{4 \sin. \frac{1}{2}(p' - p^{\circ}) \sin. \frac{1}{2}(p' + p^{\circ})} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (B)$$

Cette formule a beaucoup d'analogie avec l'équation (A), et sa discussion ne différerait pas de celle que nous avons donnée dans le § 2.

On voit que les mêmes observations qui nous ont fait connaître la collimation, peuvent aussi nous fournir directement la déviation azimutale : mais la précision du résultat est moins grande dans le second cas que dans le premier, et cela pour trois motifs :

1° Parce que l'équation (B) renferme *l'inclinaison* de l'axe de la lunette, quantité sur laquelle il reste toujours quelque doute;

2° Parce qu'elle ne donne *immédiatement* qu'une *fraction* de l'inconnue $(a \times \sin l)$;

3° Parce que les facteurs trigonométriques de D' et de D° sont plus grands dans l'équation (B) que dans l'équation (A).

En supposant, par exemple, $p^{\circ} = 1°30'$; $p' = 40°$, l'erreur probable de la collimation serait, avons nous vu, $1'',86$: celle de la déviation azimutale s'élèverait à $3'',17$.

§ V.

Exemple.

Pour montrer comment on appliquerait les nombres à la formule (A), nous allons calculer un exemple tiré du recueil des observations faites à Greenwich, en 1845. Nous remarquerons d'avance qu'il est peu favorable, puisque les deux circompolaires observées diffèrent de moins de 14 degrés en déclinaison.

A la date du 10 juin, je trouve les observations suivantes :

Polaire inférieure	$H' =$ 13h.	3m.	10s,47	(Main)
» supérieure.	$H^o =$ 1	3	19,20	(Henry)
β Ursæ min. supérieure	$h^o =$ 14	50	53,63	(Main)
» » inférieure	$h' =$ 2	50	52,06	(Henry).

Le retard diurne de la pendule était de 1s,47 : pour y avoir égard, *ajoutons* 0s,74 à chacun des *seconds* passages; faisons la correction due à l'aberration diurne en *ajoutant* le double de cette aberration à chacun des passages *inférieurs;* enfin rendons les observations de M. Main comparables à celles de M. Henry, en ajoutant 0s,13 aux premières[1]. Les nombres précédents deviennent :

$H' =$	13h.	3m.	11s,58
$H^o =$	1	3	19,94
$h^o =$	14	50	53,76
$h' =$	2	50	52,90

$H^o - (H' - 12^h) = +\ 8^s,36;\quad h^o - (h' + 12^h) = +\ 0^s,86$

log. D' = 1.110 59		log. D^o = 2.098 50	
log. sin. p' = 9.418 88		log. sin. p^o = 8.423 35	
log. cos. p^o = 9.999 85		log. cos. p' = 9.984 51	
c log. dénom. = 1.158 93		c log. dénom. = 1.158 93	
1.688 25		1.665 09	
48″,78		46″,25	

[1] P. 25 de l'introduction du recueil.

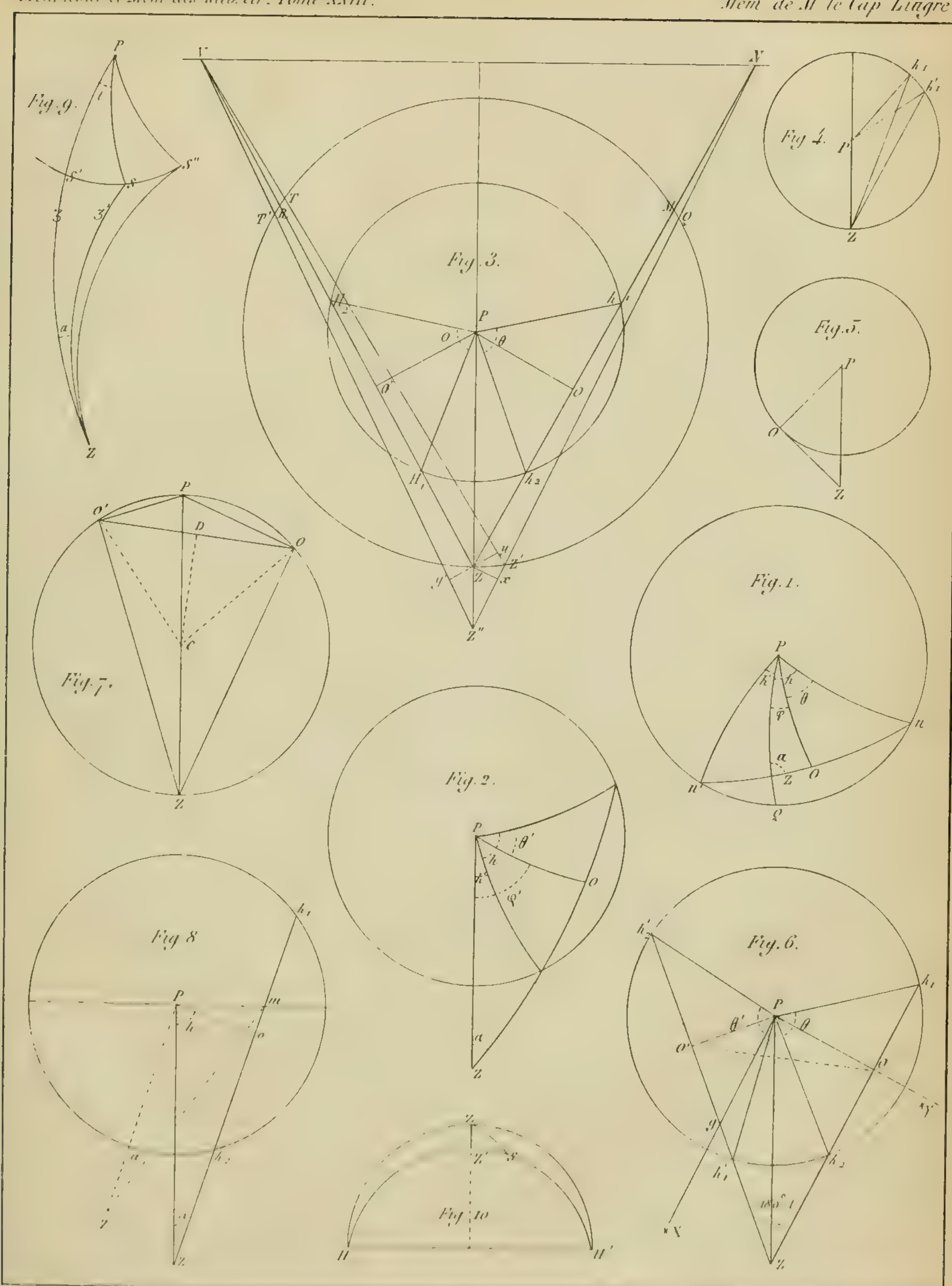
$$c = +\ 2'',53.$$

La collimation adoptée à Greenwich est

$$c' = +\ 0'',78.$$

Les observations ont dû être fort bien faites, car la différence, 1″,75, entre ces deux valeurs, est environ huit fois plus faible que l'erreur probable qu'on trouverait en calculant, comme dans le § 4, la précision du cas que nous venons de traiter.

FIN.


Fig. 9.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 8
Fig. 6.
Fig. 10

MÉMOIRE

SUR

LES TREMBLEMENTS DE TERRE

RESSENTIS DANS

LA PÉNINSULE TURCO-HELLÉNIQUE ET EN SYRIE;

PAR

ALEXIS PERREY, + ref.

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE DIJON

(Présenté à la séance du 1er juillet 1848.)

MÉMOIRE

SUR

LES TREMBLEMENTS DE TERRE

RESSENTIS DANS

LA PÉNINSULE TURCO-HELLÉNIQUE ET EN SYRIE.

Je touche à la fin de la tâche pénible que je m'étais imposée. Voici le dernier catalogue que j'avais à rédiger sur les tremblements de terre en Europe; sept sont déjà publiés; deux autres sont actuellement soumis à des sociétés savantes; celui-ci complète la série de mes recherches scientifiques.

Il embrasse la Péninsule Turco-Hellénique, de Trieste à Constantinople, au sud du Balkan (système slavo-hellénique des Alpes orientales), l'Archipel grec et l'Asie Mineure, jusqu'à Bagdad. Peut-être eût-il été préférable d'admettre ici deux régions physiques, elles existent réellement; mais afin de ne pas trop multiplier mes mémoires et vu le nombre assez restreint des faits, j'ai réuni les deux listes que j'avais d'abord dressées séparément. D'ailleurs, entre ces deux régions se trouve un centre volcanique encore actuellement en activité, lequel peut avoir une influence sur l'une et sur l'autre; il peut donc être avantageux, et il ne saurait être nuisible de les étudier simultanément.

Les auteurs byzantins que j'ai cités sont indiqués en toutes lettres;

Théophane seul l'est par l'initiale (T.), Dufrêne et Ducange, *Chronicon Paschale*, par (DD). Les exemplaires consultés appartiennent à la belle édition du Louvre.

J'ai aussi indiqué par des symboles déjà employés dans mes précédents mémoires les ouvrages suivants :

Simon Schard, *Rerum Germanicarum*	S. S.
Baronius, *Annales ecclesiast.*	B.
Lycosthènes, *Prodig. ac ost. Chron*	L.
Frytschius, *Catal. prod. ac. ost.*	F.
Collection académique, t. VI	C. A.
Muratori, *Rerum Italicarum*	M.
Dom Bouquet, *Historiens des Gaules*	D. B.
Anciennes révolutions du globe (1752)	R. G.
Philosophical Transactions	P. T.
Annales de Chimie et de Physique	C. P.
Communications de M. Colla, de Parme	C.
Journal historique	J. H.
Journal encyclopédique	J. E.
Gazette de France	G. F.
Mercure de France	M. F.
Moniteur universel	M. U.
Journal des Débats et *Journal de l'Empire*	J. D.
Chronik der Erdbeben von K. E. A. Von Hoff	V. H.

CATALOGUE DES SECOUSSES.

IV[e] SIÈCLE.

306. — (En hiver?) A Tyr et Sidon, tremblement qui causa de grandes ruines et fit périr beaucoup de monde. (L.; Gaultier, *Table Chronog.*, p. 299.)

— Tremblement qui détruisit Opus en Grèce. (V. H.) S'agit-il de Fort-Opus en Dalmatie?

315. — Tremblement à Aréopolis sur la mer Morte. (V. H.)

322. — (16[e] année de Constantin.) Tremblement désastreux. (*Anastasii Bibl. hist.*, p. 25.)

340. — En Orient, secousses terribles, édifices renversés, villes ruinées. (L.; B., t. III, p. 536.)

341. — A Antioche, secousses pendant trois jours. (T., p. 30.)

Suivant d'autres, les secousses ont été fréquentes pendant toute l'année. (*Idatii Episc. Fasti consulares*, p. 31.)

342. — En Orient, tremblement qui renverse plusieurs villes. (*Chron. Eusebii*, lib. post., p. 182.)

343. — Phénomène semblable. (L. et F.)

— Tremblement qui détruisit Néocésarée. (Sigonius, *de Occid. Imp.*, I, lib. V, p. 169; F.)

344. — A Antioche, tremblement qui s'étendit dans une grande partie de l'Orient, (L. et F.)

344 et 345. — Secousses qui bouleversèrent l'île de Rhodes, détruisirent Durrazzo (Dyrrachium) et douze villes de la Campanie. Rome en éprouva pendant 3 jours. (Sigonius, *l. c.*, p. 170.) [1]

[1] La Chronique d'Eusèbe, p. 183 donne la date de 346; Anastase, p. 29, celle de 337, et Lycosthènes celle de 348.

Théophane (*Chronographie*, p. 30 et 31) en cite un qui aurait renversé la plus grande partie de Salamine en

348. — En été, *aestate vigente*, tremblement qui détruisit Béryte en Syrie. (Sigonius, *l. c.*, p. 178; Agathias, *de Rebus Justiniani*, p. 51.)

358. — 24 août. Tremblement qui causa d'horribles désastres en Asie, en Bythinie et en Macédoine. (Sigonius, *l. c.*, p. 204; *Idatii Episc.*, *l. c.*, p. 31; Muratori, *Annali*, t. II, 392.)

359. — Novembre ou décembre. *(Mense hyperberetaeo.)* Long et violent tremblement à Nicomédie. (D. D., p. 293; *Eusebii Chron.*, p. 185.)

362. — 2 décembre, vers le soir. Ce qui restait de Nicomédie fut renversé par un tremblement qui détruisit Nicée en partie. (Sigonius, *l. c.*, p. 227; B. t. IV, p. 117.)

363. — Janvier ou février. A Constantinople, tremblement désastreux. (Sigonius, *l. c.*, p. 228.)

365. — 21 juillet, peu après le point du jour. Dans la Grèce et l'Asie Mineure, tremblement pendant un orage. Les eaux de la mer furent fortement agitées. (B., *l. c.*, p. 187; Sigonius, *l. c.*, p. 236.) Von Hoff ajoute que 10 villes furent détruites dans l'île de Crète.

366. — A Néocésarée et Nicée, nouvelles secousses. (F.)

368. — 11 octobre. Tremblement qui détruisit Nicée. (D. D., p. 301; Sigonius, *l. c.*, p. 249; B., t. IV, p. 211; *Idatii Episc.*, *l. c.*, p. 31.)

— Peu après *(paulò post)*, autre tremblement qui causa de grandes ruines dans l'Hellespont. (B., *l. c.*) [1]

Chypre, 6e année de Constance : ce serait en 341 ou 342. Celui de Néocésarée est rapporté à l'année 334, celui de Rhodes, ainsi que ceux de Dyrrachium et de Rome, à la 8e année de Constance.

Puis cet auteur rapporte à la 10e année de Constance, une éclipse de soleil qui eut lieu au mois *Dæsius*, 3e heure du jour, et pendant laquelle on aperçut les étoiles. Cette éclipse paraît être celle du 6 juin 346, qui fut presque totale en Asie. D'ailleurs, cette date mensuelle prouve que l'auteur a suivi le calendrier syro-macédonien pour les noms des mois, ce qui nous sera utile.

Cedrenus (*Compend. hist.*, t. I, p. 296, 298 et 299) rapporte 5 ou 6 tremblements dont les circonstances se trouvent dans Théophane.

Orose (*Bibl. Patrum*, t. VI, p. 442) en parle aussi, mais sans date précise.

Le tremblement ressenti à Antioche et que j'ai signalé à la date de 344 paraît être de 345, puisque les auteurs cités le mentionnent sous la même date que le concile d'Antioche, lequel a eu lieu en 345, suivant l'*Art de vérifier les Dates*.

Celui de Néocésarée enfin, est rapporté à 334 par Anastase, p. 29 et à 344, par Muratori, *Annali d'Italia*, t. II, p. 343. Je ne puis donc guère compter ici que sur Sigonius, auteur d'une critique aussi prudente que pleine d'érudition et que Muratori lui-même a rarement trouvé en défaut. Ainsi depuis 325, je n'en admettrai que 4 : celui de Théophane en 341, et ceux de Sigonius en 343, 344 et 345.

Von Hoff en admet aussi 4 : 341 à Antioche, 342 à Durrazzo, 344 à Rhodes et 345 à Néocésarée. Comme ces dates annuelles sont assez peu importantes, je ne reviendrai plus sur de semblables discussions, pour les phénomènes suivants qui sont signalés à d'autres dates encore que celles sous lesquelles je les rapporte.

[1] Ici encore, pour ces diverses années, beaucoup d'autres auteurs donnent des dates annuelles différentes. Von Hoff fait étendre celui de 365 jusqu'en Sicile; mais je trouve ailleurs *Ciciliae* à la date de 369; serait-ce *Ciliciae?* Les *Centuries de Magdebourg* ajoutent : *Non est dubium quin Deus tot terrae motibus qui acciderunt sub hoc Imperatore* (*Constantio*) *testatus sit sibi Arianas blasphemias adversùs filium Dei displicere.*

372. — Nicée (de Bythinie), si souvent ébranlée, fut renversée de fond en comble. (F.; Gaultier, *l. c.*, p. 309.) Lycosthènes en décrit encore à la date de 370 et 378; d'autres aux dates de 367, 369, 371, 372, 375 et 379.

382. — Tremblement à Constantinople; il s'étendit au loin. (V. H., d'après Évagrius.) Ne s'agit-il pas de celui qui fut ressenti à Rome cette même année?

394. — De septembre à novembre, secousses continuelles en plusieurs régions de l'Europe. (Marcellini *Comitis Chron.*, p. 37.)

395. — De septembre à janvier suivant, tremblement universel. (Sigonius, *l. c.*, p. 345; B., *l. c.*, p. 706; Michel Glycas, *Annales*, p. 260; Corn. Gemma, *de Nat. Div. Car.* lib., I, p. 181.) Quelques-uns citent ces secousses comme ayant persisté durant 6 mois dans presque toute la terre.

Ces deux derniers ne figureront pas dans mon Résumé.

396. — A Constantinople principalement, fortes secousses pendant plusieurs jours. (Sigonius, *l. c.*, p. 355.)

Eusèbe, p. 190, donne la date de 397; Lycosthènes et Frytschius celle de 400. Ces trois auteurs signalent aussi une aurore boréale.

Ve SIÈCLE.

403. — 9e année d'Arcade. A Constantinople, tremblement léger pendant la nuit. (B., t. V, p. 178.)

L'auteur l'indique comme ayant eu lieu après l'expulsion de Jean Chrysostome, ce serait en 404; d'un autre côté, le comte Marcellin, p. 37, donne la date de 402. *La Chronique de Tours* le rapporte à la 8e année d'Arcade. (Martène et Durand, t. V, p. 928.)

Sigebert de Gemblours donne encore la date de 405; mais poursuivons.

407. — 1er avril (*mense Xanthico, cal. April.*), première veille de la nuit. Tremblement avec éclairs et tonnerres. (DD., p. 308.)

417. — 20 avril. (*Vesperi die Parasceves, mense Xanthico, XII, cal. Maias.*) Grand tremblement. (DD., p. 310.)

Von Hoff dit que Kybera, en Pamphylie, fut ruinée.

419. — En Palestine, tremblement qui renversa beaucoup de villes et de villages. (*Marcellini Chron.*, p. 38.)

422. — En mars. (*Mense Dystro.*) Comète flamboyante, et la même année, tremblement de terre. (DD., p. 313.)

423. — 7 avril, 10e heure. (*Mense Xanthico, VII, id. Apr.*) Secousses nombreuses. (*Ibid.*)

427. — A Constantinople, secousse avec ruines; 57 tours furent renversées. (*Marcellini Chron.*, p. 41.)

431. — 20 juin (à la mort de saint Paulin), 4e heure de la nuit. Grand tremblement. (B., *l. c.*, p. 628.) Aucune localité n'est signalée.

434. — A Constantinople, secousses violentes pendant quatre mois. (R. G.)

444. — A Constantinople, secousses pendant quatre mois. (S. S., f. 70.)

446. — Secousses presque universelles pendant six mois. (B., t. VI, p. 37; Christ. Mathias, *Theat. hist.*, p. 377.)

Ce fait n'est-il pas le même que le suivant?

447. — 8 novembre. *(In Trioncho, VIII, idus Novembris.)* A Constantinople, secousses violentes. On se retira sous des tentes, et chaque année des prières *(litaniae)* se font encore à cette date. (DD., p. 317.)

D'autres citent encore la Thrace, la Chersonèse, la Troade, la Bythinie, les deux Phrygies et l'Hellespont comme ayant ressenti ces secousses.

450 — Janvier *(mense Audinaeo, XVI)*, nuit et jour. A Constantinople, secousses violentes; mais personne ne périt. (DD., pp. 318 et 319; Ch. Mathias, *Theat hist.*, p. 378.)

Lycosthènes donne la date de 454 : il ajoute que la terre s'entr'ouvrit en plusieurs endroits, que beaucoup de villes furent renversées en Asie, que la mer s'éloigna du rivage, que les secousses durèrent six mois, que le ciel parut en feu....

457. — (1re année de Léon). Tremblement qui renversa presque entièrement Antioche. (Cedrenus, *Comp. hist.*, t. I, p. 347.)

458. — 14 septembre, 4e heure de la nuit. Tremblement à Antioche et aux environs. (B., t. VI, p. 244.)

Ces faits sont-ils différents? D'autres donnent la date de 450, 460 et 462, et citent l'Ionie, la Thrace, les Cyclades comme ayant été fortement ébranlées.

471 ou 472. — Dans l'Asie Mineure, tremblement qui renversa plusieurs villes. (V. H.)

477. — 24 ou 25 septembre. A Constantinople, secousses désastreuses pendant quarante jours. Les cadavres qu'on n'enterrait plus engendrèrent une épidémie. (T., p. 108; Sigonius, *l. c.*, p. 560; B., *l. c.*, p. 343; Ch. Mathias, *l. c.*, p. 391; Muratori, *l. c.*, t. III, p. 231.)

Quelques-uns donnent la date de 478 ou 480 et attribuent au phénomène une action violente dans les Cyclades.

487. — 26 septembre. (*Mense Gorpiaco.*) A Constantinople, secousse de peu de durée, mais qui s'étendit jusqu'au Taurus. (DD., p. 327.)

494. — Secousses simultanées en Syrie et dans l'Asie Mineure. Laodicée, Hieropolis, Tripoli et Agathicum furent renversées. (*Marcellini Chron.*, p. 46.)

499. — (9e année d'Anastase.) Tremblement à Néocésarée et dans le Pont. (B., t. VI, p. 541.) Cette date est peu certaine. D'autres donnent les premières années du VIe siècle jusqu'à 506.

VIe SIÈCLE.

518. — Tremblement remarquable en Hongrie. S'étendit-il au sud des monts Balkan?

522. — (4e année de Justin.) Tremblement à Durazzo et Corinthe. (Cedrenus, *Comp. hist.*, t. Ier, p. 364.)

525. — 29 mai, midi (7e année de Justin.) A Antioche, tremblement désastreux. Le feu se déclara au milieu des ruines et fit périr une multitude de personnes, parmi lesquelles se trouva l'évêque Euphrasius. Les secousses furent violemment ressenties à Constantinople.

Ces secousses se renouvelèrent très-fréquemment pendant une année entière, et paraissent avoir augmenté de violence le 4 octobre. Mais la date annuelle est peu certaine. Les uns citent 526, d'autres 527. Voy. *Cent. Magdeb.*, t. II, p. 430; B., t. VII, p. 109 et 111; T., p. 146 et 147; Cedrenus, *l. c.*, p. 365 et 366; Sigonius, *l. c.*, p. 629; Zonaras, *Annales*, t. II, p. 60; *Marc. chron.;* Anastase, p. 57, etc.

En 524 ou 525 Anarbaze fut détruite. (V. H.; sources précédentes.)

528. — 29 novembre, 3e heure du jour. A Antioche, nouvelles secousses très-violentes. Dans l'espace d'une heure, tout ce qui avait été reconstruit fut de nouveau renversé. (Cedrenus, *l. c.*, p. 368; T., p. 151; Sigonius, *l. c.*, p. 634, et beaucoup d'autres auteurs qui varient encore un peu relativement à l'année.)

533. — Novembre *(mense Dio)*, le soir. A Constantinople, tremblement sans dommage. (D. D., p. 341.)

536. — (9e année de Justinien.) Tremblement qui renversa la moitié de la ville de Pompeiopolis, en Mysie. (T., p. 183; Anastase, p. 62.)

542. — 16 août. (15e année de Justinien.) A Constantinople, tremblement qui causa des ruines immenses. (T., p. 188.)

L'auteur rapporte au 2 février de cette année l'institution des *hypopantes*, que Cedrenus rapporte à la suite du tremblement de 527.

543. — 6 septembre. (16e année de Justinien.) Tremblement universel; la moitié de la ville de Cyzique fut renversée. (Cedrenus, *l. c.*, p. 371.) T., p. 189, rapporte le fait à la 17e année de Justinien.

546. — (19e année de Justinien.) Tremblement à Constantinople. (Anastase, *Hist. Ecclés.* p. 64; L.)

547. — A Byzance et ailleurs, secousses plus fréquentes. (F. et L.)

548. — (21e année de Justinien.) Secousses fréquentes à Constantinople, et pluies considérables.

— Février. Tremblement si violent qu'on fit des processions pour faire cesser les secousses. (T., p. 191 ; Cedrenus, *l. c.*, p. 375; Anastase, *l. c.*)

551. — 7 ou 9 juillet. (24e année de Justinien.) Tremblement terrible en Palestine, Arabie, Mésopotamie, Syrie et Phénicie : il y eut de grandes ruines ; beaucoup de personnes périrent. (T., p. 192; Cedrenus, *l. c.*, p. 376; L.)

Sigonius (*l. c.*, p. 725) dit qu'il a été ressenti dans toute la Grèce. Frystchius cite seulement la Béotie et l'Achaïe.

552. — Tremblement en Grèce. Beaucoup de villes, comme Naupacte, Petra, Corona, etc., furent détruites. (V. H., cite Procope d'après *Calvisius.*)

553. — 15 août, au point du jour. (27e année de Justinien.) A Constantinople, secousses qui se renouvelèrent pendant 40 jours. La ville de Béryte fut ruinée. Plus étendu encore que celui de 551, il ébranla une partie de l'Égypte. (T., p. 194 ; Cedrenus, *l. c.*, p. 384; B., t. VII, p. 474, Anastase, *l. c.*, p. 65; Agathias, p. 51.)

Von Hoff donne à tort la date de 555.

554. — 11 juillet. (28e année de Justinien.) A Constantinople, violent tremblement. (T., p. 194; Cedrenus, *l. c.*, p. 385.)

Sigonius (*l. c.*, p. 745 et 746) donne pour ces faits les dates de 555 et 556.

556. — 2 avril. (30e année de Justinien.) Tremblement très-fort, mais sans dommage. (T., p. 195.)

557. — (31e année du règne de Justinien.) Secousses nombreuses à Constantinople.

Le 6 octobre, au crépuscule, grand tremblement.

Le 14 décembre, secousses formidables qui se renouvelèrent pendant 10 jours, avec un temps épouvantable, éclairs, tonnerres, mugissements souterrains. Les ruines furent immenses, non-seulement à Constantinople, mais dans d'autres villes. Antioche souffrit beaucoup.

Peu après, nombreuses étoiles filantes pendant toute la nuit. (T., p. 195 et 196; Cedrenus, *l. c.*, p. 385 et 386; B., t. VIII, p. 497; Sigonius, *l. c.*, p. 749-751.)

558. — (32e année de Justinien). Les secousses continuent suivant Cedrenus, *l. c.*, p. 386, et la tour d'une église est renversée.

Je trouve pour ce fait la date du 3 mai, dans les *Annales* de Poggendorff, t. LVIII, p. 630.

560. — Décembre. (34e année de Justinien.) A Constantinople, tremblement épouvantable, incendie, peste. (T., p. 199; Cedrenus, *l. c.*, p. 387; Sigonius, *l. c.*, p. 754.)

Les *Annales* de Poggendorff donnent la date du 24 pour le tremblement.

560. — La même année, tremblement à Béryte (auj. Baireuth) et dans l'île de Cos. (F.; Marmont, *Voyage en Hongrie*, t. II, p. 259.)

579. — A Antioche, tremblement à midi. (B., *l. c.*, p. 626.) Von Hoff cite encore Daphné. L'auteur des *Anciennes Révolutions du Globe* donne la date de 581.

583. — (1re année de Marcien.) Grand tremblement. (T., p. 213; Cedrenus, *l. c.*, p. 394.)

587. — 30 septembre, 3e heure après le crépuscule. A Antioche, tremblement très-désastreux. (B., *l. c.*, p. 699; Ch. Mathias, *l. c.*, p. 426.)

589. — 21 octobre. Un nouveau tremblement ébranla Antioche, pendant les contestations d'Astérius, gouverneur de cette ville, avec le patriarche Grégoire; le prélat ayant été mandé à Constantinople fut absous, mais son accusateur, à ce que prétendent certains écrivains ecclésiastiques, périt dans le désastre qui causa la mort de 60 mille habitants, et la main de Dieu, disent les mêmes historiens, sauva le patriarche. (*Mémorial de Chronologie*, t. II, p. 909.)

Von Hoff donne la date du 31, 9 heures du soir, d'après Évagrius.

VIIe SIÈCLE.

611. — 20 avril, 7e heure. (*Mense Xanthico, juxta Romanos, April XX, hora VII.*) Tremblement si considérable que le peuple, 22 jours avant la Pentecôte, fut forcé de se retirer à la campagne et de faire des prières pour la cessation du fléau. (D. D., p. 583.)

631 ou 632. — En Palestine, secousses pendant 30 jours. (S. S., f. 89; Ch. Mathias, *l. c.*, p. 440; *Chron. Remense*, Labbe, t. I, p. 359.) [1].

639. — Vers la 3e heure de la nuit. A Antioche, tremblement avec bruit épouvantable. (L.)

640. — Tremblement en Arabie, particulièrement à Médine. (V. H.)

650. — Phénomène semblable. (V. H.)

[1] Les auteurs byzantins ne donnent pas de date explicite. Ainsi, Théophane, p. 279, rapporte le fait à l'époque où Sergius, patriarche de Constantinople, fut défait par les généraux d'Abou-Bekr, 23e année d'Héraclius, couronné le 7 octobre 610. Mais il fixe aussi ce phénomène sous la 2e année d'Abou-Bekr, par conséquent après le 8 juin 633; puis sous la 24e de Sergius, par conséquent après le 18 avril 633 et la dernière année de George, patriarche d'Alexandrie, lequel est mort en 630; enfin, sous la 2e année de Modeste, patriarche de Jérusalem, parvenu au patriarcat en 631 ou 632.

Anastase (*Hist. ecclés.*, p. 104) le rapporte aussi à la 23e année du règne d'Héraclius. Mais le fait historique est encore moins clair que dans Théophane, il est même inintelligible.

Dans leurs catalogues, L. et F. donnent la date de 633.

Von Hoff donne 631 ou la 9e année de l'hégire.

658. — Juin. (*Mense Dœsio.*) En Palestine et en Syrie, tremblement considérable, ruines immenses. (T., p. 288.)

Je suppose que l'auteur suit le calendrier syro-macédonien. Le fait est de la 17e année de Constantin, reconnu en octobre 641.

677. — Tremblement à Constantinople. (C. A.)

678. —(10e année de Constantin III, dit *Pogonat.*) En Mésopotamie, grand tremblement, édifices renversés. (T., p. 296; Anastase, *l. c.*, p. 112; *Cent. Magdeb.*, t. II, p. 312.)

Ch. Mathias, *l. c.*, p. 447, donne la date de 680 d'après Paul Diacre.

VIIIe SIÈCLE.

713. — 28 février. *(Mensis Peritii die octavo supravigesimum).* En Syrie, tremblement violent. (T., p. 320; Anastase, *l. c.*, p. 125.)

717 ou 718. — (1re ou 2e année de Léon l'Isaurien.) En Syrie, tremblement à la suite duquel l'usage du vin fut interdit aux musulmans. (T., p. 334; Anastase, *l. c.*, p. 132; Cedrenus, *l. c.*, p. 452.)

726. — Dans l'été (de la 10e année de Léon?), naissance d'une île (la grande Kamény?) dans l'Archipel grec, avec les circonstances de fumée, de flammes, d'agitation des eaux, etc. (*Cent. Magdeb.*, t. II, p. 490.)

740. — 26 octobre, 8e heure du jour. (Fête de Démétrius, 24e année de Léon.) A Constantinople, tremblement très-désastreux, ruines immenses, victimes nombreuses. Il s'étendit en Thrace, où il renversa plusieurs villes, et dans l'Asie Mineure, où Nicée, Nicomédie, etc., furent bouleversées. Dans quelques endroits, la mer se retira du rivage. Les secousses se répétèrent pendant 11 mois. (Cedrenus, *l. c.*, p. 457; T., p. 345; Zonaras, *Annales*, II, lib. XV, p. 105; Anastase, *l. c.*, p. 137; B., t. IX, p. 132; Sigonius, t. II, p. 182; Ch. Mathias, *l. c.*, p. 457, etc.)

742. — (2e année de Constantin Copronyme.) Secousses en divers lieux de l'empire; elles s'étendirent jusque dans le désert de Saba. (T., p. 349; Cedrenus, *l. c.*, p. 460; B., *l. c.*, p. 144.)

746. — 18 janvier, 4e heure (6e année de Copronyme). En Palestine, du côté du Jourdain et dans toute la Syrie, tremblement tout à fait désastreux; ruines immenses, victimes très-nombreuses, surtout autour de Jérusalem. (T., p. 354; Cedrenus, *l. c.*, p. 462; Anastase, *l. c.*, p. 143; B., *l. c.*, p. 184; Sigonius, *l. c.*, p. 190; Ch. Mathias, *l. c.*, p. 460; *Diarium historicum*, p. 28.)

749. — Janvier. (?). Tremblement épouvantable, des montagnes furent renversées, les ruines furent considérables. En Mésopotamie, la terre s'entr'ouvrit sur un

espace de plus de mille pas. (T., p. 357; Cedrenus, *l. c.*, p. 463; Anastase, *l. c.*, p. 144; B., *l. c.*, p. 193; Sigonius, *l. c.*, p. 191.)

J. Nauclerus (*Chron.*, t. II, p. 1) donne la date de 750 et Lycosthènes celle de 751, 11e année de Constantin Copronyme. Les auteurs cités plus haut indiquent la 9e année de ce prince à l'époque de la naissance de son fils Léon, laquelle eut lieu le 25 janvier 749.

756 ou 757. — 9 mars. (16e année de Constantin Copronyme.) En Syrie et en Palestine, fort tremblement. (T., p. 361; Anastase, *l. c.*, p. 146; *Cent. Magdeb.*, *l. c.*, p. 491.)

775. — Tremblement à Antioche. (V. H.)

789. — 9 février. A Constantinople, tremblement si violent que le peuple se retira sous des tentes. (T., p. 392; Cedrenus, *l. c.*, p. 471; Anastase, *l. c.*, p. 162; B., *l. c.*, p. 421; etc...)

795. — (Dernière année du pontificat d'Adrien Ier, ou selon d'autres en 797).

— Avril, la nuit. Dans l'île de Crête, tremblement très-violent.

— 4 mai, à Constantinople, tremblement non moins horrible. (T., p. 397; Anastase, *l. c.*, p. 165.)

IXe SIÈCLE.

825. — Après la mi-octobre. La ville de *Panium* fut prise, ses murs ayant été renversés par un tremblement de terre. (Cedrenus, *l. c.*, p. 508; Zonaras, p. 139; *Chron.*, *Const. Porphyrog.*, Combifisius, p. 45.) De quelle époque date ce tremblement?

840. — Août. A Constantinople, secousses pendant cinq jours. (*Cent. Magdeb.*, t. II, p. 348.)

858. — En hiver. (?) Lors de l'avénement de Photius au patriarcat), secousses violentes. (Cedrenus, *l. c.*, p. 552.)

859. — (245 de l'hégire.) A Antioche et Laodicée, secousses tout à fait désastreuses; plus de 1,500 maisons furent renversées. (V. H. d'après les auteurs arabes.) Ne s'agit-il pas ici du phénomène signalé par Cedrenus?

860. — 25 mai. Dans la province de Bagdad, tremblement désastreux. (V. H.) C'est le même sans doute que je cite à 862.

861. — Août. (Sous Michel III.) A Constantinople, secousses qui se répétèrent pendant 40 jours. (B., t. X, p. 198.)

862. — 25 mai. (Jour de l'Ascension.) A Constantinople, tremblement violent. (Zonaras, p. 162; B., *l. c.*, p. 215; *Chron. Const. Porphyrog.*, *l. c.*, p. 122.)

Les *Centuries de Magdebourg* donnent la date de 855; Ch. Mathias et Philippe Labbe, celle de 860.

867. — 9 janvier. (Fête de saint Polyeucte, selon les Grecs.) A Constantinople, tremblement avec grandes ruines. Les secousses se répétèrent pendant 40 jours et 40 nuits. (Leonis *Grammatici Chronog.*, p. 470; Georgii, *Mon. Novi Imper.*, p. 544.)

Syméon, *magister et logothetes*, dit (*Hist. Byzant.*, p. 454) que ce fut la 3e année de Basile, et partant en 870.

L'auteur anonyme du *Mémorial de Chronologie*, t. II, p. 910, rapporte à l'an 867, un tremblement qui tarit toutes les sources voisines de la Mecque et précipita d'énormes roches dans la mer. L'auteur des *Anc. rév. du globe* ajoute que 1,500 maisons et 90 tours des remparts furent renversées à Antioche.

Xe SIÈCLE.

967. — 2 septembre, 12e heure de la nuit. (4e année de Nicéphore Ducas.) En Paphlagonie, tremblement épouvantable avec bruit. (Cedrenus, *l. c.*, p. 660; Zonaras, *l. c.*, p. 206.) Léon Diacre, p. 41 et 42, cite la ville de Claudiopolis comme le théâtre des ravages du phénomème, à l'occasion duquel il rapporte les théories données de son temps, et termine en disant que les phénomènes de ce genre ne peuvent être expliqués que comme des leçons que nous donne la Providence pour nous rendre meilleurs.

968. — 17 novembre. Dans l'île de *Coriphus*, trois secousses dans le jour. (B., *l. c.*, p. 796.)

975. — 26 octobre, le soir. A Constantinople, tremblement qui causa de grandes ruines. (Léon Diacre, p. 109.)

985. — 25 septembre. Tremblement qui endommagea Cyzique, Nicée et d'autres lieux. (V. H.)

986. — Octobre. (11e année de Basile et Constantin.) A Constantinople, tremblement qui causa de grandes ruines. Les secousses se firent sentir dans toute la Grèce. (Cedrenus, *l. c.*, p. 696; Michel Glycas, *Annales*, p. 309; B., *l. c.*, p. 845; Ch. Mathias, *l. c.*, p. 554; R. G.)

— Le 27 mars de l'an 1000, secousses universelles en Europe. La Péninsule hellénique fut-elle ébranlée? Cracovie éprouva un tremblement de terre cette année.

XIe SIÈCLE.

1010. — Janvier (34e année de Basile.) A Constantinople, commencement de secousses violentes qui durèrent jusqu'au 9 mars. Ce jour-là, à la 10e heure, on en-

tendit un bruit terrible, et une secousse épouvantable ruina la ville et les provinces. (Cedrenus, *l. c.*, p. 607; Michel Glycas, *l. c.*, p. 510.)

Baronius, *l. c.*, t. XI, p. 59, donne la date de 1011.

1029. — (420 de l'hégire.) A Damas, tremblement qui ruina la moitié de la ville. (V. H., d'après Elmakin.)

1031. — 13 août, 1re heure de la nuit. A Constantinople, fort tremblement, l'empereur quitta la ville. (Cedrenus, *l. c.*, p. 730.)

1032. — 6 mars. Tremblement à Constantinople. (Cedrenus, *l. c.*)

Von Hoff, d'après des auteurs arabes, ajoute que ce tremblement s'étendit en Syrie, en Palestine, en Égypte, et cite Balasch, Jérusalem, Ascalon, Gaza, Ptolémaïs, comme ayant éprouvé de grands dommages. Les eaux de la mer s'éloignèrent du rivage et y revinrent ensuite avec impétuosité.

1034. — 17 février. En Syrie, tremblement qui endommagea plusieurs villes. (Cedrenus, *l. c.*, p. 732.)

1035. — A Jérusalem, secousses pendant 40 jours : beaucoup de maisons furent renversées. (Cedrenus, *l. c.*, p. 737.)

1036. — Nouvelles secousses dans tout l'empire; elles continuèrent jusqu'à l'année suivante. (C. A.)

1037. — 18 décembre, 4e heure de la nuit. A Constantinople, trois secousses, dont une violente et deux faibles. Ailleurs (*in Buccellariis*), la terre s'entr'ouvrit, cinq villages furent engloutis. (Cedrenus, *l. c.*, p. 739; Glycas, *l. c.*, p. 316.)

1038. — 2 novembre, 10e heure du jour. A Constantinople, secousses qui durèrent jusqu'au mois de janvier. (Cedrenus, *l. c.*, p. 740; B., t. XI, p. 130.)

1039. — A Constantinople, secousses fréquentes. (B., *l. c.*)

Je n'en trouve aucune trace dans les auteurs de la *Byzantine*.

1040. — 2 février. A Smyrne, tremblement qui causa de grands dégâts : plusieurs autres villes éprouvèrent des dommages. (Cedrenus, *l. c.*, p. 742; *Diar. Hist.*, p. 44.)

1041. — 10 juin. Tremblement à Constantinople.

— 14 décembre (?), nouveau tremblement. L'empereur Michel IV faillit tomber au moment où il prenait le diadème. Les secousses durèrent pendant les quatre mois de son règne. (Cedrenus, p. 748 et 749.)

1063. — Plusieurs villes de Syrie, Tripoli surtout, souffrirent beaucoup d'un tremblement de terre. (V. H., d'après Abulfeda.)

1064. — 23 septembre, vers la 2e veille de la nuit. Tremblement extrêmement violent qui causa de grandes ruines. Il parut commencer du côté de l'occident. Cyzique, Nicée, éprouvèrent de grands dommages. Les secousses se répétèrent ensuite fréquemment pendant deux ans. (J. Curopalates, *Hist.*, p. 816 et 817; Zonaras, *l. c.*, p. 274; Glycas, *l. c.*, p. 323; B., *l. c.*, p. 336.)

1069. — (460 de l'hégire.) A Ramla, dans le S.-O. de la Palestine, tremblement très-fort. Beaucoup de maisons furent renversées, beaucoup de personnes périrent. La mer, en s'éloignant du rivage, laissa le sol à sec, puis revint avec impétuosité et inonda la plage. Ce tremblement fut ressenti en Égypte. (V. H., d'après Hadj.-Khalifa, Elmakin et Abulfeda.)

1082 ou 1083 (?) — 6 décembre. A Constantinople, tremblement qui renversa beaucoup de maisons et d'églises. (Glycas, *l. c.*, p. 333; Zonaras, *l. c.*, p. 299; *Cent. Magdeb.*, t. III, p. 367.)

1092 — (484 de l'hégire.) Tremblement qui renversa les murailles d'Antioche et de Damas. (V. H., d'après Abulfeda.)

XIIe SIÈCLE.

1103. — 24 décembre. A Jérusalem, grand tremblement. (L.; S. S., p. 132; *Cent. Magdeb.*, t. III, p. 860; M., t. VII, p. 589.)

1109. — A Antioche, tremblement durant lequel la terre s'entr'ouvrit; des maisons furent englouties (F.)

1113. — A Jérusalem, deux tremblements dans l'année. (M., t. VII, p. 590.)

1114. — Toute la Syrie, mais surtout la Cilicie, l'Isaurie, la Celesyrie...., éprouvèrent des secousses désastreuses, qui s'étendirent jusqu'à l'extrémité de l'orient. (Ch. Mathias, *l. c.*, p. 587; *Cent. Magdeb.*, t. XII, p. 863; M., t. XXII, p. 484.)

— Aux environs d'Antioche, deux tremblements, dont l'un fut considérable; plusieurs villes furent détruites en tout ou en partie : on cite Trialeth, Mariscum, Manistria. (C. A.; R. G.; M., t. XII, p. 591.)

1115. — Vers le 25 décembre. Tremblement désastreux en Syrie; Alep, Samosate, Jérusalem, Antioche, Haran, Bulasch..., éprouvèrent de grands dégâts. (M., t. VII, p. 180; V. H. cite Bar Hebraeus; Ch. Mathias, *l. c.*)

Y a-t-il là plus d'un fait?

1122. — (515 de l'hégire.) Tremblement en Arabie; le temple de la Mecque fut endommagé. (V. H.)

1123. — Tremblement à Hira. (V. H.)

1127. — A l'époque où Boemond prit Kradam ou Karsadam, ou Karasdam, tremblement à Tyr. La terre ouvrit sa bouche, dit l'auteur, et beaucoup de monde périt. (*The Chronicles of Rabbi Joseph Ben Joshua Ben Meir the Sphadi*, t. I, p. 97, Comm. par M. Rossignol, secrétaire de l'Acad. de Dijon.)

Je trouve la date de 1128 dans L.; *Cent. Magdeb.*, t. III, p. 866 et M., t. XXVI, p. 41. C'est aussi celle qu'admet Von Hoff.

1129. — Tremblement à Bagdad.

1134. — Tremblement qui détruisit Dogodoph en Arménie.

1135. — Nouveau tremblement à Bagdad. (V. H.)

1138. — (532 de l'hégire.) En Syrie et en Mésopotamie, tremblement très-désastreux, surtout à Alep, où les secousses durèrent plus de deux mois. (V. H. cite Abulfeda.)

1139. — (533 de l'hégire.) Tremblement à Hira. Cent mille personnes périrent en Perse. Alep et Ambar éprouvèrent de grands dommages. (V. H. cite des auteurs arabes.)

Vers 1144. — Tremblement qui bouleversa plusieurs îles de la Méditerranée, entre autres Paphos. (Math. Paris, *Hist. Angl.*, t. II, p. 634.)

1155. — A Antioche, Damas, Tripoli..., tremblement qui coûta la vie à plus de 2,000 personnes. (V. H.)

1159. — En Syrie, l'un des plus désastreux tremblements qui aient ravagé ce pays. Damas, Alep, Hama, Hems, Antioche, Tripoli, furent plus ou moins ruinées. Plus de 20,000 personnes périrent. (Nicétas Choniate, p. 78; C. A.; R. G.; *Cent. Magdeb.*, t. III, p. 871; M., t. XIV, p. 878.)

La *Chronique d'Hirsauge*, p. 438, donne la date de 1157 et Von Hoff, celle de 1158 (552 de l'hégire), d'après les historiens arabes. Cet auteur cite encore d'autres localités, et ajoute que ce tremblement s'étendit sur une ligne de 4° de latitude du sud au nord.

Frytschius rapporte le fait à 1160.

1166. — Tremblement en Grèce et en Sicile. (G. Doglioni, *Theat. univ.*, t. I, p. 652.)

1170. — 29 juin, 6e heure. En Syrie, tremblement désastreux. Alep, Césarée, Emma, Antioche et beaucoup d'autres villes furent renversées; 3,000 personnes périrent. Les secousses se renouvelèrent pendant 15 jours. (D. B., t. XII, p. 345 et 774; M., t. VI, p. 183, t. IX, p. 627, t. XXVI, p. 58; d'Acheri, *Spicilegium*, t. II, p. 778 et t. XI, p. 443; *Martène* et *Durand*, t. V, p. 1019.)

Plusieurs auteurs donnent la date de 1171 [1].

1172. — Tremblement en Orient. (C. A.)

1179. — En Syrie, secousses désastreuses. Damas, Antioche, Tripoli et beaucoup d'autres villes furent ruinées. (M., t. XVIII, p. 245.)

L'auteur rapporte à la même année le tremblement qui ruina Catane et qui paraît être de 1169.

[1] La date est-elle exacte? On lit : *Ipso die sol obscuratus est circa horam tertiam.* Or, l'*Art de vérifier les dates* ne donne pas d'éclipse de soleil pour 1170. Faut-il entendre que le soleil fut obscurci par la poussière qui s'éleva des ruines?

1182. — En Syrie, tremblement qui renversa plusieurs villes; il y eut de grands désastres en Judée. La terre s'entr'ouvrit dans la campagne de Lépante. (C. A.)

1183. — En Syrie, tremblement qui ruina en partie Antioche, Damas et Tripoli. Il y eut plus de 20,000 victimes. (M., t. IX, p. 178; Philippi Bergomat. *Suppl. Chron.*, f. 291; F.)

Les auteurs rapprochent de ce désastre celui de Catane, comme aux années 1170 et 1179. Il me semble qu'il n'y a ici qu'un seul fait, cité avec erreur de date.

1199. — 5 mai, midi. Tremblement en Pologne; les secousses durèrent plusieurs jours et renversèrent des édifices. (*Cent. Magdeb.*, t. III, p. 877; *Diarum hist.*, p. 134.)

Von Hoff ajoute qu'il fut ressenti à Constantinople.

XIII[e] SIÈCLE.

1201 ou 1202. — (597 ou 598 de l'hégire.) En Syrie, en Palestine, en Mésopotamie, etc... Tremblement violent qui s'étendit aussi dans l'île de Chypre. (V. H., d'après les hist. arabes.)

1202. — 15, 20 ou 30 mai. Phénomème semblable et très-probablement identique. (D'Acheri, *l. c.*, t. XI, p. 478; D. B., t. XVIII, p. 97 et 265; B., t. XIII, p. 81; M., t. XXVI, p. 85, etc.)

1204. — (600 de l'hégire.) En Égypte, en Syrie, en Mésopotamie et dans l'Irak, dans l'Asie Mineure, dans l'ile de Chypre et en Sicile, tremblement qui renversa les murs de Tyr. (V. H., d'après les hist. arabes.)

1212. — Tremblement à Antioche. (*Cent. Magdeb.*, *l. c.*, p. 630.)

1222. — 25 décembre au 11 janvier suivant. En Lombardie, secousses très-violentes, qui ébranlèrent une grande partie de l'Allemagne et de l'Italie.

Suivant Von Hoff, l'île de Chypre les ressentit.

1246. — Dans l'île de Candie, tremblement qui renversa les murs de la Canée. (*Cent. Magdeb.*, *l. c.*, 1262 d'après P. Justiniani, *Hist. Venetor.*)

1255. — A Arzengan ou Arzenjan, pachalik de Siwas, district de Divrigki. (Asie Mineure.) Secousses terribles pendant trois jours, plusieurs milliers de personnes périrent. L'axe d'ébranlement fut à peu près le même que celui de 1158. Il se forma un lac dans la Natolie. (V. H.; C. A.)

Ce fait doit être arrivé au commencement de l'année, car le voyageur Rubruquis arriva à Sébaste dans la semaine de Pâques, après avoir visité le pays peu de temps après l'événement. (*Hist. gén. des Voyages*, t. VII, p. 296.)

1268. — En Cilicie, tremblement qui ruina plusieurs lieux et coûta la vie à des milliers de personnes. (V. H., d'après Abul-Farage, p. 572.)

1273. — Commencement de mars. A Durazzo, bruits souterrains presque continuels; ils augmentèrent d'abord graduellement d'intensité, puis devinrent plus aigus et continus, et furent suivis d'un grand tremblement de terre. D'abord oscillatoire, le mouvement se transforma en chocs alternés et très-forts comme si le sol se fût contracté, puis dilaté avec violence. En un instant toute la ville ne fut plus qu'un monceau de ruines. (*Pachymeris Hist.*, I, lib. V, cap. VII, p. 242 et 537.)

La même année, tremblement désastreux dans l'Aderbidjan, à Tabris en Perse et dans la Thrace.

1276. — Tremblement violent à Arcastia (province d'Argisch), où les remparts et les maisons s'écroulèrent. Dans la ville de Cilath, les secousses durèrent neuf heures. (V. H., cite Bar Hebraeus, p. 553, v. lat. p. 577.)

1285. — (683 de l'hégire.) Tremblement en Orient. (V. H., cite Abul-Farage.)

1296. — 1er juin, au milieu de la nuit. A Constantinople, secousses qui causèrent des dégâts considérables. (Nicœphori Gregorae *Hist. Byzantinae*, lib. VI, cap. 9, p. 124; Pachymeris, *l. c.*, p. 158.)

XVIe SIÈCLE.

1304. — 8 août, le matin. Tremblement qui causa de grandes ruines en Égypte (à Alexandrie), dans le Péloponèse, en Syrie (Acre), dans les diverses îles de la Méditerranée, Candie, Rhodes, etc., et s'étendit sur tout le littoral du golfe Adriatique, jusqu'à Venise. (Pachymeris, *l. c.*, p. 273 et 621; M., t. XXII, p. 772 et 177, t. XIV, p. 1123, t. IX, p. 254 et 255; V. H., d'après Abulfeda.)

Quelques-unes des sources citées indiquent 1303 et même 1302.

1319. — En Arménie, tremblement qui détruisit Ani. (Dubois de Montpéreux, *Voyages autour du Caucase*, t. V, p. 287.)

1332. — 11 ou 12 février. A Constantinople, tremblement de terre et fortes perturbations atmosphériques. (Nicép. Grégoras, *l. c.*, p. 283 et 772.)

1344. — (744 de l'hégire.) Au milieu de l'automne. Phénomènes semblables, commotions souterraines et atmosphériques : Constantinople éprouva de grands dégâts. Les eaux de la mer envahirent le littoral..... (*Ibid.*, p. 434.)

Suivant Von Hoff, l'Égypte et la Syrie ressentirent des secousses cette année (Abulfeda.)

1346. — A Constantinople, tremblement qui causa de grandes ruines, un an avant la prise de la ville par Jean Cataeuzène. (*Poggendorff's Annalen*.., t. LVIII, p. 652).

1353. — 1er mars. Dans la Romagne, très-grandes secousses, qui s'étendirent jusqu'à Constantinople, où elles causèrent de grands dégâts. De Boccadone à Constantinople, tout fut ruiné sur la côte. Les Turcs, dit Villani, profitèrent de la terreur des Grecs pour les battre et les rendre esclaves. (M., t. XIV, p. 227.)

1354. — Commencement du printemps. (*Vere ineunte, initio noctis.*) Tremblement formidable, qui renversa toutes les villes maritimes de la Thrace. Les ruines furent immenses, les victimes très-nombreuses. (Cantacuzène, *Hist. II*, p. 861.)

Ce fait n'est-il pas le même que le précédent?

1383. — Août, heure de nones. A Mytilène, secousses si fortes que les tours se balançaient comme des arbres agités par la tempête. Mais, après minuit, tout fut renversé, et cinq cents personnes périrent. (M., t. XVIII, p. 90.)

XVe SIÈCLE.

1402. — En Syrie, tremblement qui ruina plusieurs villes et renversa des montagnes. La mer se retira; on aperçut le fond à plus d'un mille du rivage; elle revint ensuite avec impétuosité. (M., t. XVIII, p. 974.)

1418. — Le 7 avril, on apprit à Venise qu'à divers jours et diverses nuits on venait d'éprouver, dans toute la Dalmatie, des secousses très-fortes, qui avaient ruiné des maisons et renversé les murs *del Castello dell' Urana.* (M., t. XXII, p. 920.)

1421. — 18 septembre. A Négrepont, violentes secousses qui durèrent quatre jours. On coucha sous des tentes. (M., t. XXII, p. 940.)

1427. — 25 novembre. A Santorin, élévation des eaux de la mer. De 1413 à 1426, l'île d'Hiera, ou Grande Kamény, s'était augmentée. (V. H.)

1437. — A l'île d'Hydra, violentes secousses; l'île s'agrandit par soulèvement. (*Expédition scientifique en Morée,* part. géol., p. 269.)

1481. — Après le siége de Rhodes par les Turcs (levé le 19 août), tremblement considérable dans cette île. (C. A.)

— La même année, tremblement à Raguse.

1482. — A Raguse, nouveau tremblement. (V. H.)

1490. — A Candie, tremblement qui s'étendit sur toute l'île, de l'est à l'ouest, et y causa de grands dommages. (Olivier, voy. dans l'*Empire ottoman*, t. II, p. 298.)

1491. — Sur la fin d'octobre. Dans l'Archipel, tremblements si violents à l'île de Cos, que 5,000 personnes périrent sous les ruines. (Tarcagnota, *Hist. del mondo*, t. IV. f. 318.)

1493. — Tremblement dans l'île de Lango, autrefois île de Cos; de gros rochers se fendirent et il se forma une île nouvelle. (C. A.) Double emploi?

1495. — Tremblement en Orient. (*Mémorial de Chron.*, t. II, p. 913.)

XVIe SIÈCLE.

1501. — Tremblement dans l'île de Candie. (G. Doglioni, *Theat. univ.*, II, p. 462.)

1507. — A Constantinople, tremblement violent. (Huot, *Géol.*, I, p. 110.)

— La même année, à Santorin, une île fut engloutie. (V. H.)

1508. — 29 mai. Dans l'Archipel, secousses désastreuses; les îles de Crète, Paros, Naxos, Chio, en souffrirent beaucoup. (V. H.; G. Tarcagnota, *l. c.*, IV, f. 365; M., t. XXIV, p. 595.)

— (Sans date mensuelle.) A Constantinople, secousses pendant quarante jours. (*Mém. de Chron.*, *l. c.*)

1509. — 14 septembre. A Constantinople, secousses désastreuses, qui furent continuelles pendant dix-huit jours selon les uns, et vingt-cinq suivant d'autres. Les désastres furent immenses, 1,700 maisons furent renversées. Toute la partie européenne de l'empire et l'Asie Mineure furent bouleversées. Tschorum, Gallipoli, Demitoka, furent ruinées. (C. A.; L.; J. Naucleri *Chron.*, II, p. 550; Pist. Nidanus, *Rer. Polonic.*, II, p. 308; *Annales mundi*, VII, p. 114; Philippi Bergomat., *l. c.*, f. 406.)

Von Hoff donne la date de 1510 (915 de l'hégire) et ajoute :

— 16 novembre. Tremblement épouvantable à Andrinople, où s'était retiré le sultan.

1514. — A Zante, une forte secousse. (V. H.)

1520. — Tremblement à Raguse. (V. H.)

1542. — Tremblement à Constantinople. (V. H.)

1546. — En Palestine, tremblement qui endommagea Joppe, Sichem et Rama. La mer se retira à plusieurs milles du rivage, et le lit du Jourdain resta deux jours à sec (?). Les eaux de la mer revinrent avec impétuosité. (V. H.)

1556. — 10 mars. A Constantinople, tremblement qui, pendant trois jours, ébranla les maisons et les tours les plus fortes. (F.)

— 10 mai, deux heures avant le point du jour. A Constantinople, tremblement léger. (V. H.) Von Hoff ne parle pas de celui du 10 mars. Y a-t-il erreur de date?

1559. — Tremblement à Cattaro, non loin de Raguse. (Doglioni, *l. c.*, p. 655.)

1563. — 13 juin, vers midi. A Cattaro, tremblement désastreux. Il y eut de grandes ruines dans cette ville et dans d'autres. (S. S., t. III, p. 2201; P. Justiniani, *Hist. Venet.*, p. 310.)

— (Sans date mensuelle.) En Illyrie, tremblement violent. (J. Aug. de Thou, *Hist.*, II, p. 381.) Cet auteur mentionne aussi le précédent. N'ont-ils pas eu lieu simultanément?

1569. — Nuit du 13 au 14 décembre. A Constantinople, secousses violentes, mais courtes et sans ruines. (C. A.)

— (Sans date mensuelle.) Tremblement en divers lieux, principalement à l'île de Chypre. (P. Justiniani, *l. c.* p. 326.)

1570. — Tremblement dans l'Archipel grec. (*Acta Eruditorum*, an. 1688, p. 517.)

1571. — 5 mars. A Constantinople, tremblement dont les effets destructeurs s'étendirent à 4 milles de la ville. (V. H.; Huot, *l. c.*)

1573. — Éruption volcanique à l'ouest de Santorin; une nouvelle île parut, la Petite Kameny. (*Lettres édifiantes*, édit. du *Panthéon littéraire*, t. I, p. 46.)

1577. — Dans l'île de Chypre, secousses tellement considérables que la population fut pendant quelque temps forcée de vivre en rase campagne. (G. Tarcagnota, *l. c.*, t. V, p. 297).

XVIIe SIÈCLE.

1601. — 8 septembre, entre 1 et 2 heures du matin. Tremblement qui ébranla presque toute l'Europe et s'étendit jusqu'en Asie. (C. A.)

Aucune localité de la région que j'étudie n'est signalée.

1612. — Dans l'île de Candie, tremblement qui renversa grand nombre d'édifices et submergea beaucoup de navires. On ressentit des secousses sur plusieurs points de la Méditerranée. (*Mercure français*, adj. à l'an 1612, p. 3; C. A.)

1626. — 30 juillet, midi. Dans la Pouille, tremblement désastreux, qui s'étendit jusqu'à Raguse et à Smyrne. (C. A.)

1630 ou 1631. — Juillet. A la Mecque, tremblement qui renversa plusieurs maisons et la mosquée où Mahomet fut enterré. (Gaultier, *Table chronog.*, p. 869; *Lettres hist. et polit.*, t, XIV, p. 262.)

1633. — 30 juillet. A Constantinople et aux lieux circonvoisins, grand tremblement. (*Mercure français*, an 1633, p. 752.)

1635. — (1045 de l'hégire.) A l'île de Rhodes, tremblement violent. (V. H., d'après Hadschi Chalifa.)

1636. — 30 septembre, de 9 heures du soir à minuit. A Zante, secousses qui causèrent de grands dommages sur une étendue de 12 milles.

Le 1er octobre, au soir, et le 2, nouvelles secousses. (V. H.)

1637. — Éruption volcanique à Santorin. (V. H.)

1639. — Tremblement à Smyrne. (P. T., t. XLVIII, p. 820.)

La même année. — Tremblement à Raguse. (V. H.)

1640. — (1049 de l'hégire.) A Tabris et à Damas, tremblement violent; maisons renversées. (V. H., d'après Hadschi Chalifa.)

1641. — Vers la fin de mai. Tremblement à Constantinople. (V. H.)

1646. — Commencement d'avril. A Constantinople, fort tremblement. La mer se rua si brusquement que 136 navires furent jetés sur la grève. Il s'étendit jusque dans la haute Italie, et causa surtout des désastres à Livourne. (Huot, *l. c.;* V. H.)

1647. — Secousses à Santorin et dans l'Archipel. (*Acta Erudit.*, an 1688, p. 517.)

1649. — Dans l'Archipel, à Santorin, fortes secousses.

1650. — Commencement de mars. A Santorin, deux secousses violentes, qui endommagèrent bon nombre de maisons; des rochers roulèrent dans la mer.

— 14 septembre. Nouvelles secousses accompagnées de très-forts mugissements souterrains. Leur intensité augmenta chaque jour, surtout le 27 et le 29, époque à laquelle commença l'éruption volcanique. Les secousses se succédèrent avec rapidité; la mer était dans une agitation continuelle. Il se forma un nouveau banc de sable : une escadre vénitienne qui passait auprès faillit périr.

Dans le port de Candie, des barques furent brisées. (*Expédit. scientif. en Morée,* part. géol., p. 272-274; l'abbé L... *Hist. de Venise,* t. XI, p. 422; Raspe, *de Novis Insulis,* p. 29 et 47.)

1653. — A Smyrne, tremblement qui coûta la vie à 2 ou 3,000 personnes (Huot, *l. c.;* V. H.)

1654. — 22 mai. Tremblement à Smyrne et dans plusieurs autres lieux de l'Asie Mineure. (V. H.)

1656. — En février, suivant Kéferstein, à la fin de l'année, suivant le *Dresdner gel. Anz.*, 1766, p. 1188. En Syrie, tremblement qui bouleversa Tripoli. (V. H.; Huot, *l. c.*)

1658. — Dans l'île de Céphalonie, tremblement violent; deux localités furent complétement ruinées. (V. H.)

1659. — A Constantinople, fort tremblement, édifices renversés. (Nani, *Hist. di Vinegia,* t. II, p. 493.)

1660. — Octobre. Tremblement à l'île de Rhodes. (V. H.)

1662. — Tremblement dans l'île de Candie. (V. H.; Huot, *l. c.*)

1664. — A Zante, une forte secousse. (V. H.)

1665. — Janvier. Dans l'île de Candie, tremblement qui renversa beaucoup de maisons, et fit périr bon nombre de personnes. (Girolamo Brusoni, *Hist. d'Italia,* p. 791; Brewer, *Historica sive hist. univ.*, t. X, p. 123.)

1666. — 22 septembre. En Syrie, tremblement qui causa de grands dommages à Alep et dans 44 autres lieux. (V. H.; Huot, *l. c.;* Brewer, *l. c.*, p. 141.)

— Novembre. Secousses à Corfou et en Portugal (mêmes sources).

— Dans le même mois. En Assyrie, tremblement qui renversa Mensal et 45 villages. Quatre nouvelles montagnes s'élevèrent. (V. H.)

1666. — La même année ou la suivante. (1077 de l'hégire.) Tremblement dans l'Arsendschan (Arzenjan?), où on en avait ressenti un en 1255. (V. H.)

1667. — 6 avril, 7 heures du matin. A Raguse, tremblement désastreux. La première secousse, la plus terrible, fut instantanée et accompagnée d'un grand vent : direction du mouvement, de l'est à l'ouest. Raguse fut détruite, 5,000 hommes périrent. Venise fut fortement ébranlée. En Dalmatie, en Albanie, les secousses durèrent une semaine entière; mais en s'affaiblissant chaque jour. La mer se retira 4 fois, et on entendit de fortes détonations du côté de l'Adriatique.

La petite île de Mozzo fut entièrement bouleversée : Castel Novo, Budua, Cattaro, éprouvèrent de grands dommages. Ce tremblement fut ressenti jusqu'à Constantinople et à Smyrne. (C. A.; Huot, *l. c.;* C. P., t. XXX, p. 455; Girolamo Brusoni, *l. c.*, p. 847; Nani, *l. c.*, p. 608 et 609; Brewer, *l. c.*, p. 123 et 141; Baglivi, p. 516; V. H.; R. G.)

— Novembre. A Smyrne, tremblement assez violent sur terre et sur mer : il s'étendit jusqu'à Constantinople et à Venise. (C. A.)

1668. — Mai. Sur divers points de l'empire Ottoman, tremblement qui causa de grandes ruines. (V. H.)

— Du 5 juillet au 15 septembre. Secousses nombreuses sur plusieurs points de l'Asie Mineure. Les 18 et 21 juillet, la terre s'entr'ouvrit à Angora. A Castomme, sur la mer Noire, une maison s'écroula; mais les plus grands désastres eurent lieu à Stammas, Maronoy, Sarduel, Césarée, Conia, Lystria, Derben, Barno, Cayette et Nabuzzia, près du Taurus. (V. H., cite Dresdner, *Gel. Anz.*, 1756, n° 12.)

— Fin d'octobre. Tremblement à Raguse et Cattaro. On ressentit aussi des secousses dans l'Asie Mineure. (V. H.)

— Novembre. A Constantinople, tremblement violent. (*Ibidem.*)

1672. — A Santorin, secousse terrible; l'île de Stannichio, de 70 milles de circonférence, fut engloutie avec tous ses habitants. Ténédos et toutes les îles de la Grèce en furent ébranlées. (Huot, *l. c.*)

1673. — Mars ou avril. Dans l'île de Sanchio, fort tremblement. Des édifices disparurent dans la mer. (V. H.)

— 7 mai. Tremblement dans les îles de Candie et de Zante. (*Ibidem.*)

1676. — Fin de mars. Dans quelques îles turques, à l'est de Faenza, tremblement. (C. A.)

1678. — Avril. En Caramanie, violent tremblement. (V. H.)

1681. — Du 10 au 12 janvier. Dans l'île de Candie, secousses pendant trois jours. (*Ibidem.*)

1683. — Sur les frontières de la Perse et de la Turquie, tremblement qui causa des dommages à Erivan. (Ziehen, p. 13.)

1685. — A Smyrne, tremblement senti par le voyageur Dumont, qui dit que la Natolie y est fort sujette. (C. A.)

1687. — 18 décembre. A Smyrne, tremblement léger. (C. A.; *Académie des sciences de Paris*, t. II, p. 37.)

1688. — 5 juin, 4 h. 7 m. du soir. A Naples, tremblement désastreux; au nord il s'étendit jusqu'à Venise et à l'est jusqu'à Smyrne.

— 10 juillet, 11 h. 45 m. du matin. A Smyrne, tremblement qui commença par un mouvement de l'ouest à l'est, et qui dura une demi-minute; le château qui se trouvait sur un isthme fut renversé, et la presqu'île séparée du continent par un canal de 100 pas; les murs qui allaient du couchant au levant sont tombés, ceux qui courraient nord-sud sont restés debout; les trois quarts de la ville, qui est à 10 milles du château, ont été détruits; le feu prit à la plupart des maisons; le terrain de la ville a baissé de deux pieds (?), la terre s'entr'ouvrit en plusieurs endroits, 15,000 ou 20,000 personnes périrent.

Il y eut encore, jusqu'à la nuit, cinq ou six secousses, et on entendit des bruits souterrains. Ces commotions ont été violemment ressenties à bord des vaisseaux.

Le 11 et le 12, nouvelles secousses.

— 11 août, vers 8 heures du matin, nouvelles secousses encore. Pendant tout ce temps l'air fut trouble et fort chaud. On remarqua, dit-on, des sources nouvelles.

— 10 septembre. A Mételin, Chio, Satalin et le long de la côte, tremblement pendant lequel on sentit une violente odeur de soufre à Smyrne.

— Nuit du 10 au 11, tremblement à Constantinople. (C. A.; *Académie des sciences*, t. II, p. 37; Kant, *Géog. phys.*, trad. ital., t. IV, p. 338.)

1690. — 13 janvier. Tremblement à Smyrne. (V. H.)

1694. — Juillet. A l'île de Négrepont, tremblement qui renversa un bastion. On le ressentit en Sicile. (*Lettres hist.*, sept. 1694, p. 253; *Mercure hist. et polit.*, août 1694, p. 124.)

XVIIIe SIÈCLE.

1704. — De novembre à janvier suivant. A l'île de Ste-Maure, secousses qui ont occasionné beaucoup de dommage. (C. A.)

1707. — 18, 21 et 24 mai. A Santorin, premières secousses qui se renouvelèrent ensuite très-fréquemment. Naissance de l'île Nea-Kameny, entre Palaia et Micra-Kameny.

Elle commença à se montrer le 23 au point du jour. Des pêcheurs y abordèrent quelques jours après, mais ayant senti les rochers se mouvoir et tout trembler sous leurs pieds, ils se rembarquèrent. C'était l'île qui continuait à s'élever. Pendant

plusieurs jours on y observa des oscillations remarquables, plusieurs rochers parurent à différentes reprises au-dessus des flots pour disparaître et reparaître ensuite. Pendant ce temps, la mer changea plusieurs fois de couleur autour de cette île qu'on appela l'*île blanche*.

Le 16 juillet suivant, on vit s'élever, pour la première fois, de la fumée, puis une chaîne de rochers noirs, qui surgirent d'un endroit où l'on n'avait pas trouvé fond auparavant, et qui furent appelés l'*île noire*.

Dans la nuit du 19 au 20, la fumée parut mélangée de langues de feu, mais sur l'île noire seulement, laquelle continua rapidement à croître et s'unit, le 9 septembre, à l'île blanche, où l'on n'aperçut jamais ni flamme, ni fumée. Leur ensemble forma la Nea-Kameny, qui plus d'une fois se divisa en plusieurs fragments.

Le 31, la mer bouillonna et lança de la fumée en deux endroits distants l'un de 30, l'autre de 60 pas de l'île noire. La nuit suivante, bruit sourd et éjection de flammes.

Le 1[er] août, même bruit à plusieurs reprises avec fumée qui ne parut plus blanche comme auparavant, mais d'un noir bleuâtre.

Le 7, les bruits ressemblèrent à ceux que produisent d'énormes rochers qui s'écroulent, et diverses parties de l'île étaient dans un mouvement très-sensible à l'œil.

Le 21, le feu et la fumée diminuèrent notablement, pour reprendre de l'intensité pendant la nuit suivante.

Le 22, l'île parut beaucoup plus haute que la veille.

Le 5 septembre, il se forma un nouveau cratère.

Le 9, les deux îles se réunirent.

Le 12, recrudescence de l'éruption.

Le 18, tremblement léger à Santorin et accroissement de l'île nouvelle, qui parut tout en feu jusqu'au 21, où l'ébranlement fut si grand que la moitié de la grande bouche s'écroula. Suivirent quatre jours de calme.

Le 25, les bruits reprirent avec une intensité épouvantable et le mouvement fut si fort à Scaro, dans l'île de Santorin, que les portes des maisons s'ouvrirent.

Ces phénomènes continuèrent avec la même violence pendant les mois d'octobre, de novembre et de décembre.

1708. — Janvier. Phénomènes semblables.

— Nuit du 9 au 10 février. A Santorin, faible secousse.

Le 10, vers 8 heures du matin, tremblement nouveau et assez fort. L'éruption de Nea-Kameny reprit alors une nouvelle activité.

Le 15 avril fut remarquable par la violence du phénomène, qui continua ainsi jusqu'au 23 mai; il commença à décroître, d'abord assez lentement, puis d'une

manière plus rapide. L'éruption se continua ensuite avec des feux et des bruits peu intenses, quoique fréquents, jusqu'en 1710 et même 1711. (*Lettres édifiantes*, *l. c.*, t. I, pp. 45-53; *Expédition scientifique en Morée*, part. géol., pp. 274-277; d'Aubuisson, *Traité de géognosie*, t. I, pp. 424-427; Raspe, *De novis insulis.*)

1710. — A Zante, forte secousse. (V. H.)

1711. — 14 septembre, de 2 à 4 heures du soir. Forte éruption à Nea-Kameny, qui était tranquille depuis le 8 du mois. Le reste de l'année 1711 et l'année 1712 furent calmes; on ne vit que rarement quelques tourbillons de fumée s'élever au-dessus de l'île. (Mêmes sources, *vid. supra.*)

— Sans date mensuelle. Tremblement à Constantinople.

1712. — Phénomène semblable. (V. H.)

1714. — 25 mai. A Constantinople, fort tremblement. (V. H.)

— 3 septembre. Fort tremblement en Morée ; la ville de Patras en souffrit beaucoup. (*Ibid.*)

1717. — 1[er] juillet. A Smyrne, deux petites secousses. (C. A.)

— Sans date mensuelle. Dans l'Asie Mineure, tremblement qui causa de grandes ruines à Césarée. (V. H.)

1719. — 5 et 6 mars. A Constantinople, violentes secousses qui ruinèrent 2 mosquées et firent périr beaucoup de monde.

Dans le même mois, secousses à Smyrne; à Alep, 3 mosquées et 200 maisons furent ruinées. (C. A.; V. H.)

— 25 mai, vers midi. A Constantinople, tremblement très-fort, la première secousse dura trois minutes : on vit une poussière noire s'élever de la ville et du faubourg de Galata, du côte de la mer; une heure après, il y eut une seconde secousse moins forte; elles se renouvelèrent pendant trois jours entiers et se firent sentir en Natolie à la distance de 40 milles de Constantinople, entre Scutari et l'île des Princes et dans la ville de Sevenit, ruinèrent 4 ou 5 villages, où plus de mille personnes durent périr; une petite ville à deux milles de Constantinople fut aussi ruinée, et il y eut environ mille morts ou blessés; les habitants de Constantinople quittèrent la ville, où il y eut de grandes ruines. (C. A.; *Journ. hist.*, septembre 1719, p. 185; P. T., t. XLIX, p. 116.)

— 25 juin. A Smyrne, tremblement violent, mais sans dommage. (C. A.)

1720. — 22 juin. A Constantinople, légère secousse. (C. A.)

1724. — A Constantinople, fort tremblement. (V. H.)

1725. — Tremblement à Constantinople. (V. H.)

1729. — Tremblement à Constantinople. (*Ibid.*)

1736. — Dans les îles de Chypre et de Céphalonie, secousses plus faibles dans cette dernière. Furent-elles simultanées? (V. H.)

1739. — 24 mars. A Smyrne, secousses qui durèrent un mois, mais en s'affaiblissant. Mouvement horizontal du sud au nord, mais avec des zigzags comme ceux des éclairs. Durant ce tremblement, il se forma un banc de sable à l'entrée du port. (P. T., t. XLVI, p. 700; V. H.)

1742. — A Zante, forte secousse. (V. H.)

1743. — A Céphalonie, tremblement très-fort, qui causa des ruines dans le nord de l'île. (*Ibid.*)

1745. — A Corfou, secousse avec dégâts. (*Ibid.*)

1750. — 7 juin. En Morée, tremblement violent, surtout dans l'île de Cérigo; la ville fut abîmée, plus de 2,000 personnes périrent. (J. H., septembre 1750, p. 217; P. T., t. XLVI, p. 734.)

— Sans date mensuelle. Dans la Romanie, tremblement qui a ruiné Philippopoli. La rivière de Maritza a quitté son lit et inondé les villages voisins. (J. H., décembre 1750, p. 466.)

1751. — Commencement de l'année. En Istrie, plusieurs secousses qui ont renversé beaucoup de maisons. (J. H., 1751, mars, p. 225, et avril, p. 308.)

1752. — 26 mai (n. st.), 5 heures du matin. A Constantinople, une forte secousse ressentie aussi à Andrinople. (P. T., t. XLIX, p. 116; G. F., 30 septembre et 6 janvier.)

L'auteur de la note P. T. fait observer qu'il en avait ressenti, en différentes saisons, plusieurs autres ne méritant pas d'être notées.

— Commencement de juin. A Zante, tremblement qui dura deux minutes et causa quelques ruines. (V. H.)

La même année, on ressentit de fortes secousses à Céphalonie; V. H. les regarde comme ayant eu lieu à cette époque.

— 29 juillet (n. st.), 8 heures du soir. A Andrinople, tremblement très-fort; la terre s'entr'ouvrit et il y eut éruption d'eau et de matières sulfureuses; les maisons éprouvèrent de graves dommages. Les secousses ne s'étendirent pas à l'ouest. Mais à Constantinople (même heure), on ressentit trois oscillations horizontales du NO. au SE. A Smyrne, le choc fut léger.

En août et septembre, les secousses furent fréquentes à Andrinople. (P. T., *l. c.;* G. F., *l. c.;* Huot, *l. c.;* J. H., 1753, février, p. 149; Kant, *l. c.*)

— 9 novembre, 5 h. 30 m. du matin. A Constantinople, légère secousse. Il y en eut plusieurs autres encore dans le courant du mois. (P. T., *l. c.;* J. H., *l. c.*)

1754. — 12 juin. En Morée et à Mételin, tremblement très-violent qui s'étendit dans l'Italie centrale et en Sicile. (Huot, *l. c.;* G. F., 30 juillet.)

Von Hoff donne la date du 15, d'après Seyfart.

— Commencement de juillet. A Smyrne, tremblement très-fort. (V. H.)

1754. — 2 septembre, 10 heures du soir. A Constantinople, secousse verticale d'une demi-minute de durée : elle fut plus sensible dans les étages supérieurs qu'au de-chaussée. Elle fut aussi ressentie à Andrinople, mais sans dommage; à Constantinople, les dégâts furent considérables, beaucoup de personnes périrent sous les décombres des maisons renversées. Mais à l'est, dans l'Asie Mineure, les désastres furent immenses, surtout dans le Diarbeckir (ancienne Mésopotamie) et l'Arménie. La ville de Sivas fut ruinée, celle de Nicomédie fut fort endommagée, tandis que Smyrne ne ressentit presque rien. Ce tremblement suivit ainsi un axe d'ébranlement dirigé dans le sens des parallèles.

A minuit, puis le 3, à 10 heures et midi, nouvelles secousses à Constantinople.

Le 4, à 2 et 11 h. 15 m. du soir, deux nouvelles secousses plus fortes.

Le 5, au point du jour et à 9 h. 40 m. du matin, deux secousses encore.

Le 6, à 4 heures du matin, deux nouveaux chocs.

Le 7, pas de mouvement sensible.

Le 8, à 4 h. 30 m. et 10 heures du matin, deux secousses.

Nuit du 9 au 10, à minuit, une secousse.

Le 10, à 4 heures du matin, une secousse.

Le 11, à minuit et demi, une secousse.

Le 12, rien.

Le 13, à 3 heures du matin, une secousse.

D'autres prétendent qu'on a ressenti de légères secousses à diverses heures pendant tout le mois.

6 octobre, 8 h. 45 m. du soir. A Constantinople, plusieurs secousses ondulatoires sans aucun bruit précurseur.

Le 7, à midi, une secousse légère.

— 4 novembre, 10 h. 19 m. du soir. A Constantinople, secousse de courte durée.

Le 19, à 9 h. 45 m. du soir, une secousse assez sensible.

1755. — 20 janvier, midi 34 minutes. A Constantinople, trois secousses vibratoires.

Le 23, à 10 h. 30 m. du matin, une dernière secousse. (P. T., t. XLVIII, p. 819, et t. XLIX, pp. 117-123.)

Toutes ces dates, empruntées aux *Philos. trans.*, sont du vieux style. Aussi la *Gazette de France* signale-t-elle le 14 septembre 1754 comme marqué par des désastres.

Du 26 septembre au 2 octobre, quelques nouvelles secousses.

Le 4 octobre, vers 2 heures du matin, trois secousses précédées de bruits souter-

rains effroyables et plus violentes que celles du 14 septembre. (G. F., 26 octobre, 2, 9, 16, 23, 30 novembre, et 14 décembre 1754.) Comment l'auteur de la lettre citée dans les *Philos. trans.* ne parle-t-il pas de ces dernières, lui témoin, qui se trouvait alors à Constantinople?

1756. — 13 février. A Corfou, forte secousse. (G. F., 27 mars et 3 avril.)

— Septembre. Sur divers points de la Turquie, plusieurs secousses. (G. F., 4 décembre; J. H., 1757, février, p. 151.)

— 20 octobre. En Morée, secousses violentes, notamment dans les golfes de Lépante et de Corinthe. On les a ressenties en Sicile. De nouvelles îles apparurent, dit-on, dans l'Archipel grec.

Le 22, secousses à Naples. (G. F., 24 novembre et 11 décembre; J. H., février, 1757, p. 149; C. A.)

1758. — Mai. L'île de Bondico ou Pondico et deux petites îles voisines, situées dans le golfe de Zeiton, près de Négrepont, ont subitement disparu (C. A.; G. F., 10 juin; J. H., juillet, p. 69.)

— Nuit du 3 au 4 décembre. A Constantinople, secousse assez violente, mais de courte durée : dommages peu considérables. (G. F., 10 février 1759; J. H., mars, p. 223.)

1759. — 10 juin, le matin. A Alep, secousses très-légères. (P. T., t. LI, p. 529.)

— 22 juin, 1 heure du soir. A Salonique, secousse des plus violentes, suivie de deux autres dans l'espace de 3 heures.

Le 23, nouvelles secousses dont une très-vive.

Le 29, 5 h. 45 m. du soir. Deux fortes secousses encore, plusieurs maisons sont tombées. Jusqu'à ce jour, on avait compté 54 secousses. La ville de Philippopoli, dans le voisinage de Salonique, en a beaucoup souffert.

— Juillet, août et septembre. Continuation des secousses. (C. A.)

— 30 octobre vers 4 heures du matin. A Alep, Damas, Tripoli, et le long des côtes de Syrie, secousses désastreuses, qui se continuèrent sans interruption, notamment à Damas.

— 25 novembre, 7 h. 30 m. du soir. Tremblement violent sur les côtes de Syrie. La première secousse dura 2 minutes et fut suivie d'une plus faible huit minutes après.

Ces diverses secousses ont causé de grands dommages dans les villes de Damas, Alep, Tripoli, Latakie, Antioche et S[t]-Jean-d'Acre. Dans la vallée de Baalbek, 20,000 personnes ont péri.

Le 26, 4 h. 30 m. du matin. A Alep, une secousse aussi forte que la première; à 9 heures, légère secousse ondulatoire; jusqu'au 27, cinq secousses encore.

Le 28, au matin, une secousse très-forte, et à 2 heures du soir, phénomène semblable.

1759. — Décembre, nouvelles secousses encore.

1760. — Janvier. Quelques secousses encore, en Syrie. (P. T., t. I, p. 529-534, C. A., t. XII, p. 97; *Acad. des sc. de Paris*, an. 1760, p. 23; G. F., 1er et 8 mars 1760; Bertholon, *Électricité des météo.*, t. I, p. 289.)

— 26 mai. A Mezzo (république de Raguse), tremblement qui a duré quatre minutes (G. F., 28 juin, J. H., août, p. 151.)

— 13 août, vers 7 heures du soir. A Constantinople, une secousse fort légère.

A la même heure, secousse semblable à Vienne.

Le 14, à Salonique, première secousse.

Le 15, 1 h. 56 m. du matin, deuxième secousse, suivie d'une gerbe de feu qui, se mouvant horizontalement de l'est à l'ouest, parcourut en deux secondes, un espace considérable. Aussi brillant que la lune en son plein, ce météore disparut en lançant des flammes.

Le 17, 9 heures du soir, troisième secousse suivie d'un vent impétueux, de pluies abondantes et de tonnerres affreux au-dessus de la ville.

Le 21, 11 h. 30 m. du matin, une dernière secousse. Toutes quatre ont agi dans le sens vertical. (G. F., 6 déc. d'après une lettre de Salonique du 29 août; J. H., janv. 1761, p. 75.)

1762. — 13 juin. A Andrinople, forte secousse. (G. F., 9 août.)

— 2 novembre, entre 11 heures et midi. Aux Dardanelles, deux secousses assez violentes. Le 7, à 1 heure de nuit, ouragan terrible qui a renversé beaucoup de maisons. (G. F., 14 janv.; J. E., 15 janv. 1763.)

1763. — 13 janvier, 11 heures du soir. A Smyrne, violente secousse. (G. F., 18 mars.)

— 3 octobre, vers 6 heures du matin. A Constantinople, secousse assez vive. (G. F., 28 nov., J. E., 15 nov.)

— 23 décembre, vers 7 heures du soir. A Constantinople, secousse assez forte. (G. F., 13 fév.; J. E., 15 fév. 1764.)

1764 — 14 février, 7 h. 4 m. du soir. A Tripoli (Syrie), une secousse assez violente et de 6 secondes de durée. Quelque temps auparavant, on en avait ressenti une à Alep. (G. F., et J. E., 1er juin.)

1765 — 29 juin. A Trieste, trois secousses. (G. F., 9 août.)

1766. — 22 avril, demi-heure après le coucher du soleil. A Constantinople, tremblement des plus désastreux, ruines immenses évaluées à 11 millions de piastres. Bouyouk, Koultschouk, Tschekmedji, Bourgas, Tschorli et Karischdäran souffrirent aussi beaucoup. (De Hammer, *Hist. de l'Emp. ottoman*, trad. par Hellert, t. XVI, p. 143-145.)

Il y a sans doute erreur de date, et ce fait a été confondu avec le suivant.

1766. — 22 mai, vers 5 h. 30 m. du matin. A Constantinople, bruit souterrain du sud au nord, suivi immédiatement de secousses violentes dans la même direction que le bruit; elles durèrent deux minutes sans interruption. La ville fut abîmée; la mer fut extraordinairement agitée.

Les secousses se renouvelèrent souvent dans la journée; les bruits furent presque continuels surtout du côté de la mer.

— De ce jour au 16 juin, les secousses furent quotidiennes [1]; elles furent encore fréquentes jusqu'à la fin du mois.

— Le 1er juillet, une secousse.

Le 5, le 14 et la nuit du 14 au 15, trois secousses nouvelles, la première avec bruit souterrain et quelques ruines; la dernière, plus violente encore, fut accompagnée d'un très-fort mugissement. (G. F., 4, 25 juillet, 22 août; J. E., 15 juillet, 1er août; J. H., août, p. 149-151 et oct. p. 309.)

— 24 juillet. A Céphalonie, une violente secousse qui dura 3 minutes et fut suivie de trois autres dans le même jour. La terre a ensuite tremblé de temps en temps pendant 50 jours. (J. E., 1er septembre; G. F., 19 décembre.)

— 5 août, midi et demi. A Constantinople, une violente secousse qui a duré 40 secondes et causé de nouvelles ruines. Ce fut la plus violente après celle du 22 mai. A 8 h. 30 m. et 10 heures du soir, deux autres secousses assez vives.

La première a été très-violente à Andrinople, où elle a renversé des maisons, ainsi qu'à Cora, Gallipoli, Sélivrée, Salonique, Rodosto, Smyrne, Aidin, Énos et Ténédos. Brousse, en Bythinie, a aussi éprouvé quelque dommage.

Du 5 au 16, secousses chaque jour à Constantinople; puis quelques-unes encore jusqu'au 23.

— 5 septembre, 5 h. 30 m. du matin, nouvelle secousse assez forte, suivie de plusieurs autres légères, jusqu'au 24, époque où le phénomène a paru cesser. Toutes ces secousses, peu sensibles à Smyrne, se sont étendues jusqu'à Vienne, en Autriche. (G. F., 12, 15, 19 septembre, 10, 24 octobre et 17 novembre; J. E., 15 septembre, 1er et 15 octobre; J. H., *l. c.;* M. F., octobre 1766 et janvier 1767.)

— 24 octobre, 7 heures du matin. A Constantinople, une secousse de 20 secondes.

9 novembre, 5 heures du matin. Une nouvelle secousse assez vive. 23 novembre, 6 heures du matin, nouvelle secousse suivie d'autres jusqu'au 1er décembre. (G. F., 12 et 29 décembre 1766, 16 janvier 1767; J. E., 15 janvier; M. F., février.)

[1] Celles du 10 et du 14 furent très-vives.

1767. — 12 janvier. A Constantinople, une secousse assez forte; elle a renversé la flèche d'un minaret qu'on achevait de réparer. (G. F., 27 février; J. E., 1er mars.)

— 30 janvier, 5 h. 30 m. du soir. A Constantinople, forte secousse horizontale. (J. E., 15 mars; G. F., 20 mars.)

— 8 février, 8 heures du matin. A Constantinople, une secousse aussi vive et aussi longue que celle du 30 janvier. Jusqu'au 16, on ressentit encore quelques légères secousses. (G. F., 27 mars; J. E., 1er avril.)

— 26 mars, 4 h. 30 m. du matin, deux nouvelles secousses.

Le 30, peu après minuit, secousse aussi violente que la première. (G. F., 11 mai.)

— Fin juillet. Dans l'île de Céphalonie, violentes secousses qui ont fort endommagé Ste-Maure. (J. E., 15 septembre.)

— 11 septembre, 1 h. 30 m. et 3 heures du matin. A Constantinople, deux secousses peu considérables. (G. F., 26 octobre; J. E., 1er novembre.)

— 13 novembre. A Constantinople, secousse médiocre. (G. F., 28 décembre.)

1768. — 5 octobre. A Constantinople, tremblement sans dommage.

Le 12, tremblement léger. (Renaudot, *Annales périodiques.*)

1769. — 20 février, 8 h. 30 m. du matin. A Constantinople, violente secousse. (G. F., 21 avril; J. E., 15 avril.)

— 1er mai, 2 heures du soir. A Bagdad, ouragan terrible, accompagné de secousses souterraines : 2,000 maisons (suivant d'autres 4,000) furent renversées. (J. H., *Déc.*, p. 474; G. F., 3 novembre; Richard, *Hist. des météores*, t. VIII, p. 504.)

— Vers la fin de l'année (?). A l'île Ste-Maure, tremblement qui renversa plus de 700 maisons. (J. E., 5 février 1770.)

1770. — 14 août. A Constantinople, deux secousses du nord au sud. (G. F., 8 octobre.) Renaudot *(l. c.)* donne la direction contraire.

1771. — 8 août. A Smyrne, violente secousse. (J. E., 15 octobre.)

1772. — 30 avril, 11 heures du matin. A Constantinople, deux secousses, la première légère, la deuxième plus forte. (J. E., 15 juin.)

1773. — 1er avril, 7 heures du matin. A Raguse, secousse considérable accompagnée d'un bruit souterrain; à 10 heures du soir, une deuxième secousse moins forte. (G. F., 18 juin; J. H., août, p. 147.)

— 12 mai, 6 heures du matin. A Raguse, secousse violente. (G. F., 16 juillet; J. H., *l. c.*)

— A peu près à la même époque (?), le tiers de Corfou fut détruit par un tremblement de terre. (G. F., 2 juillet, sous la rubrique d'Italie, 25 mai; M. F., juillet.)

1776. — 22 avril, 5 h. 36 m. du matin. A Fiume et à Trieste, une violente

secousse plus forte à Bukkari, où les murs du magasin à sel s'entr'ouvrirent. (G. F., 14 juin.)

1776. 10 juillet, 5 h. 45 m. du soir. A Trieste, trois secousses de l'ouest à l'est; la première, qui dura une demi-minute, fut un peu vive; la seconde légère et la troisième un peu plus forte.

On les sentit à Loubiana (Laybach?), Udine, Venise et Padoue.

Dans le Frioul, beaucoup de maisons furent renversées. (G. F., 19 août.)

Von Hoff donne la date du 10 juin.

1778. — 5 mai, 5 h. 10 m. du matin. A Alep, une secousse. (G. F., 10 août et 11 septembre.)

— 16 juin. A Smyrne, tremblement très-violent; beaucoup d'édifices ont été renversés. De ce jour jusqu'au 2 juillet, plusieurs secousses chaque jour.

Dans la nuit du 2 au 3, violente secousse qui causa de nouvelles ruines.

— Le 19 juillet, à 6 heures du soir, le 21, à 10 heures du matin, le 22, à 8 heures du matin, et le 23, entre 11 heures et minuit, nouvelles secousses suivies de la peste. (G. F., 14 septembre.)

— 15 août. Tremblement à Constantinople. (V. H.)

— 1er octobre. Tremblement à Smyrne. (V. H.)

— 18 novembre, 11 heures du matin. A Trieste, légère secousse (G. F., 22 déc.)

1779. — Nuit du 9 au 10 février. A la Canée (Candie), deux secousses de l'est à l'ouest, ressenties aussi en rade; durée, 11 secondes (G. F., 15 octobre.)

— 16 avril. Tremblement à Constantinople. (V. H.)

— 1er juillet. A Smyrne, une nouvelle secousse. (G. F., 24 septembre.)

Kant dit que cette année, cette ville a été détruite par un tremblement de terre. (*Géog. phys.*, *trad. italienne*, Milan, 1809, t. IV, p. 340.)

Ne fait-il pas erreur de date?

— 18 novembre. Tremblement à Trieste. (V. H.)

1780. — Février. Tremblement désastreux à Tabriz ou Tauris en Perse. (V. H.)

— 21 septembre, 2 h. 15 m. du soir. A Raguse, trois secousses violentes qui endommagèrent des maisons : les deux premières se succédèrent presque sans interruption et durèrent 60 secondes. Direction de l'est à l'ouest. (G. F., 1er décembre.)

1781. — 27 janvier. A Erzéroum (Arménie), tremblement qui fit souffrir la ville. (V. H.; Huot, *l. c.*)

1783. — 26 mars. Secousses dans les îles de Ste-Maure, Zante et Céphalonie. (V. H.) Le même jour, à Venise et à Padoue. (*Ibid.*)

— 1er juin. A Constantinople, une secousse. (G. F., 15 juillet.)

— 20 juillet. A Tripoli (Syrie), tremblement à deux reprises dans l'espace de 8 à 10 secondes; il avait été précédé par un bruit souterrain semblable au mugissement

des flots dans le lointain. La veille, il avait plu, ce qui est extraordinaire dans cette saison. Un village a été écrasé par un rocher près de Napoulouse. Une partie de la chaîne du Liban a été ébranlée. (G. F., 3 octobre; V. H.)

1783 — 14 décembre. A Alep, une secousse légère (V. H.)

1784. — 19 juillet. A Erzéroum, tremblement désastreux. La ville d'Esinghian, à 15 lieues d'Erzéroum a été engloutie. Soliman Pacha, qui y arrivait, a péri avec sa suite, dont onze personnes seulement se sont sauvées. (M. F., 25 sept.; J. E., 15 nov.) Von Hoff donne la date du 23.

— Commencement de septembre. A Céphalonie, plusieurs secousses qui ont causé quelques dégâts. A Ste-Maure et à Argos, elles ont été moins fortes; il n'y a pas eu de dommages. (V. H.)

1785. — Fin de février. A Patras, tremblement avec ruines; on l'a ressenti à Zante. (V. H.)

— 20 avril. Secousses à Fiume. (V. H.)

— 26 avril, 5 et 9 heures du soir. A Smyrne, deux secousses. (V. H.)

— 29 août. A Smyrne, une légère secousse. (V. H.)

1786. — 30 janvier, 8 heures du soir. A Smyrne, tremblement léger. (V. H.)

1787. — Nuit du 20 au 21 décembre. A l'île de Zante, une secousse ondulatoire venant du couchant. (G. F., 11 mars 1788.)

1788. — 20 janvier. A Zante, fort tremblement. (V. H.)

1790. — 6 avril. Tremblement qui ébranla toute la partie inférieure du bassin du Danube. Il s'étendit jusqu'à Constantinople. (Pour les secousses, voir mon *Mém. sur les trembl. de terre dans le bassin du Danube.*)

— Nuit du 3 au 4 juillet. A Constantinople, deux secousses. (V. H.)

1791. — 2 décembre. A Zante, premières secousses qui renversèrent plusieurs maisons; elles se renouvelèrent fréquemment jusqu'au 18; la plus forte eut lieu dans le canal entre l'île et la Morée. Elles furent accompagnées de tonnerre, d'éclairs et de pluies. (V. H.)

1794. — 14 mars. A Casan, tremblement qui ruina la ville. (*Mém. de chronol.*, t. II, p. 932.)

— 16 juin (28 prairial), 11 heures et quelques minutes du matin. A Buyuk-Déré (sur le Bosphore), légère secousse : le temps était parfaitement calme, l'air un peu embrumé et la chaleur assez forte. (Olivier, *Voy. dans l'Empire ottoman*, t. I, p. 129.)

— 28 octobre (7 brumaire an III), 5 heures du matin. A la Canée (Candie), secousses médiocres qui ont duré quelques secondes; il faisait calme dans cet instant, mais bientôt après, le vent d'ouest a soufflé avec violence pendant plusieurs jours. Les tremblements n'y sont pas rares. (Olivier, *l. c.*, t. II, p. 298.)

1795. — 29 avril, entre 5 et 6 heures du matin. A Constantinople, secousses légères. (M. U., 1er juillet.)

— Décembre, 2 h. 10 m. du soir. A Alep, deux secousses; la première fut moins forte que la seconde et celle-ci succéda rapidement à l'autre; la direction parut être du nord au sud. Maisons lézardées. (Olivier, *l. c.*, t. VI, p. 360.)

1796. — 26 avril, 9 heures et quelques minutes du matin. A Latakie, tremblement désastreux. La mer était parfaitement calme, il n'y avait pas dans l'air le moindre vent, la moindre agitation; le ciel était un peu embrumé et le soleil se montrait pâle; on eût dit que cet astre et tous les éléments étaient attentifs ou allaient prendre part à la scène effroyable qui devait avoir lieu. Elle fut précédée d'un bruit souterrain, assez fort pour empêcher d'entendre celui de la chute des maisons, ou pour mieux dire, ces deux bruits eurent lieu presque au même instant; ils se confondirent et ne donnèrent à personne le temps de se sauver. La chute des maisons fut si prompte que ceux même qui habitaient le rez-de-chaussée ne purent arriver jusqu'au seuil de la porte. La douane du tabac, située vers le port, édifice très-considérable et très-solidement bâti, s'écroula tout entier et si subitement que personne ne s'en sauva; l'aga, ses officiers et quatre cents ouvriers y perdirent la vie.

La première secousse, qui fut la plus terrible et qui fut celle qui renversa les maisons, souleva le sol de plusieurs toises; les autres furent horizontales et parurent se diriger de la terre à la mer ou de l'est à l'ouest; elles durèrent près d'une minute en diminuant de force depuis la première jusqu'à la dernière.

Le tiers des maisons fut renversé; les autres furent plus ou moins endommagées; 1500 personnes périrent. Deux mois après, on ressentait encore de légères oscillations; on entendait des bruits souterrains. Quelques habitants ne rentrèrent en ville que trois mois après la catastrophe. (Olivier, *l. c.*, t. VI, p. 358-360.)

1800. — 26 septembre. A Constantinople, plusieurs secousses. (*Mémor. de chronol., l., c.*)

XIXe SIÈCLE.

1802. — 4 janvier. A Trieste, temps épouvantable le 3 au soir; la pluie, la neige, la grêle se succédèrent jusqu'à minuit; vers 2 heures du matin, le 4, le tonnerre gronda d'une manière effroyable, puis eut lieu un affreux débordement de la mer qui inonda la ville; enfin à 7 heures l'orage se termina par une secousse si violente de tremblement de terre, qu'on ne se rappelait pas d'en avoir essuyé de semblable. Dans le duché de Kraïn (Carinthie), particulièrement à Fiume et à Bukkari, on éprouva des secousses violentes qui se succédaient sans interruption

et pendant lesquelles des masses d'eau s'élevaient sur le rivage. Chaque secousse a duré plus d'une minute sur les bords de la mer. La direction était du nord au sud. Des collines ont disparu et d'autres se sont élevées. Ce tremblement de terre s'est fait sentir aussi dans le Bannat et en Turquie. (M. U., 7, 10, 16, 25 pluviôse et 5 ventôse an X.)

1802. — 26 octobre, midi. A Constantinople, tremblement qui a détruit une partie de la ville. Les secousses continuelles, pendant plus de 20 minutes, se sont étendues dans la Romélie, la Valachie et jusqu'à St-Pétersbourg et Moscou. Au sud, ce tremblement a été ressenti dans l'île d'Ithaque. Je renverrai pour les détails à mon *Mémoire sur les tremblements de terre dans le bassin du Danube.*

— 26 novembre, 1 heure du matin. A Constantinople, Galata et Péra, secousse pendant deux minutes; plusieurs maisons ont été endommagées. (V. H.)

1803. — 15 août, entre minuit et 1 heure du matin. Tremblement à Constantinople.

Le 19, nouvelles secousses. Le mouvement paraissait dirigé du nord au sud. (M. U., 16 vendémiaire; J. D., 17 vendémiaire an XII.)

1804. — Nuit du 7 au 8 juin, après minuit. A Ste-Maure, à Zante, en Morée, à Patras, deux secousses très-fortes. A 3 heures du matin, une troisième secousse a renversé beaucoup de maisons en Morée, notamment à Patras. Elles y ont été communes cette année. Il y en avait eu une pareille treize ans auparavant. (J. D., 10 thermidor; M. U., 11 thermidor an XII.)

1805. — 3 juillet, au lever du soleil. A la Canée (Candie), quatre fortes secousses en 8 minutes. (M. U., 18 fructidor an XIII.) Von Hoff ajoute qu'on les ressentit en Sicile.

— Commencement de novembre. A Constantinople, tremblement et épidémie. (M. U., 18 février 1806.)

— (Sans date mensuelle.) Tremblement en Morée. (V. H.)

1807. — Février. Tremblement à Janina (Épire). C'est peut-être, dit M. Pouqueville, l'endroit de l'Europe où les tremblements de terre sont le plus fréquents. M. Pouqueville, qui a habité longtemps le pays, assure que les secousses ne s'étendent qu'à 20 lieues de la mer, qu'elles s'arrêtent au pied du Pinde, en sorte qu'on ne les ressent jamais dans le Polyanos, ni à Calaritès, ni à Syraco, ni dans les hautes régions où les fleuves prennent naissance.

Je donnerai plus loin le tableau des jours où la terre a tremblé en Épire, tel qu'il se trouve dans les *Annales de chimie et de physique*, t. XLII, p. 408, où M. Arago l'a inséré d'après le Journal manuscrit de M. Pouqueville; et dans la suite de ce catalogue, j'indiquerai à leur date, les phénomènes mentionnés par ce savant observateur.

1807. — Mars. A Janina, quatre jours ont été marqués par des secousses.

— Avril. Cinq jours.

— Mai. Quatre jours.

— Août. Un jour.

— Septembre. Deux jours : somme, 17 jours dans l'année.

1808. — Février. A Janina, un jour de secousse.

— Décembre. Un jour encore.

1809. — Janvier. A Janina, un jour de tremblement. (Note de M. Pouqueville, *l. c.*)

— 3, 4 et 5 mai. A Corfou, plusieurs secousses; maisons endommagées. (M. U., 25 mai et 19 juin; J. D., 18 juin.)

— Mai. A Janina, il y a eu trois jours marqués par des secousses : ont-ils été les mêmes qu'à Corfou?

— Août. A Janina, un jour de tremblement. (Pouqueville.)

1810. — 16 février, 10 h. 15 m. du soir. A Trieste, secousse assez forte.

La même nuit, secousses dans le royaume de Naples. Le Vésuve paraissait tranquille, mais l'Etna produisit un bruit très-fort, suivi de quatre tremblements de terre, dont l'un fut ressenti à Malte, en Afrique et même dans l'île de Chypre. (C. P., t. XXI, p. 401; J. D., 28 février, 6 et 14 mars; M. U., 2 mars.)

A peu près à la même époque, la ville de Candie fut ruinée par un tremblement de terre et 2,000 personnes périrent. (Huot, *l. c.;* J. D., 19 mai, sous la rubrique de Candie, 26 mars.)

— Avril. Tremblement à Janina.

— Septembre. A Janina, deuxième et dernier tremblement de l'année.

— 29 novembre, 11 heures du matin. En mer, au sud du cap Matapan, secousse violente qui dura une minute et demie. (Férussac, *Bull. des sc. nat.*, t. VIII, septembre 1827, p. 51.)

1811. — Mars. Tremblement à Janina.

— 19, 21 et 24 mai. A Constantinople, quelques secousses avec bruit souterrain. Mouvement du sud au nord. (M. U., 7 juillet; J. D., 8 juillet.)

— Août et septembre. A Janina, un tremblement dans chacun de ces deux mois. (Pouqueville.)

1812. — Janvier et mars. Phénomène semblable. *(Ibidem.)*

1813. — Avril. A Janina, deux jours de tremblement.

— Mai. Un jour.

— Juillet. Neuf jours.

— Août. Quatre jours.

— Septembre. Trois jours.

1813. — Octobre. Un jour.

— Décembre. Un jour; somme, 21 jours dans l'année. (Pouqueville, dans C. P., t. XLV, p. 408.)

Dans la relation de son voyage en Grèce, M. Pouqueville n'a pas reproduit le tableau qu'il avait communiqué à M. Arago et auquel j'ai emprunté les citations précédentes, mais j'y trouve le fait suivant, t. I, p. 431 :

— Décembre. Sorachovitzas (Épire) fut presque entièrement renversé par un tremblement de terre, accompagné d'un orage mêlé de tonnerre et d'éclairs, qui s'étendit à la même heure d'orient en occident, depuis Janina jusqu'à Corfou [1].

1814. — Nuit du 26 janvier. Une petite île de l'Archipel, appelée par les Turcs, *île de Salomon*, a disparu. La nuit était calme et le vent soufflait à peine. (M. U., 28 mai.)

— Juin. Tremblement à Janina.

— Novembre. A Janina, trois jours de secousses.

1815. — Janvier. Tremblement à Janina.

— Juin. Nouveau tremblement.

— Septembre. Phénomène semblable.

— Octobre. Encore un jour de tremblement.

— Novembre. Deux jours dans ce mois.

— Décembre. Un seul jour. Total, 7 jours dans l'année. Ici se terminent les citations empruntées au tableau de M. Pouqueville.

Dans mon résumé, je reproduirai ce tableau et quelques renseignements que M. Pouqueville a publiés dans son ouvrage, sur les manifestations du phénomène dans ces contrées.

1817. — 23 août, vers 8 heures du matin. En Morée, secousses annoncées par une détonation et des bruits souterrains; la ville de Vostitza fut détruite en 17 minutes, au milieu du conflit des vents opposés; les eaux de la mer s'échauffèrent à un tel degré dans le voisinage, que des pêcheurs se brulèrent en y plongeant les mains. Les secousses continuèrent pendant huit jours [2]. (J. D., 21 nov. 1817 et 10 janv. 1818; *Mémor. de chron., l. c.;* Poucqueville, *Voyage* cité, t. III, p. 559.)

[1] Dans ce pays, ajoute l'auteur, j'ai presque toujours ressenti des tremblements de terre (même en couchant en plein air), qui étaient précédés, comme dans la vallée de Janina, d'un sifflement dans l'air et d'un bruit sourd pareil à la détonation de plusieurs mortiers à bombes. Les paysans m'avaient assuré qu'il ne se passait guère de semaine et très-peu de jours dans certaines saisons, sans ressentir des commotions ..... Je pense donc qu'on pourrait conclure de ce phénomène répété qu'il existe un volcan dans le mont Chaumousi, où l'on trouve des mines de soufre sans y découvrir cependant ni laves, ni pierres ponces ..... *Et en note :* Ali pacha m'a assuré qu'on a vu plusieurs fois sortir de la fumée de cette montagne, ainsi que de celles qui entourent Conitza. (*Ibid.*)

[2] La secousse fut très-peu sensible à Corinthe, mais elle eut un caractère d'intensité remarquable à Patras et jusque dans l'Élide.

1817. — 31 octobre. A Smyrne, assez forte secousse qui a duré plusieurs secondes et qui, un peu plus tard, a été suivie de quelques autres secousses. (J. D. et M. U., 28 déc.)

1818. — Des lettres de Bucharest, sous la date du 17 mars, annonçent qu'un tremblement de terre a détruit la grande et florissante ville de Philippopoli (70,000 âmes) en Romanie. On assure qu'elle a été engloutie tout entière dans les abimes souterrains et qu'on en chercherait en vain la trace. Mais on n'indique pas la date positive de cet événement désastreux. (J. D., 11 juin.)

Je n'ai pas pu trouver d'autres renseignements; mais il y a exagération évidente dans ce récit qui, néanmoins, doit se fonder sur une manifestation plus ou moins vive du phénomène.

— 8 août. Dans l'île de Candie, forte secousse. (C. P., t. XXXIII, p. 403; M. U., 27 octobre.)

1819. — Derniers jours de février. En Syrie, fortes secousses. (C. P., t. XII, p. 426.)

— 3 août. A Constantinople, forte secousse. (C. P., t. XXXIII, p. 404.)

— 4 septembre, 9 heures du soir. — A Corfou, deux violentes secousses dirigées vers le nord; toutes les cloches de la ville sonnèrent par l'effet des oscillations. (C. P., t. XII, p. 426.)

1820. — 21 février. A Ste-Maure, le sol a été dans des oscillations continuelles depuis le 15 février jusqu'à la fin d'avril; néanmoins, le tremblement de terre du 21 février a été le plus fort.

Dès le matin, on entendit un bruit sourd qui fut suivi d'un violent orage; à ces deux phénomènes succéda une secousse si violente qu'une partie de la forteresse, les églises et presque toutes les maisons en pierres s'écroulèrent. La place située au milieu de la ville s'affaissa. On a annoncé la naissance d'une île nouvelle dans le voisinage. (C. P., t. XV, p. 422.)

— Mars. A l'île de Chio, une secousse s'est manifestée au milieu d'une grande tempête et a occasionné beaucoup de dommages. (C. P., t. XV, p. 422.)

— 29 août. Entre la Sicile et la Morée, par 36° 12′ lat., une secousse en mer. (Férussac, *Bull. des sc. nat.*, t. XVII, p. 43.)

— 22 décembre. Dans le Péloponèse, une secousse. (V. H.)

— 29 décembre, vers 5 heures du matin. En Morée et dans les iles Ioniennes, tremblement qui a renversé une partie de la ville de Zante.

Avant le tremblement, le ciel avait été, pendant plusieurs jours, très-orageux.

Le 29, à 4 h. 10 m. du matin, il y eut un coup de vent d'une violence extraordinaire, mais (et ceci surprit beaucoup les habitants de l'île) il se calma tout à coup. Quelque temps après, le tremblement de terre eut lieu. M. le comte de Mercati, qui l'a observé avec beaucoup d'attention, dit qu'il y eut trois secousses; la pre-

mière parut verticale, la deuxième produisit un mouvement d'ondulation, la troisième, qui fut la plus violente, se manifesta par un *mouvement de rotation*. Les secousses avaient été précédées d'un horrible mugissement souterrain. A la suite du tremblement de terre, les nuages dont le ciel était chargé, se groupèrent en grandes masses et fondirent bientôt en torrents de pluie et en une grêle si extraordinaire, qu'on a trouvé des grêlons pesant jusqu'à 10 onces.

La nuit du 30, un nouvel ouragan, accompagné d'une pluie telle que personne n'en avait jamais vu de pareille, vint encore assaillir cette malheureuse île.

A la suite du tremblement de terre, le vent est resté fixé au sud-est pendant 25 jours consécutifs. Trois ou quatre minutes avant la première secousse, on avait aperçu en mer, à quelque distance de la pointe de Gérace, un météore enflammé fort large, qui brilla pendant 5 à 6 minutes. Le 30, un météore lumineux, après avoir décrit au-dessus de la ville une vaste parabole, tomba dans la mer. (C. P., t. XVIII, p. 413; M. U., 15 février 1821; Garnier, *Météor.*, p. 128.)

1821. — 6 janvier, 6 h. 45 m. du soir. A Zante, secousses qui ont produit de graves dommages dans la plupart des villages qui entourent la ville; ces tremblements et ceux du mois de décembre ont détruit presque complétement la ville de Zala (Morée); un grand nombre de personnes ont péri sous les décombres. (C. P., *l. c.;* Garnier, *l. c.;* M. U., 9 avril.)

Le 9 janvier, élévation subite des eaux dans le golfe de Corinthe; il y a eu des dégâts sur le littoral. (V. H.)

— 26 décembre, après minuit. Sur la côte de l'Adriatique, deux fortes secousses. (C. P., t. XXXIII, p. 405.) Ces secousses ont-elles ébranlé la côte orientale ou la côte occidentale?

1822. — 20 mars (ou, suivant les uns le 21, suivant d'autres le 12 mars). Commencement de détonations remarquables entendues dans l'île de Méléda, non loin de Raguse, sur lesquelles Partsch a écrit un mémoire dont on trouve l'analyse dans le *Bull. des. sc. nat. de Férussac*, t. IV, p. 153 et suivantes, et *Bull. des sc. mathématiques*, t. VIII, septembre 1827, p. 191.

Elles ne paraissent pas avoir été accompagnées de tremblement de terre proprement dit. On les entendit aux époques suivantes :

Mars, avril, mai, juin, juillet et août 1822.
Mars, avril, juillet, août, septembre, octobre et novembre 1823.
Janvier, mars, avril, mai, août, septembre, octobre, novembre et décembre 1824.
Janvier et février 1825.

1822 — 10 août. A Alep, premières secousses.

Le 13, 8 heures du soir, tremblement qui a détruit une partie de la ville et ense-

veli sous les décombres plusieurs milliers d'habitants. Il fut accompagné d'un bruit souterrain qui doubla de force à 8 heures et demie, et ce fut alors qu'eurent lieu les plus grands désastres. Les secousses se répétèrent de quart d'heure en quart d'heure jusqu'au 14, midi.

Le 15 et le 16, nouvelles secousses. Antioche, Latakiéh, Djesr et plusieurs autres villes, dans un rayon de 30 lieues, furent cruellement endommagées.

Le 15, entre Alexandrie et Chypre, par 28°35′ long. E. et 34°28′ lat. N. il s'éleva un rocher, ou au moins il fut remarqué ce jour-là.

Les secousses furent quotidiennes pendant plus d'un mois.

1822. — 5 septembre. A Alep, de nouvelles secousses ont renversé ce qui avait résisté aux premières. On dit qu'il a péri plus de 20 mille habitants. Ces secousses ont été ressenties encore dans plusieurs autres villes, à Damas et dans l'île de Chypre. (C. P., t. XXI, p. 393, et t. XXX, p. 435; M. U., 5 oct., 15 nov. 1822 et 1er janv. 1823; J. D., 2, 4 oct., 25 nov. et 31 déc.; Garnier, *l. c.;* Huot, *l. c.;* Férussac, *Bull. des sc. nat.*, t. V, p. 47, et t. XVII, p. 43.) On cite encore Vernier, *Journal des voyages*, t. XVI, p. 6 et 395, et t. XXIV, p. 224.

— 29 septembre. A Alep, plusieurs secousses encore.

Le 30, 1 heure de la nuit, nouvelles secousses. (C. P., t. XXXIII, p. 406; Garnier, *l. c.;* J. D., 16 déc., M. U., 17 déc.)

— Première moitié de novembre. A Alep, on ressentit presque journellement de fortes secousses. La nuit du 12, il y en eut une très-violente. (C. P., t. XXI, p. 393; M. U., 16 fév. 1823; Garnier, *l. c.*)

1823. — Des lettres des 7, 10 et 13 janvier annoncent que les secousses ont recommencé à Alep d'une manière terrible. (J. D., 2 avril.)

— 19 mai. A Alep; les secousses continuent. Elles ont été très-violentes le 19 mai.

Le 26, plusieurs secousses encore.

— Au 30 juin. Les secousses avaient lieu presque chaque jour du côté d'Antioche, mais elles étaient moins fréquentes alors à Alep.

Il a plu toute la dernière semaine de mai et tout le mois de juin. Dans ce pays, les pluies sont rares de mars à octobre. (J. D., 16 juillet et 1er oct.; M. U., 17 juillet, 5 sept. et 3 oct.; C. P., t. XXXIII, p. 406.).

— 19 juin. A Souli (Turquie), le reste des fortifications a été détruit par un tremblement de terre. (*Constitutionnel*, 29 juillet.)

— 7 août. A Raguse, tremblement qui ne s'étendit pas à plus de quinze milles aux environs. On ne ressentit rien, ni dans l'intérieur des terres, ni dans les îles voisines, même à Lagosta, ni sur la côte italique. Au Vieux-Raguse et Canali, la secousse fut très-faible. Pendant ce tremblement, on n'entendit pas de détonations à Méléda. (V. H.)

1823 — 20 août. A Raguse, fort tremblement précédé de l'apparition d'un météore enflammé qui tomba dans la mer; l'eau se retira jusqu'à un mille du rivage; ce même tremblement occasionna beaucoup de dégâts en Bosnie. (C. P., t. XXXIII, p. 407; Garnier, *l. c.*) Von Hoff ne parle pas de celui-ci.

— 23 août, 5 h. 30 m. du soir. A l'île de Méléda, une forte secousse. Dans la nuit du 2 au 3 septembre recommencèrent les détonations qui, la nuit suivante, furent accompagnées de légers mouvements. (V. H.)

— Août (sans date de jour). A Scala-Nova (Anatolie), secousses assez violentes : maisons renversées. (M. U., 28 octobre.)

— Octobre. — La sécheresse et les maladies contagieuses répandaient partout la désolation à Raguse et dans les environs : tout à coup l'air s'obscurcit : un météore igné se montra au-dessus de la ville, tomba dans la mer et fut suivi d'un tremblement de terre qui renversa plusieurs maisons; un grand nombre de personnes furent écrasées sous les ruines ; la mer se retira à près d'un mille de la côte, la première secousse se fit sentir dans la Bosnie turque, détacha un immense rocher qui alla se perdre dans les flots et brisa un bâtiment dont le chargement et l'équipage furent perdus; un fort que les Français avaient construit pendant l'occupation, fut ruiné de fond en comble. (Garnier, *l. c.*) Les *Annales de chimie et de physique*, non plus que Von Hoff, ne parlent pas de ce tremblement.

1824. — 21 février, 8 heures du soir. A S[te]-Maure, violente secousse : beaucoup de maisons endommagées. (C. P., t. XXVII, p. 377; Garnier, *l. c.*)

— Nuit du 27 au 28 octobre. A Méléda, une secousse qui fit vibrer les fenêtres. On y entendit des détonations les 14, 23, 28, 29 octobre, 1, 2, 11, 12 et 13 novembre, mais sans secousse. (V. H. à la date du 7 août 1823.)

1825. — 19 janvier, entre 11 heures et midi. A S[te]-Maure et Leucade, tremblement qui a presque totalement détruit la ville de S[te]-Maure, beaucoup d'habitants ont péri : une pluie abondante a succédé à la secousse et duré plusieurs jours.

Le même jour, à 11 h. 45 m. du matin. A Prévésa, forte secousse qui a renversé quelques maisons; la terre s'est entr'ouverte.

Le 20, 2 et 4 heures du matin, nouvelles secousses qui ont encore renversé deux petites maisons. (C. P., t. XXX, p. 412, et t. XXXIII, p. 408; Férussac, *Bull. des sc. nat.*, t. V, p. 48, et t. XI, p. 199; Garnier, *l. c.;* Huot, *l. c.; Constitutionnel*, 9 mars; J. D., 10 mars.)

— 8, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 22, 26 et 28 février, détonations à l'île de Méléda. Quatre furent accompagnées de violentes secousses, quelques autres de commotions plus ou moins fortes. (V. H. à la date du 7 août 1823.)

— 7 juin, dans la nuit. A Smyrne, légère secousse de trois secondes de durée. C. P., t. XXXIII, p. 409; Garnier, *l. c.*)

1826. — 26 janvier. A Prévésa (Épire), violente secousse; la ville a beaucoup souffert. (C. P., *l. c.;* Garnier, *l. c.; Constitutionnel*, 9 mars.)

— 8 février, 8 h. 30 m. du soir. A Smyrne, secousse peu remarquable.

A Constantinople, même heure, trois fortes secousses qui ont occasionné de grands dommages, direction du nord au sud. Dans la nuit, quelques faibles secousses encore. (C. P., *l. c.;* Garnier, *l. c.; Constitutionnel*, 31 mars; V. H.)

— 12 juin, 5 h. 10 m. du matin. A Smyrne, tremblement de 30 secondes de durée. Des lettres de Mételin ont annoncé aussi que depuis plusieurs jours on y ressentait de fortes secousses. (V. H., Férussac, *Bulletin des sciences naturelles*, t. XI, p. 30.)

1827. — 18 avril, 2 h. 20 m. du soir. A Trieste, deux secousses de quelques secondes de durée. Le mouvement eut lieu du nord au sud et fut plus fort sur les côtes que dans l'intérieur. (V. H.)

— Juin (ou juillet?). La ville de Tokat, dans le gouvernement de Sivas (Asie Mineure), a été détruite en grande partie par un tremblement de terre qui a porté la désolation dans les régions voisines. (*Constitutionnel*, 25 août; V. H.)

1828. — 11 avril, 11 h. 30 m. du soir. A Zara (Dalmatie) et à Trieste, deux secousses accompagnées de forts bruits souterrains; la seconde fut la plus forte.

Le même jour, secousses à Venise et sur plusieurs autres points de la haute Italie. (V. H.)

— 15 juin, 5 heures du matin. A Smyrne, deux secousses successives, la première fut verticale et dura 2 secondes, la deuxième fut horizontale et dirigée du nord au sud; elle endommagea beaucoup d'habitations. (C. P., t. XXXIX, p. 411; Garnier, *l. c.; Constitutionnel*, 8 août.)

Le même jour, secousse ondulatoire à Marsalla en Sicile.

1829. — Janvier. On écrit de Patras, le 8 février, que depuis quelques semaines on y éprouvait presque chaque jour des commotions souterraines accompagnées de mouvements aériens. (V. H.)

— 25 février. A Smyrne, deux secousses horizontales et dirigées du nord au sud; l'une fut très-forte. (V. H.; Férussac, *Bulletin des sciences naturelles*, t. XXVI, p. 32.)

— Vers la mi-avril, dans la matinée. Près du mont St-Hélie (Messénie), légère secousse de quelques secondes de durée. (Communication de mon collègue M. Aug. Brullé, membre de la commission de Morée.)

— 13 avril, 4 heures du soir. Dans l'île de Thassis (Thasos?), en Macédoine, etc., fortes secousses. La première horizontale, du NO au SE, renversa beaucoup de maisons dans les villages de Kavala, Pravi et Xanthy. A Andrinople, quelques minarets et des maisons s'écroulèrent; quelques faibles secousses encore chaque jour, jusqu'au 5 mai. (V. H.)

1829. — 5 mai, après midi. Aux mêmes lieux que le 15 avril, fortes secousses qui causèrent de grands dégâts de Salonique à Constantinople et jusqu'à Bucharest. Jusqu'au 10, la terre trembla plusieurs fois à Salonique, où des maisons et des mosquées furent renversées. Le village de Drama fut abîmé, et une eau rougeâtre s'échappa subitement d'une montagne située à quatre lieues du village.

Le 23, 5 heures du soir. A Constantinople et Scutari, deux secousses plus fortes sur la côte asiatique, où des bâtiments furent endommagés, notamment aux Dardanelles. (V. H.)

— Avant le 15 juin. Dans la Romélie et sur les côtes d'Asie, une forte secousse. (J. D., 5 juillet.) Cette citation ne rentre-t-elle pas dans celles de Von Hoff?

— 26 novembre. Tremblement qui a ébranlé une grande partie du bassin du Danube. Il s'est étendu dans le Bannat. Voir mon *Mémoire sur les tremblements de terre dans le bassin du Danube.*)

1830. — Janvier. Tremblement à Nauplie. (C.)

— Février. A Nauplie, Égine, etc., plusieurs secousses. (C.)

— 1er juillet, 5 heures du matin. A Huszth, près de la mer de Marmara, trois fortes secousses, et à 9 heures du soir, une secousse si violente que plusieurs maisons furent endommagées. Cette dernière s'étendit à Szigeth et dans les mines de Sugatagh et Slatina. Leur direction fut du sud au nord. (V. H.)

— 9 juillet. Dans l'île d'Égine, tremblement léger. (V. H.)

— 3 octobre. Au même lieu, deux secousses faibles. (C.)

1831. — 22 février. A Alep, fort tremblement. (V. H.)

— A la date du 3 avril, on écrivait de l'île de Samos qu'on y avait ressenti de fortes secousses. (V. H.)

— 7 mai. Dans la partie méridionale de l'île de Samos, tremblement épouvantable, pendant lequel s'affaissa une haute montagne d'où il sortit un vaste torrent d'eau, qui s'écoula jusqu'à la mer avec de grands désastres. (*Constitutionnel*, 6 juillet.)

On lit dans le même journal, numéro du 10 septembre, que l'île de Scio venait d'éprouver un violent tremblement de terre.

1834. — 3 janvier, entre 7 et 8 heures du soir. Au Fort-Opus (Dalmatie), trois grandes secousses suivies de plusieurs autres le lendemain. (J. D., 4 février; C.)

— 2 février, 8 h. 45 m. du matin. A Trieste, secousse instantanée et très-légère. La Carniole avait déjà été ébranlée dans la matinée. (C.)

— 23 mai. A Jérusalem, une secousse très-forte; quelques églises et d'autres édifices furent en partie endommagés. (C.)

— 18 juin. Dans l'île de Céphalonie, fortes secousses qui renversèrent quelques maisons. (C.)

1834. — 25 septembre. A Constantinople, deux secousses. (M. U., 15 octobre; J. D., 24 octobre.)

1835. — 19 mai, 1 h. 10 m. du matin. A Trieste, une forte secousse ondulatoire, de 4 secondes de durée, dans la direction du sud au nord. Entre 1 et 2 heures, forte secousse à Laybach. (C.; Garnier, *l. c.*)

— 12 juillet, 10 heures du matin. Dans le voisinage de Zante, forte secousse; une heure auparavant, la surface de la mer au sud du cap Vasilico avait paru teinte d'une couleur rougeâtre, semblable à celle du carthame, et exhalait une forte odeur acide. (C.)

— Commencement d'août. A Trébizonde, tremblement qui a détruit 300 maisons à Kaisar. (M. U., 21 septembre.)

— 25 août, 5 heures du soir. Il s'est élevé du mont Ardscheh, sur lequel s'appuie Kaisariéh (Césarée, ville de l'ancienne Cappadoce), une fumée épaisse d'où ont jailli des colonnes de feu, accompagnées d'un bruit épouvantable : c'était comme l'éruption d'un volcan. Au même moment on a senti le sol s'ébranler et un affreux tremblement de terre a commencé; les secousses se sont succédé pendant 6 heures et toujours au bruit d'un tonnerre effroyable; il semblait qu'on se trouvât sur une mer battue par la tempête. Plus de 200 maisons se sont écroulées : les habitants se sont réfugiés dans les champs; plusieurs d'entre eux ont été arrêtés dans leur fuite et ensevelis sous les décombres : on compte plus de 150 victimes : les secousses ont continué jusqu'au 1er septembre; mais elles étaient plus faibles et sans suites funestes.

Les villages au sud du mont Ardscheh, dans une étendue de plus de 30 milles, ont tous souffert horriblement, et les habitations sont la plupart entièrement détruites. A Tawlusin, 60 maisons se sont écroulées, 15 personnes ont perdu la vie. Le village de Mandzofer est un de ceux qui ont été le plus maltraités : de toute la population, 5 individus seuls ont pu échapper à cette catastrophe. Les deux tiers de Welkeri sont en ruines; enfin Kumetri a été englouti et a fait place à un vaste lac. En outre, on compte environ une vingtaine d'autres villages qui ont plus ou moins souffert. Les montagnes, au pied desquelles se trouve l'ancienne Césarée, sont d'anciens volcans éteints depuis dix-sept siècles, et que Strabon a vus en éruption. (Garnier, *l. c.*; Huot, *l. c.; Comptes rendus de l'Académie,* t. I, p. 252; J. D., 7 novembre.)

— 30 août, 7 h. 8 m. du matin. A Constantinople, légère secousse. (C.)

— 24 novembre, 4 heures du soir. Aux Dardanelles, fortes secousses. (C.)

— 17 décembre, le matin. A Athènes, deux secousses, dont une très-violente. On en ressentit simultanément à Thèbes. (C.)

1836. — Commencement de mars. A Kaisariéh (Césarée), fortes secousses ondulatoires. (C.)

1836. — 9 mai, 2 h. 44 m. du soir. A Spalatro (Dalmatie) et aux environs, forte secousse précédée d'un mugissement souterrain. Le mouvement, d'abord ondulatoire du SE au NO devint vertical. Au plus fort des secousses soufflait un vent violent du sud-est. (C.)

— 8 août, minuit et 3 heures du matin. A Smyrne, cinq secousses, la première très-forte du nord au sud. A 10 heures du soir, on avait aperçu un météore lumineux jetant beaucoup d'étincelles. (C.)

— 5 octobre, un peu avant 5 heures du soir. A Zara (Dalmatie), légère secousse ondulatoire. (C.)

1837. — 1er janvier, un peu après le coucher du soleil. En Syrie, secousses tout à fait désastreuses. De Beyrout et Damas, les dommages ont toujours été en augmentant jusqu'à Saplut, ville de 4,000 âmes, où il n'est pas resté pierre sur pierre et où 3,500 personnes ont péri sous les décombres. Tibissorde a été ruiné, Jaffa, St-Jean-d'Acre, Tibérias. . . . . ont beaucoup souffert; des villages entiers ont été engloutis.

Ce tremblement a été ressenti sur une zone de 500 milles (180 lieues) de long et 90 milles (30 lieues) de large. Moins fort dans le nord (à Tripoli, on n'a ressenti qu'une violente secousse), le phénomène a paru venir du volcan souterrain qui vomit le bitume dans la mer Morte, et a exercé ses plus grands ravages dans le sud. Suivant M. A. Colla, les secousses s'y continuèrent jusqu'au milieu du mois.

On a remarqué que pendant toute la durée du phénomène, le lac de Tibériade a éprouvé une commotion violente. Les villages de Lubie et de Rani (sur la route de Tibériade) ont été entièrement détruits, tandis que Keffar-Renna (l'ancienne Cana, en Galilée), située entre ces deux villages, à très-peu de distance de Rani, n'a pas eu une seule maison renversée et le choc y a été très-peu ressenti. Des fissures profondes se produisirent dans des roches solides, et de nouvelles sources chaudes jaillirent à Tabarieh. (Garnier, *l. c.*; J. D., 24 février, 17 mai et 1er juin; M. U., 24 février et 22 mai; Lyell, *Principes de géologie*, trad. de Mme Meulien, t. III, p. 271.)

— 3 mars, 2 heures et quelques minutes après minuit. A Zara, forte secousse précédée d'un bruit sourd; durée, deux secondes; direction du SO au NE. (C.)

— Du 20 mars au 1er avril. Dans quelques îles de l'Archipel, secousses très-violentes. Le centre des commotions paraît avoir été à Hydra, où les maisons furent fort endommagées et quelques-unes renversées. Des dégâts notables eurent lieu dans les îles de Paros, de Spezia et de Santorin. Les secousses furent ressenties simultanément dans l'intérieur de la Grèce. (C.; Garnier, *l. c.*; J. D., 25 avril.)

— 28 mars, 8 h. 30 m. du soir. Dans les îles de Lagosta et de Curzola (Dalmatie), secousse très-sensible, précédée d'un bruit sourd, et dirigée de l'est à

l'ouest. A Curzola, on avait aperçu à 6 1/4 heures un météore semblable à un trait enflammé qui se perdit à l'est. (C.)

1837. — 5 août, le matin. Dans l'île de Zante, plusieurs fortes secousses qui causèrent quelques dommages. On ressentit, dans le même temps, quelques légers mouvements dans l'île de Céphalonie et sur divers points de la Morée. (C.)

— Du 2 au 7 septembre. A Aïvaly et sur la côte du golfe Adramiti (Anatolie), secousses faibles, mais continuelles. (M. U., 30 septembre.)

1838. — 23 janvier, 9 h. 35 m. du soir. A Constantinople, deux secousses, la première verticale, la deuxième horizontale : elles ont eu lieu dans le sens du méridien, qui est la direction du Bosphore à Thérapia. L'air était calme pendant les secousses; mais le vent du nord, qui régnait un peu auparavant, a recommencé aussitôt après. A Scutari, au contraire, les secousses furent accompagnées d'un vent violent.

Le mouvement, dit l'amiral Roussin, ne paraît pas avoir été senti sur la rive asiatique du Bosphore (?). Il s'étendit en Hongrie et en Russie, où il y eut de fréquentes secousses à cette époque. (*Comptes rendus de l'Académie*, t. VI, p. 244; J. D., 13, 16, 26 et 27 février; C.)

— 7 juin, 11 heures du soir. Dans l'île de Méléda, deux légères secousses ondulatoires de l'ouest à l'est, qui durèrent deux secondes. La première fut précédée d'un léger murmure qui se termina comme un coup de canon. (C.)

— 1er juillet, 2 h. 50 m. du matin. A Constantinople, légère secousse. (C.)

— 23 juillet, 3 h. 44 m. du matin. A Constantinople et dans un rayon de plusieurs lieues, deux secousses, dont la dernière a été très-violente; durée totale, 10 secondes. Ondulations horizontales du NO au SO (?). (M. U., 21 août.)

— 7 août, 5 heures du matin. A Constantinople, tremblement qui dura 8 secondes; à 5 h. 7 m., secousse plus longue, suivie pendant un quart d'heure de légères et fréquentes oscillations. (C.)

— 9 août, dans l'après-midi. A Fiume et Bukkari, légère secousse.

Le 10, 2 h. 30 m. du matin, plusieurs secousses. Entre 8 et 9 heures du soir, bruit épouvantable suivi d'une secousse plus forte que les précédentes. Les cloches sonnèrent d'elles-mêmes à Fiume. A Bukkari, la grosse tour de l'église s'écroula. Des vaisseaux s'entrechoquèrent dans le port. Toutes ces secousses furent ressenties à Trieste. (C.; J. D., 26 août.)

1839. — 17 janvier, 4 h. 45 m. du matin. A Milan, secousse indiquée par l'aiguille magnétique. Dans la nuit, violentes commotions à Salonique. Diverses maisons qui menaçaient ruine s'écroulèrent. (C.)

— 7 juin, 2 heures du matin. A Méléda, faibles secousses ondulatoires du sud au nord. Elles furent précédées d'un bruit semblable à une détonation. (C.)

1839. — 22 octobre. A Smyrne, une secousse assez forte. (C.)

1840. — 14 janvier. Tremblement à Méléda. (C.)

— 17 janvier. Tremblement à Trieste et à Milan. (Communication de M. Quetelet.)

— 22 janvier. Tremblement dans l'île de Sara. (C.) Cette île m'est inconnue.

— 29 février. Tremblement à Smyrne, à Parme et à Lucques. (C.)

— 2 mai. Tremblement en Dalmatie. (Quetelet, *Annuaire* pour 1843.)

— 11 juin. — Tremblement à Athènes. (C.)

— De la fin de juin au 8 août. Dans l'Ararat, affreux tremblement qui a renversé de fond en comble la ville de Nakitchévan, endommagé tous les édifices à Erivan et dévasté deux districts de l'Arménie, ceux de Schavour et Sourmula; tous les villages de ces districts ont été détruits. La terre a été fendue à tel point que toutes les plantations de coton et de riz ont péri. Mais l'événement le plus grave a eu lieu dans le voisinage de l'Ararat, une masse considérable s'est détachée de la montagne et a tout détruit sur son passage dans une étendue de 7 wersts; entre autres, le grand village d'Akhouli a eu le sort d'Herculanum et de Pompéi, plus de 1,000 habitants ont été ensevelis sous des monceaux de rochers. Un liquide épais s'est élancé de l'intérieur de l'Ararat entr'ouvert et a balayé l'éboulement, entraînant tout sur son passage.

Quelque temps avant la catastrophe, un bruit sourd s'était fait entendre dans le sein de la montagne et dans les environs. Les secousses ont continué ensuite à se faire sentir tous les jours dans les deux districts mentionnés et les ont dévastés entièrement.

Le 27 juillet, vers 7 heures du soir, 3,000 maisons furent encore renversées dans le district de Schavour.

Plus tard, les secousses ont été moins rapprochées, et l'Ararat n'était pas encore tranquille à la fin du mois et même plus tard.

Le 30, il y a encore eu deux fortes secousses qui se sont étendues jusqu'à Tiflis en Georgie.

Le 2 août, 7 heures du soir. Dans le Khanat de Talschyn, plusieurs secousses en une minute; elles furent senties à Tiflis et Alexandropol.

Le 6, nouvel éboulement dans l'Ararat. Les secousses duraient encore le 8, époque à laquelle elles paraissent avoir cessé. (Phalange, 30 septembre; M. U., 25 septembre, 8 octobre et 23 novembre; Majocchi, *Annali di Fisica* . . . . . . , t. VIII, p. 292; Lamont, *l. c.*, t. I, p. 161.)

— Du 28 au 30 octobre. A Zante, secousses violentes, surtout celles du 30. Avertis par une première secousse, les habitants s'enfuirent et échappèrent à la mort. (Phalange, 27 novembre et 2 décembre; Lamont, *Annalen für Meteor. und*

Erdmagnetismus, t. I, p. 161; De Leonhard, *Taschenbuch für Freunde der Geologie*, 1[en] jahrgang, p. 208; *Institut*, n° 382; C.)

1840. — 25 novembre. Tremblement à Nachitschewan en Arménie. (Quetelet, *Annuaire* pour 1843.)

— 31 décembre. A Smyrne et à Pyrgos (Péloponèse), secousse violente. (C. cite la *Gaz. Piém.*, 26 janvier 1841; Lamont, *l. c.*)

1841. — 26 février. Tremblement à Zante. (Lamont, *l. c.; Institut*, n° 382.)

— 9 mars, 11 h. 30 m. du soir. A Athènes, secousse verticale. (Lamont, *l. c.*)

— 17 mars. A Constantinople, deux secousses. (Lamont, *l. c.*)

— 21 avril, 0 h. 30 m. du soir. A Athènes, faible secousse, et à 5 h. 40 m., dix nouvelles secousses de l'est à l'ouest. Plus tard, encore une secousse plus forte. (Lamont, ouvrage cité, VI[e] cahier, p. 221.)

— 19 et 20 septembre. Secousses à Nauplie. (C.)

— 5 et 6 octobre, le matin. A Constantinople, fort tremblement. (C.; Lamont, *l. c.*)

— Nuit du 27 au 28 octobre. A Constantinople, violente secousse.

Le 31, nouvelle secousse et ouragan. (M. U., 26 novembre.)

— 27 novembre. Tremblement à Smyrne. (C. cite la *Gaz. Piém.*, 18 décembre.)

— 31 décembre, 10 heures du matin. A Pyrgos, violente secousse qui dura 4 secondes et demie. Jusqu'au lendemain matin, on ressentit encore plusieurs autres secousses qui semblaient venir dans la direction de l'île de Zante. Les habitants de Pyrgos ont passé la nuit sur mer. (M. U., 7 février 1842.)

1842. — 3 février. A Pyrgos, violentes secousses pendant une partie du jour et de la nuit. Une d'elles a duré 4 secondes et demie. (*Institut*, n° 429.)

— Nuit du 24 au 25 mars. En différents lieux de la Grèce, tremblements locaux. (*Comptes-rendus de l'Académie*, t. XV, p. 583.)

— 6 et 7 avril. A Calamatta et sur plusieurs autres points, premières secousses.

Le 18, 9 h. 40 m. du matin. A Patras, une secousse qui a duré deux minutes et demie; à Athènes, elle a été moins violente et n'a duré que 2 minutes un quart. A 6 h. 17 m. du soir, secousse moins violente à Patras; elle a duré 2 minutes trois quarts. Elles ont causé peu de dommage. Simultanément à Calamatta et Androussa, une secousse; maisons et églises endommagées. Dans la province de Maïna, des habitants ont été écrasés sous les ruines. On a ressenti ces secousses dans les chaînes du Taygète. A Sparte, elles n'ont duré que 25 à 30 secondes.

Le 25, 5 h. 55 m. du matin. A Patras, une secousse violente qui a duré une minute et demie. (*Comptes-rendus*, t. XV, p. 568 et 725; *Bulletin de l'Académie de Bruxelles*, t. IX, 2[e] partie, p. 147; *National* et *Courrier français*, 17 mai; M. U. et Phalange, 18 mai.)

1842. — 12 juillet, 4 h. 20 m. du soir. A Calamatta et à Sparte, tremblement léger précédé d'un grand bruit aérien (*Courrier français*, 26 août.)

— 12 septembre. A Patras et à Athènes, forte secousse. (*Quotidienne*, 3 octobre.)

1843. — 11 janvier. Tremblement à l'île de Méléda. (*Annales de l'Observatoire de Bruxelles*, 1843, p. 229.)

— 1er février. Tremblement à Smyrne. *(Ibidem.)*

— 11 février. Tremblement en Dalmatie. *(Ibidem.)*

Le 13, secousses dans la Calabre ultérieure; on les a particulièrement senties dans la Dalmatie. (*National*, 17 mars et 3 avril; *Courrier français*, 16 mars; Phalange, 8 avril.)

— 9 mars. A Salonique, plusieurs secousses. (*Institut*, 14 décembre; *Bulletin de l'Académie de Bruxelles*, t. X, 2e partie, p. 15.)

— 28 mars. Tremblement à Smyrne. (C.) Le même jour, à Lunéville, dans le département de la Meurthe.

— 25 mai. Secousses à Tricala et à Salonique. (C.)

— Juillet (?). On lit dans la *Quotidienne* du 20 août :

Dans la traversée de Smyrne à Malte, un bâtiment de guerre anglais a ressenti deux secousses de tremblement de terre à 35 milles dans l'ouest de l'extrémité occidentale de Candie, et toutes deux presque dans la même position : elles étaient accompagnées d'un grand bruit semblable à un roulement venant du sud-est et immédiatement au-dessous du navire. On n'a pas trouvé fond au même instant par 160 brasses (292 mètres).

— 13 août. Tremblement de terre dans la mer Adriatique. (C.)

Le 14, 4 h. 40 m. du soir. A Carlstadt (Alpes dinariques), légères secousses accompagnées d'un roulement semblable au bruit du canon. Les oscillations paraissaient venir du nord. Le thermomètre n'a pas changé. L'air était calme et pur. On a parlé de volcan ouvert dans l'île de Méléda, pendant la nuit du 14 au 15; s'agit-il seulement de secousses. (*National*, 8 octobre; *Démocratie pacifique*, 5 octobre.) [1].

— 5 septembre. Tremblement dans l'Albanie.

— Du 11 ou 14. A Raguse (Dalmatie), chaque jour, deux ou trois secousses légères.

[1] Dans ces dernières années, M. Colla, de Parme, n'est plus le seul qui ait bien voulu m'envoyer de nombreuses communications; MM. F. Pistolesi, de Pise, P. Mac Farlane, de Comrie, X. Meister, de Freysing, Kupffer, de St-Pétersbourg, Philadelphine, de Tiflis, Studer, de Berne, P. Mérian, de Bâle, Lortet et Fournet, de Lyon, Ferrat et Dumay, de Dijon, ont eu l'obligeance de me fournir des renseignements. Les secousses pour lesquelles je n'indiquerai pas de source m'ont été communiquées par ces messieurs, qui d'ailleurs m'ont donné quelquefois de plus amples détails que ceux fournis par les feuilles périodiques que j'ai pu consulter.

1843. — Du 2 au 10, M. Vosich observa à Zegna (Croatie), dans son cabinet météorologique, des perturbations très-notables de l'aiguille aimantée.

Le 11, à 7 h. 11 m. du matin, il remarqua un affollement extraordinaire qui dura 36 minutes. De semblables perturbations se renouvelèrent le même jour à 11 h. 49 m , pendant 27 minutes; à 5 h. 2 m., pendant 22 minutes, et à 6 h. 30 m., pendant 44 minutes. Il constata de faibles perturbations pendant les journées suivantes; mais, suivant M. Colla, elles furent très-fortes à Fiume, Zara et Cattaro, durant les journées des 12, 13, 14, 15, 16 et 17 du même mois.

Le 14, par une alternative d'atmosphère calme et d'un vent frais du nord-ouest, le jour fut beau et serein jusqu'à 10 heures; le thermomètre indiquait 20° R.; le baromètre 28 pouces 7 lignes; l'hygromètre de Saussure 96 degrés. Ni dans l'atmosphère, ni parmi les animaux domestiques, on ne remarquait aucun symptôme de dérangements prochains dans l'air, lorsqu'à 4 h. 57 m. de l'après-midi, une violente secousse du sol dans la direction du sud-ouest (au nord-est?) remplit d'effroi les habitants. A cette première secousse, qui dura 4 secondes, en succéda une autre plus violente encore, qui dura 4 à 5 secondes, par un vent du sud-ouest, et avec un bruit souterrain. A 5 h. 10 m., nouveau tremblement plus faible qui dura 3 secondes; puis encore à 6 heures et 6 h. 25 m., nouvelles secousses assez fortes.

Le sol resta calme jusqu'à minuit et alors la population qui avait quitté la ville rentra dans ses demeures. Mais le 15, à 1 h. 28 m. du matin, il se fit un mouvement d'oscillation très-violent dans la direction du sud-ouest (au nord-est ?) et toute la population s'enfuit de nouveau avec une agitation extrême. De nouvelles secousses eurent lieu encore, à 11 h. 27 m., d'une manière légère, et à 1 h. 34 m. de l'après-midi, d'une manière très-violente pendant 5 secondes. Celle-ci fut précédée d'une forte détonation et d'une baisse de baromètre pareille à celle qui avait eu lieu la veille et de 6 lignes à peu près. Un phénomène semblable fut observé à Zara, le même jour et à la même heure.

Les secousses, au nombre de dix, au moins, dans les 24 heures, ont eu lieu alternativement par ondulation et par soubresaut. Elles ont été, dit-on, moins fortes à Raguso-Vecchia qu'à Raguse; par contre, elles ont été plus violentes à Ombla, dans l'île de Giuppana, et surtout dans les contrées avoisinantes, et nommément dans l'Herzégovine.

Sur mer, à 6 milles des côtes, les pêcheurs n'ont ressenti aucune secousse, tandis que dans le port de Gravesa et dans la baie de Raguse, la mer était très-agitée : ce tremblement a été ressenti dans l'île de Curzola, où le baromètre a baissé de 7 lignes; très-fort à Spalatro, au Fort-Opus, à Slano et Cattaro; il n'y a pourtant pas causé de désastres. La première secousse a eu lieu à Cattaro, le 14, à 3 heures du matin. Celles du soir paraissent avoir duré jusqu'à 8 secondes à Obrovazzo et à Almizza, où elles ont été violentes.

Dans toutes les localités, dit M. Colla, les secousses les plus fortes furent précédées de détonations, de bruits souterrains ou d'un sifflement dans l'air comme en produirait le passage d'une troupe d'oiseaux. Parmi les phénomènes observés à Raguse et dans les environs, il faut signaler celui qui, selon la tradition, a accompagné dans ces pays chaque tremblement de terre, et, en particulier, celui qui détruisit Raguse en 1667. Il consistait en un nuage horizontal, connu sous le nom de *poutre*, qui s'étendait du sud-est au sud et demeura visible depuis la première secousse du 14, jusqu'à 10 heures de la matinée suivante, à la place où il avait paru primitivement, sans que le vent du nord-est, qui souffla pendant tout ce temps, l'ait fait changer d'apparence. L'apparition de ce nuage n'a pas moins épouvanté les habitants que les secousses elles-mêmes, dont les effets ont été quelques murs lézardés, quelques murailles un peu affaissées.

Le 16, un météore singulier se fit voir dans le ciel à Cattaro, Lesina, Raguse, ainsi que dans quelques lieux voisins. On aperçut, pendant 2 minutes environ, une flamme sphérique de diametre apparent de 3 mètres, allant de l'est à l'ouest, et jetant une clarté semblable à celle du soleil couchant; il était alors 2 heures du matin.

Du 14 au 29 inclusivement, il y a eu *chaque jour* à Raguse et sur la côte de Dalmatie de légères secousses. On cite particulièrement celles des 15, 18, 21, 23, 24, 25 et 26, dans une lettre datée du 29. (*Courrier français*, 5, 13, 15 octobre; *Quotidienne*, 12 et 14 octobre; *Démocratie pacifique*, 9 octobre; *Institut*, 14 décembre.)

1843. — 1er octobre, le matin. A Kalki (île près de Rhodes), forte secousse; dans la matinée et l'après-midi, nouvelles secousses faibles.

Le 2, au matin, une nouvelle secousse très-forte. Le même jour, à midi, secousse légère, à Odessa et dans la Bessarabie.

Le 3, recrudescence du phénomène à Raguse, où, comme nous l'avons dit plus haut, les secousses étaient quotidiennes; les plus fortes ont eu lieu à 9 h. 30 m. du soir et se sont étendues jusqu'à Trieste, où l'une a été violente. Le même jour, tremblement à Jassy.

Le 6, 2 heures du matin. Dans l'île de Cos, forte secousse.

Le 7, 10 h. 30 m. du matin. A Raguse, nouvelle et violente secousse.

Le 9, 1 heure du soir, et le 10, 5 heures du matin, nouvelles secousses.

On remarque souvent encore, écrivait-on le 10, une légère oscillation quand on se tient tranquille et attentif. Après plusieurs jours de calme, il s'est élevé un *sirocco* (vent du sud-est) accompagné de pluie. La baromètre était à 27 pouces 10 lignes; le thermomètre à 16°,5 R.

Dans les premières commotions d'octobre, dit M. Colla, on observa un abaisse-

ment insolite de la mer et l'on remarqua que l'eau sulfureuse, qui jaillit à la rive droite de l'Omba, exhalait une odeur insupportable, ce qui d'ordinaire n'a pas lieu. Quelques autres signes, que l'on tient pour de constants précurseurs des secousses, tels que l'inquiétude des animaux, l'agitation de la mer, la couleur des nuages, certaines vapeurs autour du soleil et de la lune, etc., se sont confirmés quelquefois, mais en général ont manqué.

1843. — 16 et 17 octobre. A l'île de Rhodes, quelques secousses.

Le 18, nouvelle secousse dirigée du sud au nord, et de 30 secondes de durée. Elle a été beaucoup plus violente à l'île de Kalki; des bâtiments y ont été renversés, une montagne s'est écroulée. Les secousses paraissent avoir continué encore pendant deux ou trois jours. — L'île de Chelris (?) a perdu 600 habitants.

— 19, 20 et 21 octobre. Tant que régnait le sirocco, dit-on dans une lettre de Raguse, datée du 21, tant que le ciel était couvert de nuages, l'air fort humide et le niveau de la mer élevé, on ne ressentit aucun tremblement de terre, et beaucoup de familles se disposaient à retourner à la ville. Mais lorsque le vent nord-ouest *(maestro?)* se calma, sans que la pluie, généralement souhaitée, fût venue, lorsque le ciel redevint serein, l'air plus élastique et le niveau de la mer plus bas, les secousses reprirent, à la vérité, d'une manière plus faible. C'est ainsi que l'on ressentit un léger choc, le 19, vers l'aube du jour, au moment où le vent changea de direction, puis une secousse à 10 h. 45 m. avant midi.

Le 20, à 6 h. 40 m. du soir, nouveau choc qui dura plus d'une seconde et répandit quelque frayeur.

Le 21, vers 1 heure du matin, légère et courte commotion. Toutes les secousses sont saccadées et se manifestent dans une direction du nord-ouest (au sud-est?). (*Démocratie pacifique*, 25 et 27 octobre, 1er novembre; *National*, 14 et 28 octobre; *Quotidienne*, 21 octobre; *Courrier français*, 3 et 15 novembre; *Institut*, *l. c.*)

— Nuit du 23 au 24. Secousses à Carlsbad. (C.)

Le 26, 11 h. 30 m. du matin. A Erzéroum (Arménie), épouvantable secousse ondulatoire du sud au nord. Des cheminées ont été renversées, 4 ou 5 personnes ont péri : la population a quitté la ville. (*Quotidienne*, 28 novembre; *Démocratie pacifique*, 29 novembre.)

— 17 novembre, 8 h. 30 m. du matin. A Slano (Dalmatie), deux légères secousses à demi-heure d'intervalle, précédées d'un roulement souterrain. A 11 h. 45 m., troisième secousse. Un peu avant 7 heures du soir, et 30 minutes après, à Raguse, deux secousses avec roulement sourd.

Le 18, 5 heures du matin. A Slano, murmure sourd; le ciel était couvert, l'air froid et agité. Dans cette nuit du 17 au 18, troisième secousse à Raguse.

Le 21, 6 heures et 7 h. 45 m. du soir. A Slano, deux nouvelles secousses. (*Courrier français*, 22 et 23 décembre.)

1843. — 1er décembre, 3 h. 44 m. du matin. A Slano, fort bruit souterrain.

Le même jour, 4 h. 30 m. du matin. A Raguse, bruit ou tonnerre souterrain, qui fut suivi d'abord d'une secousse très-violente, puis de plusieurs autres plus faibles.

Les 12 et 13, nouvelles secousses.

Le 22, deux nouvelles secousses.

Le 24, vers 6 heures du soir, bruit subit et sourd auquel a succédé un choc violent. Le vent était à l'ouest, le ciel serein.

Le 25, à 6 h. 35 m. du matin, nouveau tremblement précédé d'un grand fracas qui a duré 5 secondes. (*Courrier français,* 31 décembre et 1er janvier suivant; correspondance personnelle.)

1844. — 12 janvier. A Raguse, léger tremblement.

Le 13, vers 8 heures du soir, nouveau tremblement, précédé d'un bruit semblable à celui du tambour. Au vent du sud-est, qui soufflait les jours précédents, succéda dans la nuit un calme parfait, et le thermomètre monta de + 1° à + 4° R.

Le 14, une troisième secousse.

Le 15, 1 h. 15 m. du matin, secousse assez violente, précédée encore d'un grand bruit souterrain; le mouvement était oscillatoire et dura environ 2 secondes. A 5 h. 35 m. du matin, une autre secousse moins forte en violence et en durée. A 7 h. 50 m. du soir, éclair éblouissant, suivi d'une violente secousse qui dura près de 2 secondes. Marée basse, ciel nuageux, thermomètre + 6° R. et baromètre à 28 pouces 2 lignes, par un vent du sud-est. Ces secousses ont été fortes dans l'Herzégovine, où l'on en a aussi ressenti le 14.

Le 21, 2 h. 10 m. du soir. A Raguse, nouveau et léger tremblement. (J. D. et *Courrier français*, 10 et 16 février.)

5, 6, 7, 8 et 10 février. A Raguse, nouvelles secousses.

Le 15, tremblement à Smyrne.

Le 18, 4 h. 35 m. du soir. A Raguse, faibles secousses ondulatoires; durée, 5 secondes. La nuit suivante, plusieurs secousses avec détonations.

Le 19, 10 h. 37 m. du matin, nouvelles secousses de 3 secondes de durée.

Le 23, 10 h. 10 m. du matin, fort tremblement.

Le 26, 10 h. 3 m. du soir, nouvelles secousses faibles.

Le 27, 10 h. 30 m. du matin, nouvelle secousse de 7 secondes de durée. La mer était haute, le sirocco soufflait avec impétuosité, le temps était pluvieux, le baromètre marquait 27 pouces 5 lignes et le thermomètre + 12° R. (*Courrier français*, 26 mars; *Démocratie pacifique*, 27 mars.)

— 2 mars, 1 h. 34 m. du matin. A Raguse encore, fort tremblement oscillatoire; durée, 3 secondes; à 2 h. 10 m., secousse plus courte. Vers 4 heures, trem-

blement saccadé avec tonnerre souterrain prolongé, et à 5 h. 45 m. du soir, nouveau tremblement semblable de 3 secondes de durée.

Le 3, à 6 h. 30 m. du matin, légère oscillation, et à 6 h. 25 m. du soir, les corps vibrèrent pendant 2 secondes, la mer se retira du rivage. Le baromètre demeura invariable.

Le 4 et le 9, nouvelles secousses.

Le 15, 9 h. 25 m. du soir, nouveau tremblement. C'était une des plus belles nuits de la saison : l'air était calme et le thermomètre à + 10° R. La secousse fut légère et précédée d'un long bruit souterrain.

Peu de temps après, secousse un peu plus forte et d'environ 3 secondes de durée.

Le 16, à 3 h. 7 m. du matin, secousse légère et rapide. Beaucoup de personnes dirent en avoir ressenti une autre plus faible à 5 h. 15 m. du matin.

Le 21, 9 h. 15 m. du matin. A Zara, mouvement vertical pendant quelques secondes. Cette secousse a été très-fortement ressentie dans quelques maisons dont elle a crevassé les plafonds. Il régnait un violent vent du nord, le ciel était couvert de nuages et le thermomètre marquait + 10° R. (*Courrier français*, 10 avril; Lamont, *l. c.*, IXe cah., p. 198.)

Le 22, 10 h. 30 m. du matin. A Trieste, légère secousse du sud au nord. (Lamont, *Annalen für Met. und Erdm.*, XIe cahier, p. 49.)

Le 24, 1 h. du soir. A Raguse, trois secousses.

Les 27, 28 et 29, nouvelles secousses en Dalmatie.

1844. — 27 avril. A Raguse, nouveau tremblement.

— 2 mai. Nouvelles secousses en Dalmatie. (C.)

— 12 mai. En Perse, tremblement désastreux qui a aussi ébranlé une partie de la Syrie. (*Courrier français*, 5 août; *Démocratie pacifique*, 8 août; J. D., 3 octobre.) La *Démocratie pacifique* du 3 juin avait déjà signalé de violentes secousses comme ayant été ressenties en mai (sans date de jour), entre Angora et Osmandjik. Elle parlait de nombreuses maisons renversées et de 200 victimes.

— Nuit du 15 au 16. A Athènes et dans les environs, fortes secousses, pendant 20 secondes, à des intervalles inégaux. (*Siècle*, 4 juin.)

Les 26 et 27, nouvelles secousses en Dalmatie.

— 22 juin. En Dalmatie, nouveau tremblement.

— 1er juillet. En Dalmatie, tremblement encore.

— 1er août, 2 heures du soir. A Slano (Dalmatie), secousse de longue durée.

Les 3 et 4, nouvelles secousses en Dalmatie.

Le 30, 5 h. 30 m. du soir. A Corfou, forte secousse.

— Nuit du 15 au 16 septembre. A Constantinople, faible tremblement.

1844. — 1er novembre. A Erzéroum (Arménie), secousses qui se sont renouvelées plusieurs fois dans le courant du mois. (*Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles*, t. V, p. 251.)

1845. — 16 janvier. A Salonique, tremblement assez violent. (J. D., 26 février.)

Le 22, plusieurs secousses faibles à Smyrne.

Le 23. A Trieste, triple secousse, mouvement oscillatoire du NO au SE. La première a eu lieu à 4 heures; la deuxième à 7 h. 35 m. 58 s., et la troisième à 7 h. 36 m. du matin. A 7 heures, le ciel était couvert de nuages gris-cendré. Le baromètre indiquait 28 pouces 96 cent., le thermomètre 6° à 8° R., l'hygromètre de Saussure 6° (?), et le vent soufflait de l'E 1/4 NE. (M. U., 8 février.)

Le 26. A Smyrne, nouvelles secousses faibles.

— Nuit du 3 au 4 février. A Smyrne, fortes secousses.

Dans la nuit du 7 au 8, phénomène semblable.

Le 21 et le 22, secousses en Syrie. (M. U., 15 mars.)

— 18 mai, 9 h. 30 m. du soir. Dans la Méditerranée, par 36° 40′ 56″ lat. N et 13° 44′ 36″ long. (de Greenwich ?), le navire anglais le *Victory* éprouva une violente secousse et ses deux mâts furent subitement jetés sur le côté comme par l'effet d'une violente tempête, bien que, dans le moment, le temps fût parfaitement calme. Bientôt des émanations sulfureuses se répandirent dans l'air, tellement fortes qu'à peine les gens de l'équipage pouvaient respirer. Le navire, après avoir éprouvé quelques avaries, par suite de ce choc inattendu, prit le large et l'équipage aperçut trois immenses boules de feu lancées du sein des eaux et visibles pendant six minutes.

— On écrivait de Constantinople, le 23 juillet :

Il y a quelques semaines, dit-on, la ville de Magnésie a été presque entièrement détruite par un tremblement de terre. A Broussa, la source thermale d'eau sulfureuse s'est tarie. (M. U., 10 août.)

— 16 août, 4 h. 38 m. du soir. A Raguse, tremblement précédé et suivi d'un grand mugissement souterrain. Il fut d'abord ondulatoire, puis vertical et dura 8 secondes; peu de minutes auparavant, la mer s'éleva beaucoup au-dessus de son niveau ordinaire et submergea toute la chaussée de Gravesa.

Le 17, à 3 h. 30 m. du soir, une deuxième secousse verticale. Elle a duré moins que la première; à 9 h. 45 m., troisième secousse instantanée et verticale encore.

Le 18, à 3 h. 30 ou 47 m. du soir, nouvelle secousse très-forte, verticale et précédée de détonations; elle a duré deux secondes. Le ciel était serein, le niveau de la mer bas et le vent SO.

Le 19, 4 h. 15 m. du matin, autre secousse de deux secondes.

Le 20, 6 h. du soir, secousse violente de 2 ou 3 secondes de durée; la mer était calme et basse. (J. D., M. U., *Estafette* et *Constitutionnel*, 18 septembre.)

1845. 9 octobre, à l'aube du jour. A Métetin, deux légères secousses; dans le courant du jour et le lendemain, les secousses plus ou moins faibles ont continué.

Le 11, 1 heure du soir, une secousse assez forte; à 2 heures, secousse encore plus forte, suivie d'une troisième d'une violence extrême. Dans le reste du jour et la nuit suivante, les secousses se sont répétées toutes les demi-heures.

Le 12, quatre légères secousses. Nuit du 12 au 13, cinq secousses, la dernière assez forte pour faire sortir de leurs lits les habitants effrayés.

Le 13, deux légères secousses seulement, vers 2 heures du soir. Nuit du 13 au 14, cinq secousses encore. Le 14, jour tranquille.

Le 15, 4 h. 45 m. du matin, secousse violente qui s'est longtemps prolongée; peu après, deux autres secousses; d'autres encore dans le jour.

Pendant la nuit du 14 au 15, des morceaux de roc d'une énorme grosseur se sont détachés de la montagne, près du village de Priscia, et ont écrasé 60 maisons, où une femme seule a péri. — Dans le village d'Acras, neuf maisons se sont écroulées de fond en comble. A Ayasso, l'église et quelques maisons se sont crevassées, et une masse considérable de rochers s'est détachée du mont Olympe. Le 11, deux énormes platanes, sur la place de l'arsenal à Mételin, ont eu leurs branches brisées et détachées. Plusieurs habitations ont aussi souffert; plusieurs familles se sont retirées sur les navires en rade ou sous des tentes. Durant cette longue suite de commotions, on a encore eu à déplorer d'autres malheurs. Dans le village de Ploumari, 8 maisons sont tombées entièrement, 40 ont été endommagées, ainsi que 20 à 25 magasins ou boutiques; à Vibari, plusieurs maisons et l'église ont été à moitié ruinées; à Liskoli, qui se composait de 70 à 80 maisons, deux seulement sont restées debout. On assure avoir remarqué dans les campagnes des mares d'eau, là où on n'en avait jamais vu. Les sources minérales qui étaient taries depuis plusieurs semaines, ont donné, après le tremblement, beaucoup plus d'eau qu'à aucune époque, et exhalé une forte odeur de soufre.

La secousse la plus violente a été ressentie à Chio, Foglieri, Karabarm et même à Constantinople.

Ces secousses se sont encore continuées plusieurs jours; celles du 23 (la nuit) ont été très-fortes. Les jours précédents, il avait fait un temps affreux; la foudre était tombée à plusieurs reprises.

A la même époque, à Smyrne, phénomène semblable. Le 11, 1 h. 30 m. (du soir ou du matin?) secousses pendant 30 secondes. Plusieurs secousses dans la semaine suivante. Des pluies torrentielles ont causé quelques dégâts dans les environs. Le 16, à 9 h. 30 m. du soir, une nouvelle secousse presque aussi forte que celles du 11. (J. D., 4 et 19 novembre; M. U., et *Époque*, 18 novembre.)

1845. — Nuit du 26 au 27. A Constantinople, tremblement assez fort. (M. U., 19 nov.)

1er décembre, 4 h. 42 m. du soir. A Raguse, forte secousse ondulatoire de trois secondes; à 10 h. 27 m., après un bruit sourd et prolongé dans l'atmosphère, autre secousse ondulatoire suivie, pendant 3 secondes, de faible ondulation.

Le 4, fortes secousses encore.

Le 5, 0 h. 30 m. du matin, très-forte secousse verticale de trois secondes de durée; elle fut précédée et suivie de détonations. A 4 h. 20 m. du soir, autre secousse violente de 2 ou 3 secondes, accompagnée d'un bruissement dans l'air. Les malades de l'hôpital ont déclaré avoir ressenti, du 1er au 5, de faibles secousses très-fréquentes.

— Le 10. A Mételin, une forte secousse.

Nuit du 11 au 12, une secousse verticale.

— Le 15, 9 h. 4 m. du soir. A Trieste, forte secousse ondulatoire du sud au nord, et de 8 secondes de durée. Elle paraît avoir été suivie d'une autre plus légère.

Le 21, 9 h. 45 m. du soir. A Fiume et dans les environs, une forte secousse ondulatoire de deux secondes de durée. A Trieste et à Venise, une secousse pareillement ondulatoire, mais du nord au sud, ou, suivant d'autres, du sud au nord, paraît avoir eu lieu à 9 h. 40 m.; durée, 3 secondes. Peu de secondes après, à Venise, autre secousse faible. La première a été ressentie à Laybach et Clagenfurt, dans le bassin du Danube. (M. U., 4 janvier, *Époque*, 7 janvier 1846.)

1846. — 12 janvier, un peu avant 9 heures du matin. A Fiume et dans les environs, secousse très-forte d'environ deux secondes de durée.

— 11 mars. A Mételin et à Smyrne, plusieurs secousse. (M. U., 16 avril.)

— Le 19, 7 heures du matin. A Zara (Dalmatie), secousse violente, verticale et ondulatoire. (M. U., et J. D., 13 et 14 avril.)

Le 21, 7 heures du matin. A Zara, forte secousse verticale qui finit par un mouvement ondulatoire; durée, 4 secondes; elle fut précédée d'un mugissement souterrain. (M. Pistolesi, d'après la *Gazetta di Firenze*, n° 42.)

Le 24, 7 heures du matin. A Zara, forte secousse précédée d'un bruit souterrain, elle fut d'abord verticale, puis ondulatoire. (M. Colla, sans indication de source.)

Y a-t-il eu une triple secousse? Ou bien faut-il admettre une double erreur de date?

— 6 juin. A Smyrne, tremblement violent.

Du 8 jusqu'au 16, secousses nombreuses en Messénie.

On cite celles du 10 à Mételin, et à Calamatta, où elles furent quotidiennes jusqu'au 20.

Le 11, 4 heures du matin, tremblement des plus violents. Les secousses se succédèrent pour ainsi dire sans interruption pendant plusieurs jours, et lorsqu'elles eurent cessé, il ne restait presque pas une seule maison debout dans la ville de Nisi, dans le bourg de Micromani, dans les villages d'Asprochomatos, de Calamios, d'Aslan-Aga, de Balinga et de Garizogli. Quoique moins dévastés que les localités ci-dessus, les villages de Basta, de Gliata, de Kourtkousi, de Phoutzala, de Pharmezi, Déliméri, Veis-Aga, Kalami, Katzikovi, Hospitakia, Kartepoli, Peperiksa, Anaziri, Hassan-Pacha, Calamara, Aloupochori et Mavromati ont été détruits en grande partie. La ville de Calamata a moins souffert, mais il n'y reste pas toutefois une seule maison qui n'ait été plus ou moins endommagée. Dans quelques endroits, la terre s'est ouverte et a vomi des eaux chargées de sable, qui ont envahi les champs et les oliviers de la contrée. Plusieurs plantations ont été bouleversées de fond en comble. Près de Baliaga, il s'est formé un petit lac dont les eaux sont chargées de matières sulfureuses. La population, écrivait-on alors, est dispersée dans les campagnes, en proie à une misère extraordinaire, campant sous de mauvaises tentes, ou se réfugiant dans les cavernes et dans les bois pour se garantir d'un soleil brûlant.

Des lettres d'Athènes, en date du 29 juin, annonçaient la mort de 28 ou 30 personnes, la ruine de 2,500 maisons et quatre millions de francs de dommages.

Depuis plusieurs jours, on remarquait à Mételin des variations extraordinaires de température. Vers la fin de mai, le thermomètre s'était élevé à 24° R., et dans les premiers jours de juin, il s'était abaissé rapidement jusqu'à 11°, avec une pluie qui a duré 24 heures, phénomène tout à fait étrange pour la saison; la température s'est maintenue ensuite entre 14 et 16°. Enfin, le 10, elle était encore de 20°.

Le 11, 9 h. 50 m. du matin. A Smyrne, une forte secousse. Quelque commotion violente a-t-elle eu lieu simultanément en Messénie?

Le 16, nouvelle secousse à Smyrne et dans un rayon de 20 lieues.

Nuit du 16 au 17, après minuit. A Patras, quatre secousses; chacune dura une seconde à peu près. (M. U., et *Constitutionnel*, 13 juillet; J. D., 5, 9 et 29 juillet.)

Le 20, tremblement à Calamatta.

Le 23, 5 h. 50 m. du soir. A Smyrne, une secousse très-forte; durée, 2 secondes.

Le lendemain 6 heures du soir, nouvelle secousse violente qui a duré 15 secondes et causé quelques ruines. (Lettres de MM. Pistolesi et Colla.)

Le 25, 6 heures ou 6 h. 10 m. du soir. A Smyrne, secousse qui a duré 15 secondes. Si elle eût continué, c'en était fait de la ville. De mémoire d'homme, on n'y avait ressenti pareille secousse; des éboulements considérables ont eu lieu; on ne peut rien dire encore sur le nombre des victimes. (*National*, 15 et 22 juillet; J. D., 14 juillet.) N'y a-t-il pas ici confusion dans les dates?

Le 26. A Smyrne, une secousse que s'étendit à 20 lieues de distance. (J. D., 29 juillet.) Ne s'agit-il pas de celle du 16?

1846. — 6 juillet, 5 h. 19 m. du soir. A Trieste, faible secousse ondulatoire du sud au nord.

— Le 14, 4 h. 25 m. du matin. A Smyrne, secousse très-forte qui fut suivie de faibles oscillations, cinq minutes après. Le vent du nord qui soufflait avec violence, cessa pendant la commotion terrestre et recommença après avec force.

Le 15, 2 heures du matin, deux nouvelles secousses faibles.

Le 24, 5 h. 30 m. du matin, deux nouvelles secousses.

Le 25, 5 h. 30 m. du soir. A Smyrne encore, tremblement terrible. L'atmosphère était entièrement calme, mais la mer très-agitée. Le mouvement a eu lieu du NO. au SE., et a duré pendant près d'une minute. Presque dans le même moment, on éprouvait aussi des secousses à Mételin. (M. U., 25 août; *Comptes-Rendus de l'Acad.*, t. XXIII, 1846, 2e semestre, p. 447; *Institut*, n° 658.)

— On écrivait d'Athènes, les 19 et 28 août :

On écrit de Nisi que les tremblements de terre ont recommencé en Messénie, moins forts que ceux qu'on y a ressentis il y a deux mois, mais assez cependant pour avoir effrayé la population. De nouveau, toutes les familles campent dans les champs, exposées le jour aux ardeurs d'un soleil brûlant et la nuit à la fraîcheur pénétrante d'une abondante rosée. Maintenant, les maladies déciment ces malheureux, malgré les secours de toutes sortes qui leur parviennent. Ces contrées jusqu'ici si florissantes, ces villages naguère si pleins d'aisance, sont maintenant d'un aspect désolant. (M. U., 4 septembre; J. D., 10 septembre.)

— 19 septembre. A Gallipoli (Turquie), deux fortes secousses.

— 3 décembre, 2 h. 50 m. (du soir ou du matin?). A Alep, une forte secousse.

1847. — 11 mars. A Smyrne, trois secousses; la première à 1 h. 30 m. du matin; la deuxième, cinq minutes après, et la troisième à 11 heures. La plus forte a été la première. (M. Pistolesi donne la date du 11, d'après la *Gazette de Florence*, et M. Colla, celle du 8, sans indication de source.)

— 4 juillet. A Gallipoli (Turquie), deux légères secousses.

— 7 août. Violentes secousses en Égypte. On craignait pour la Syrie, mais je n'ai rien appris sur cette contrée.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Ce catalogue présente de grandes lacunes. Durant certaines périodes, les manifestations du phénomène sont nombreuses, les faits semblent se renouveler avec une fréquence remarquable et leurs causes paraissent jouir d'une activité incessante; dans d'autres temps, au contraire, les faits n'apparaissent plus que de loin en loin, des séries d'années échappent à toute citation, et l'on serait tenté de croire que toute activité interne, que toute énergie *seismique*, s'est éteinte dans la région physique qui nous occupe. Conclurons-nous de là qu'analogue, sinon identique à la *volcanicité*, la cause simple ou complexe à laquelle doivent se rapporter les tremblements de terre, est intermittente, que plus ou moins active à certaines époques, elle faiblit parfois dans ses effets et perd de son énergie pendant des temps plus ou moins longs? Cette conclusion ne serait pas rationnelle.

En effet, plus le nombre des ouvrages qu'il m'a été donné de consulter s'est étendu et plus la liste des faits s'est développée. Si donc, certaines périodes de temps paraissent pauvres en faits, cela tient moins aux manifestations mêmes du phénomène, qu'au manque de sources où j'ai pu puiser. La pénurie des citations me paraît devoir être attribuée, tantôt à l'histoire elle-même, tantôt au défaut des communications. Si je n'ai pas pour tous les temps des faits aussi nombreux à signaler, ce n'est pas qu'ils aient manqué; c'est ce qui se manifeste, d'une manière évidente, pour les deux derniers siècles. Les observateurs seuls ont fait défaut à certaines époques, comme aujourd'hui; nous pouvons nous en convaincre en ce qui

regarde l'Europe [1]. Souvent, d'ailleurs, les communications internationales se sont ralenties ou même ont cessé avec cette région, et alors encore les observations ont été perdues pour nous. Telle me paraît être la cause des lacunes plus ou moins étendues de ce catalogue, et l'on peut admettre que, dans la péninsule Turco-Hellénique, les tremblements de terre sont toujours fréquents et souvent désastreux.

Ceci posé, je passe au résumé synoptique des tremblements de terre constatés, en les classant par siècles et par mois, d'après les mêmes principes qui m'ont guidé dans mes précédents mémoires.

SIÈCLES.	TREMBLEMENTS AVEC DATE MENSUELLE.												Avec DATES DE SAISONS		Avec DATES ANNUELLES seulement	TOTAL.
	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Octob.	Nov.	Dec.	Autom. et hiver.	Print. et été.		
IVe	»	»	»	»	»	»	1	1	»	1	»	1	3	1	15	23
Ve	1	»	1	3	»	1	»	»	3	»	1	»	»	»	9	19
VIe	1	1	»	1	1	»	2	2	2	3	2	2	»	»	10	27
VIIe	»	»	»	1	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	6	8
VIIIe	2	2	1	1	1	»	»	»	»	1	»	»	»	1	3	12
IXe	1	»	»	»	1	»	»	2	»	»	»	»	1	»	2	7
Xe	»	»	»	»	»	»	»	»	2	2	1	»	»	»	»	5
XIe	1	2	1	»	»	1	»	1	1	»	1	3	»	»	7	18
XIIe	»	»	»	»	1	1	»	»	»	»	»	2	»	»	19	23
XIIIe.	»	»	1	»	1	1	»	»	»	»	»	1	»	»	9	13
XIVe.	»	1	1	»	»	»	»	2	»	»	»	»	»	1	3	8
XVe	»	»	»	1	»	»	»	»	1	1	1	»	»	»	7	11
XVIe.	»	»	2	»	2	1	»	»	1	»	1	1	»	»	14	22
XVIIe	3	1	3	4	4	1	6	2	5	1	5	1	»	»	17	53
XVIIIe. . . .	9	8	5	9	10	13	12	8	11	8	9	8	2	»	12	124
XIXe.	22	20	16	10	16	15	14	22	14	17	12	14	2	2	1	197
	40	35	31	30	37	35	35	40	40	34	33	33	8	5	134	570
	Hiver . . 106			Printemps. 102			Été. . . . 115			Automne. 100						

[1] Depuis notre révolution de février, les journaux sont tellement occupés par les affaires politiques, que je n'y ai pas encore rencontré une seule mention de tremblement de terre, et nous sommes au 9 mai.

Contrairement à ce que j'ai trouvé dans mes autres mémoires, l'été est ici au premier rang, relativement au degré de fréquence du phénomène, suivant les diverses saisons; l'hiver a perdu sa prépondérance. C'est ce qu'on remarque d'ailleurs dans le tableau suivant, emprunté à M. Pouqueville; et qui est le résultat de 9 années d'observations faites à Janina, en Épire.

Nombre de jours où l'on a ressenti des tremblements de terre en Épire.

ANNÉES.	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Octob.	Nov.	Déc.	TOTAL.
1807	»	1	4	5	4	»	»	1	2	»	»	»	17
1808	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1	2
1809	1	»	»	»	3	»	»	1	»	»	»	»	5
1810	»	»	»	1	»	»	»	»	1	»	»	»	2
1811	»	»	1	»	»	»	»	1	1	»	»	»	3
1812	1	»	1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	2
1813	»	»	»	2	1	»	9	4	3	1	»	1	21
1814	»	»	»	»	»	1	»	»	»	»	3	»	4
1815	1	»	»	»	»	1	»	»	1	1	2	1	7
TOTAL.	3	2	6	8	8	2	9	7	8	2	5	3	63
	Hiver. . . . 11			Printemps . 18			Été. 24			Automne. . 10			

Si l'on considère les quatre points critiques de l'année, les solstices et les équinoxes, on trouve pour deux mois :

Décembre et janvier (solstice d'hiver).	73	tremblements.
Mars et avril (équinoxe du printemps)	61	»
Juin et juillet (solstice d'été)	70	»
Septembre et octobre (équinoxe d'automne).	74	»

Dans ce tableau, l'équinoxe du printemps paraît seul avoir une infériorité marquée. Cependant, M. Pouqueville regarde le phénomène comme périodique, au moins dans le bassin de Janina.

« Dans le bassin de Janina, dit-il, qui a pour soubassement des couches calcaires communes à toutes les chaînes inférieures des vallées de l'Épire, les tremblements de terre, qui sont très-fréquents, précèdent ou suivent toujours les pluies [1] d'une manière invariable [2]. Après une longue sécheresse, on est averti du changement de temps d'une manière subite par une secousse souterraine précédée d'un long sifflement dans l'air et accompagnée d'une détonation sourde. A peine ce mouvement a-t-il eu lieu, qu'on voit aussitôt des nuages blancs, voltigeant par flocons, se détacher des sommets des montagnes et s'élever dans les airs [3]. A la seconde commotion, qui éclate quelques heures après l'*explosion mère* (nom que les habitants donnent à ce coup de tonnerre souterrain), le ciel se couvre et une troisième, qui ne manque pas d'avoir lieu dans le courant de la journée, est suivie de pluie. Le ciel semble alors réconcilié avec la terre! On respire, les alarmes cessent; les personnes nerveuses, qui souffrent au point d'éprouver des convulsions; les femmes hystériques surtout, dont les accès sont tels, qu'elles poussent des cris étouffés et rauques, se sentent soulagées.

» Mais si les nuages ne répandent qu'une averse passagère, si la sérénité se rétablit, et que les vents cessent de souffler, alors les secousses recommencent jusqu'au moment où les tonnerres bruyants amènent un déluge d'eau, qui ne cesse pas de tomber pendant plusieurs jours. Ces phénomènes, dans lesquels l'électricité paraît avoir une part très-active, prennent une intensité désastreuse, lorsque les vents du sud-ouest et de l'ouest emportent les nuages au delà des montagnes. Alors les secousses se succèdent, la terre est ébranlée, on sent une sorte d'ondulation pendant des semaines entières, et il se manifeste des *limiques* ou épidémies, qui ne cessent qu'au retour du calme. On observa ce désordre de choses au mois d'août 1813. Des bruits semblaient sortir du fond de la terre; un

[1] Dans la Lycie, ils étaient le signe avant-coureur du beau temps. *In Lycia vero semper a terrae motu XL dies serenos esse* (Plin., *Hist. nat.*, II, c. 96).

[2] Les plus dangereux se manifestent quand les vents du midi ont soufflé pendant plusieurs jours: Ideoque post *austros noxii praecipue terrae motus* (*Ibid.*, c. 47).

[3] *Est in coelo signum, praeceditque motu futuro, aut interdiu, aut paulo post, tenuis ceu lineae nubes per coelum vellera ferri* (*Ibid.*, c. 81, *in notis*).

roulement sinistre accompagnait les commotions; on coucha pendant des nuits en plein air; on craignait à chaque instant d'être englouti. Comme on n'avait éprouvé que de légères ondées, on remarqua que l'automne qui suivit cette saison commença de bonne heure et fut extrêmement pluvieux.

» Aux approches du printemps, la cessation des pluies s'annonce par des tremblements de terre moins violents que ceux qui précèdent l'*hivernage*. Dans ces deux circonstances opposées, la direction de leurs mouvements dans le bassin de la Hellopie se prolonge du sud-est au nord-ouest sans secousse verticale. Toutes sont, comme je l'ai dit, accompagnées d'un bruit sourd qui vient de la terre et d'un sifflement dans l'air. Quelquefois une rafale impétueuse succède à l'ébranlement, et les commotions, qui sont toujours ternaires, se succèdent en diminuant d'intensité, comme si la cause productrice épuisait sa force par les détonations. On pourrait être prévenu, si on y faisait attention, des approches du danger par le vol des oiseaux, par les mouvements des rats qui s'agitent et qu'on voit quelquefois sortir en bandes dans les rues. Au moment où la nature est en travail, les chiens hurlent et les animaux s'arrêtent en poussant des cris, le ciel est de couleur cendrée, l'air est sans ressort, les plantes fanées. J'ai vu dans la campagne des arbres s'incliner et les moissons frémir sans être agitées par les vents. Pendant un séjour de dix années à Janina, je n'ai ressenti que des commotions périodiques, accompagnées des phénomènes dont je viens de rapporter les circonstances. » (Pouqueville, *Voyage en Grèce*, t. II, pp. 256 et 258.)

Ces longs détails que j'ai cru devoir rapporter, ne manquent pas d'intérêt. Bien qu'ils semblent être la paraphrase du texte d'un auteur ancien, il serait imprudent de les rejeter : M. Pouqueville était sur les lieux, il a observé par lui-même, et si l'on repousse ses idées théoriques, si l'on n'accorde qu'une assez légère confiance aux pronostics qui sembleraient annoncer les secousses, on doit néanmoins lui savoir gré de certaines circonstances qu'il a clairement signalées. Ainsi cette manifestation *ternaire* du phénomène est un trait remarquable de son tableau, et je regrette vivement de ne pas en trouver les preuves bien circonstanciées dans son ouvrage.

Quant à la périodicité, j'avoue qu'elle ne me paraît nullement ressortir de sa liste; et, d'ailleurs, relativement à la fréquence du phénomène dans les différents mois, on ne peut rien formuler; juillet, qui paraît avoir la prépondérance dans l'ensemble des 9 années d'observations, présente à la vérité 9 jours de secousses; mais on peut remarquer que ces 9 jours appartiennent à la seule année 1813.

Tout ce qu'il est permis de conclure de la liste de M. Pouqueville, comme de mon tableau synoptique, c'est que, dans cette région, les tremblements de terre paraissent avoir lieu à peu près également pendant les diverses saisons. Toutefois, le plateau de Janina mérite une étude spéciale relativement aux manifestations du phénomène en Europe.

Dans mes précédents mémoires, j'ai étudié la direction des secousses dans les régions physiques dont je me suis occupé, relativement aux systèmes orographique et hydrographique de ces contrées. J'ai trouvé en général que leur direction moyenne se rapprochait beaucoup de celle du *thalweg* des bassins de nos grands fleuves ou de la ligne de faîte de nos grandes chaînes de montagnes. Ici les directions signalées sont assez peu nombreuses, et la péninsule Turco-Hellénique présente un développement considérable de côtes diversement orientées. Il est difficile de ne pas recourir à deux divisions, comme je l'ai fait dans le tableau suivant :

DIRECTIONS.	COTES DE L'ADRIATIQUE de TRIESTE A ZANTE.	COTES DE L'ARCHIPEL.		Total.
		CONSTANTINOPLE.	SMYRNE.	
Du nord au sud	4	2	2	9 [1]
Du nord-est au sud-ouest	»	»	»	»
De l'est à l'ouest	2	»	»	3 [2]
Du sud-est au nord-ouest	1	»	»	1
Du sud au nord	4	1	1	6
Du sud-ouest au nord-est	1	»	»	1
De l'ouest à l'est	3	»	»	3
Du nord-ouest au sud-est	2	1	1	5 [3]

[1] Cette direction est mentionnée 1 fois pour Alep.
[2] Id. id. 1 fois pour Latakieh.
[3] Id. id. 1 fois pour l'île de Thassis (Thasos?).

La vue de ce tableau ne permet-elle pas de supposer que les secousses horizontales affectent en général la direction méridienne? La direction moyenne qui s'en déduit est celle du :

N. 34° 37′ O. au S. 34° 37′ E.

Le mouvement, signalé d'ailleurs très-souvent comme vertical, a paru une fois être gyratoire ou tourbillonnant, le 29 décembre 1820, à l'île de Zante.

Je terminerai ce mémoire par la liste des catalogues que j'ai déjà publiés sur les tremblements de terre.

I. *Note sur les tremblements de terre aux Antilles*, insérée aux *Comptes-Rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences de Paris*, t. XVI, p. 1283-1312, année 1843. Ce catalogue, augmenté de plus d'un tiers, a été publié aussi dans les *Mémoires de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres de Dijon*, année 1845-1846.

II. *Sur les tremblements de terre dans la Péninsule Scandinave;* ce mémoire est inséré dans les *Voyages en Scandinavie, en Laponie*, publiés par la Commiss. scientifique du Nord.

III. *Mémoire sur les tremblements de terre en France, en Belgique et en Hollande*, publié par l'Académie royale de Bruxelles, t. XVIII des *Mém. cour. et mém. des savants étrangers.*

IV. *Mémoire sur les tremblements de terre dans le bassin du Rhin*, même recueil, t. XIX.

V. *Mémoire sur les tremblements de terre dans la Péninsule Italique*, même recueil, t. XXII.

VI. *Note sur les tremblements de terre en Algérie et dans l'Afrique septentrionale*, insérée dans les *Mémoires de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres de Dijon*, année 1845-1846.

VII. *Mémoire sur les tremblements de terre dans le bassin du Rhône*, inséré dans les *Annales de la Société d'agriculture, histoire naturelle et arts utiles de Lyon*, t. VIII.

VIII. *Mémoire sur les tremblements de terre dans le bassin du Danube*, même recueil, t. IX.

IX. *Mémoire sur les tremblements de terre dans la Péninsule Ibérique*, même recueil, t. X.

X. *Mémoire sur les tremblements de terre aux Iles Britanniques;* même recueil, t. I, 2e série.

XI. *Mémoire sur les tremblements de terre dans le nord de l'Europe et de l'Asie*, présenté, par M. Kupffer, à l'Académie de sciences de St-Pétersbourg, qui en a voté l'impression : la Société d'Émul. des Vosges l'a publié en 1849.

XII. *Catalogue des tremblements de terre ressentis en* 1843, inséré aux *Comptes-Rendus de l'Institut*, t. XVIII, pp. 393 et suiv.

XIII. *Catalogues des tremblements de terre ressentis en* 1844, 1845, 1846, 1847 *et* 1848, insérés dans les *Mém. de l'Acad. des sciences de Dijon*, années 1847-1848 et 1849.

XIV. *Mémoire sur les tremblements de terre au Mexique*, publié par la Société d'émulation du département des Vosges, en 1848.

D'autres mémoires rédigés sont encore en portefeuille.

SUPPLÉMENT.

Comme je l'ai fait pour mes précédents mémoires, j'ajouterai à ce catalogue les faits dont j'ai eu connaissance depuis qu'il est rédigé.

815. — Août. A Constantinople, secousses pendant cinq jours. (Pertz, t. I, p. 202.) N'est-ce pas le même fait que j'ai cité à la date de 840?

856. — Le mont Acras, près de Laodicée, tomba dans la mer, pendant un tremblement qui se fit sentir dans la Syrie, l'Arabie, la Perse et jusque dans le Khorassan. (D'Herbelot, *Bibl. orient.*)

990. — (14[e] année de Basile, 379 de l'hégire.) A Constantinople, grands tremblements qui firent tomber un tiers de l'église de S[te]-Sophie et plusieurs maisons à Nicomédie. (Le Macine, *Vie des 49 chalifs*, trad. de Vattier, p. 260; Ximénez, p. 232.)

992. — (381 de l'hégire.) « A Damas, il arriva un grand tremble-terre, un samedy 17[e] jour du Mucharram (1[er] mois), qui fit tomber mille maisons et accabla quantité de monde sous les ruines. Il y eut en mesme jour un village abysmé en Beglabec. Les secousses ne cessèrent de s'entre-suivre jusques au vendredy, 14[e] jour de Saphar (2[e] mois), les hommes estant contraints de quitter leurs maisons et de sortir à la campagne. » (Vattier, *l. c.*, p. 262; Ximénez, p. 233.)

1616. — 2 août. A Alep, fort tremblement; les murs étaient agités comme les feuilles des arbres, dit Pietro della Valle. (*Voy. en Syrie*, t. II, p. 152.)

1650. — A Santorin, suivant Sturm, les secousses furent épouvantables du 24 septembre au 9 octobre. (*The hist. and philos. of Earthquakes*, p. 21.)

1714. — 27 juillet. A Patras, tremblement qui renversa les cloches et les portiques de plusieurs églises, ainsi que beaucoup d'édifices. Les tours du château se fendirent du haut en bas, et plusieurs créneaux s'écroulèrent.

— 28 août. Dans l'île de Céphalonie, tremblement beaucoup plus terrible, 280 maisons furent renversées. La terre s'ouvrit; il en jaillit des sources d'eau chaude, et les habitants passèrent deux mois campés dans les jardins.

— En 1715, les Turcs s'emparèrent de la Morée et de l'île S[te]-Maure, événements précédés par des tremblements de terre, qui annonçaient la colère céleste. (Pouqueville, *Voy. en Grèce*, t. V, p. 295.)

1718. — L'île de Chypre fut bouleversée par un tremblement de terre; la capitale fut détruite et beaucoup de personnes périrent sous les ruines. (M. F., décembre 1718, sous la rubrique de Gênes, 12 décembre, p. 179.)

1719. — 25 mai. La ville de Nicomédie a été renversée par le tremblement de ce jour. (M. F. juillet, p. 113, août, p. 103.)

1726. — 15 avril, midi un quart. A Alep, trois secousses assez fortes de l'est à l'ouest, pendant deux minutes; quelques vieilles murailles sont tombées. On les a ressenties à Alexandrette, à la même heure. (M. F., 1726, octobre, p. 2349.)

1732. — A Corfou, secousse assez vive accompagnée d'un grand bruit du côté du Fort où la mer parut se gonfler. Elle fut suivie de pluies désastreuses. (M. F., mars, p. 549.)

1737. — On écrit de Constantinople que, depuis peu, il y a eu plusieurs secousses violentes. Un château situé vis-à-vis le canal de Romélie fut renversé, la terre s'entr'ouvrit et il en sortit une telle quantité d'eau que plusieurs villages furent inondés. (M. F., juin, p. 1175.)

1739. — Le tremblement cité à la date du 24 mars est du 4 avril, nouveau style.

1740. — 24 janvier, de 7 heures du soir à 9 heures du matin du lendemain. A Janina (Epire), dix secousses si violentes que la terreur fut générale. (Pouqueville, *Voy. cité*, t. V, p. 306.)

1745. — Du 18 mars au 20 juin, à Smyrne, une vingtaine de secousses légères. Du 18 mars, 4 heures du soir, au lendemain, quatre secousses; depuis, on en a ressenti de temps en temps, en général la nuit, surtout vers le matin. L'auteur du récit, daté du 20 juin, ajoute qu'elles sont plus fortes dans la ville basse que dans la ville haute; qu'elles sont plus fréquentes aux équinoxes, surtout pendant celui du printemps : « Ce n'est pas seulement, écrit-il aussi, quand » le vent manque absolument et qu'il fait un calme plat qu'il y a lieu d'appréhender ces sortes » d'accidents; j'en ai senti dans le temps qu'il faisait vent frais (*). » (M. F., mars 1746, pages 80-82.)

1750? — On lit dans le *Mercure de France*, avril 1751, p. 172, sous la rubrique de Vienne, 3 février : « Des lettres de Fiume portent que la plupart des églises, des maisons religieuses et des magasins ont été abîmés avec les trois quarts de la ville par le dernier tremblement de terre. Dans le fort de ce tremblement, les flots de la mer furent si agités qu'ils submergèrent une petite île voisine de Fiume avec tous ses malheureux habitants. Le lendemain, on n'en aperçut plus aucun vestige. »

N'est-ce pas le même que j'ai cité à l'année 1751?

1759. — Aux détails donnés dans mon mémoire, sur le tremblement du 30 octobre, j'ajouterai la lettre suivante, datée de Tripoli : « Cette contrée a failli être entièrement détruite par un tremblement de terre qui s'est fait sentir dans une étendue de 100 lieues en long et presque autant en large, formant un espace d'environ 10,000 lieues carrées, où se trouve la chaîne de montagnes du Liban et de l'Anti-Liban, avec un nombre prodigieux de villages dont une grande partie n'est plus qu'un tas de décombres. Les secousses commencèrent ici le 30 octobre, à 4 heures du matin; les eaux des bassins versèrent et tout semblait annoncer un bouleversement général. Elles se firent sentir de la même façon à Burut (Baïrouth), qui est à 20 lieues au sud; mais elles furent plus violentes à l'Attaquire (Latakiéh), éloignée de 25 lieues au nord. Elles abattirent plusieurs maisons à Seyde, et quantité de gens furent ensevelis sous les ruines. Le camp des Français fut considérablement endommagé; mais il n'y périt personne, tout le monde s'étant réfugié à la campagne. A Acre, qui est à 15 lieues plus haut que Seyde, la mer franchit ses bornes, et les eaux se répandirent dans les rues, quoique plus hautes de 7 à 8 pieds que le

(*) Il a été dit plus haut : « Je n'en ai ressenti que trois depuis un an et demi que je suis ici. » Il en signale un désastreux en 1686. Il s'agit sans doute de 1688.

niveau de la mer; la ville de Saphet, qui est à 10 lieues au delà, fut totalement renversée, et la plus grande partie des habitants périt par la chute des maisons. Les secousses furent terribles à Damas, qui est à trois journées de Seyde; tous les minarets et quantité de maisons furent renversés, et la plus grande partie de ses habitants périt. On juge cependant que le foyer du tremblement s'est trouvé à Saphet, les secousses ayant été imperceptibles à Alep, d'où nous sommes éloignés de 50 lieues au nord, et ces secousses s'étant alors étendues près de 100 lieues en long et en large. Il y en a eu plusieurs autres successivement jusqu'au 25 novembre, qui n'ont pas causé beaucoup de dommage; et nous comptions nos alarmes finies, lorsque ce jour-là, sur les 7 heures du soir, les secousses recommencèrent ici d'une manière si terrible que quantité d'édifices s'écroulèrent; la terre tremblait sous les pieds pendant qu'on se retirait à la campagne. Le lendemain, sur les 4 heures du matin, il en succéda d'autres qui firent encore plus de fracas, et lorsque le jour fut venu, on en découvrit les tristes effets; les villages voisins ne présentèrent plus qu'un monceau de ruines : notre ville n'est plus habitable et nous sommes au milieu des champs. Bulbec (Baalbek), qui est à 15 lieues d'ici du côté du mont Liban, et un ancien château bâti par les Romains, avec des pierres dont trois suffiraient pour former la voûte d'un grand caveau, ont été entièrement renversées. La terre n'a point encore repris sa stabilité, et il est à craindre que toutes les villes de la Syrie n'éprouvent le sort de Lisbonne. » (M. F., 1[er] février 1760, p. 157-159.)

1778. — On écrivait de Constantinople le 17 octobre : Les lettres de Smyrne, datées du 8, portent que les tremblements de terre ont renouvelé les alarmes. Le 1[er], à 1 heure du soir, deux violentes secousses suivies de huit autres moins fortes, jusqu'à 9 heures; nouvelles ruines.

Le 3, nouvelles secousses; puis repos jusqu'au 8.

Le 24 et le 30, nouvelles secousses désastreuses.

— 1, 3, 4, 5, 7 et 16 novembre, nouvelles et fortes secousses. Celles des 5 et 16 causèrent une consternation générale.

— Du 17 décembre au 25 janvier suivant, on n'a plus ressenti de secousses; mais il a gelé toutes les nuits et il est tombé beaucoup de neige, ce qui est rare dans le pays. (M. F., 1778, décembre, p. 194; 1779, 25 janvier, p. 242, et 25 mars, p. 313.)

Le même journal (15 janvier 1779, p. 209) signale une très-forte secousse à Trieste, le 16 novembre. Elle fut accompagnée d'un orage très-violent pendant lequel la foudre tomba. N'est-ce pas celle du 18 que j'ai citée comme légère?

1779. — Le tremblement du 16 avril a eu lieu à 4 heures et demie du matin et a été composé de deux secousses; la seconde a réveillé tout le monde à Constantinople. (M. F., 15 juin, p. 195.)

1780. — On lit dans le *Mercure de France*, 11 novembre 1780, p. 56, sous la rubrique de Livourne, 15 octobre : Des lettres de Trieste annoncent que, depuis quelque temps, l'île de Candie, exposée à de continuels tremblements de terre, en a essuyé un dernièrement qui a été très-funeste. Le château d'Éropeter, avec 300 Turcs qui en composaient la garnison, a été englouti sous terre; 13 petits villages ont également disparu avec leurs habitants.

1783. — 20 mars. M. Lyell indique cette date et celle du 26 pour les secousses que j'ai citées d'après V. H. (Trad. de M[me] Meulien, t. III, p. 322.)

1786. — A Corfou, tremblement qui a renversé une grande partie de la ville; 120 personnes écrasées. (M. F.; 13 mai, p. 62, sous la rubrique de Naples, 12 avril.)

1837. — Du 18 mars à la fin du mois, à l'île d'Hydra, secousses désastreuses qui se sont renouvelées plusieurs fois chaque jour. Les îles d'Égine, de Poros et de Santorin n'ont guère moins souf-

fert de cet épouvantable tremblement dont les détails manquent, mais qui paraît avoir eu son centre à Méthone. Le 20 mars fut un jour funeste pour l'île d'Hydra, mais on signale aussi les secousses du 28 mars et du 3 avril, comme ayant causé de grands dommages dans l'Archipel et à Athènes. (*Berghaus, Länder und Völkerkunde*, t. II, p. 709.)

1841. — 5 juin, 20 minutes avant midi. A Athènes, secousses très-fortes. (Lamont, *Annalen für Meteor. und Erdmag.*, Heft VI, p. 221.)

1844. — 7 février, 10 h. 16 m. du soir. A Raguse (Dalmatie), pendant un fort vent du SSE. au NNO., long sifflement suivi d'une secousse de 5 ou 6 secondes de durée, et non moins violente que celle du 25 décembre précédent. Le ciel était sans nuages, le baromètre marquait 27 p. 10 l., le thermomètre + 5° R. Le même soir, à 11 heures, et le 8, à 4 heures du matin, nouvelles secousses. Sur la terre ferme, la secousse du 7 fut très-sensible à Slano, où elle ne fut pas moindre que celle du 14 septembre 1843; on la ressentit aussi à Scardona et Spalatro; à Dernis, elle dura 4 ou 5 secondes dans la direction de l'est à l'ouest et fut aussi précédée d'un long sifflement.

Le 9, fort scirocco, avec pluie.

Le 10, 3 heures du matin. A Zara, secousse ondulatoire du nord au sud, et de deux secondes de durée; l'air était calme, le ciel sans nuages. A 10 heures et demie du soir, nouvelle secousse légère. La température était douce, comme cela a lieu ordinairement pendant le scirocco; le baromètre était à 28 p. 3 l.

Dans les journées suivantes, quelques secousses encore, pendant le scirocco. Mais le vent passant de l'O. au SO., elles recommencèrent plus vivement.

— 22 mars, 1 h. 37 m. du matin. A Raguse, très-violente secousse oscillatoire de 3 secondes; à 2 h. 20 m. du matin, une secousse plus courte, et à 4 heures, tonnerre souterrain suivi d'une forte secousse saccadée de trois secondes de durée. Le ciel était pur, le vent SO. et la mer haute. Le baromètre marquait 28 p. 2 l., et le thermomètre + 10° R.

Le 23, 6 h. 30 m. du matin, oscillation courte et légère; à 6 h. 20 m. du soir, vibration qui dura deux secondes et fut moins violente que celle du 22. Le ciel était pur, la mer remarquablement basse. Le baromètre et le thermomètre n'avaient pas changé.

Le 24, 2 heures du matin, légère, mais assez longue vibration. Ces secousses ont été ressenties, non-seulement à Raguse, mais à Zara et Spalato ou Spalatro. (Communication de M. Plieninger.)

J'ajouterai que ce tremblement du 22 juin, à Raguse, consista en deux fortes secousses dont l'heure n'est pas indiquée, et celui du 1er juillet, en une secousse seulement. Ainsi mon catalogue constate une série remarquable de secousses en Dalmatie :

1843. Septembre, du 11 au 30, secousses quotidiennes;

Octobre, du 1er au 10, secousses quotidiennes, puis les 19, 20 et 21;

Novembre, les 17, 18 et 21;

Décembre, les 1, 12, 13, 22, 24, 25;

1844. Janvier, les 12, 13, 14, 15 et 21;

Février, les 5, 6, 7, 8, 10, (?), 18, 19, 23, 26, 27;

Mars, les 2, 3, 4, 9, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29;

Avril, le 27;

Mai, les 2, 26 et 27;

Juin, le 22;

Juillet, le 1er;

Août, les 1er, 3 et 4.

Comme les secousses sporadiques ou isolées sont assez fréquentes en Dalmatie, nous pouvons regarder cette série comme embrassant les sept mois de septembre 1843 à mars 1844, avec cette particularité qu'elles ont été beaucoup moins fréquentes dans les trois mois de novembre, décembre et janvier. Si nos renseignements sont exacts, il y aurait eu une espèce de temps d'arrêt dans le développement extraordinaire de l'activité seismique. Il sera d'ailleurs intéressant de rapprocher cette série d'autres séries analogues, soit en Savoie, en Écosse, en Italie, soit dans le Nouveau-Monde; mais je ne puis le faire ici.

1844. — 19 septembre, 9 heures du matin. A Alep, forte secousse de 20 secondes de durée.

Le 30, autre secousse moins forte. (Communication de M. Meister.)

1848. — Je ne connais aucun fait à signaler pour cette année.

1849. — 14 avril, 5 heures du soir. A Raguse, secousse légère.

Le 15, 4 ou 5 heures du matin, nouvelle secousse très-forte, avec mouvement ondulatoire de 5 secondes de durée. Elle fut précédée d'un bruissement très-violent. Température douce, + 14° R. (M. U., 5 et 6 mai.)

— 30 juin, 4 h. 20 m. du matin. A Raguse, secousses ondulatoires assez fortes, précédées d'un bruit de tonnerre. Elles n'ont duré que 3 ou 4 secondes.

— 16 juillet, 10 heures du soir. A Smyrne, quelques secousses.

Dans la nuit du 17 au 18, nouvelles secousses plus fortes.

— 10, 11 et 12 août. A Smyrne encore, diverses secousses.

— 21 décembre, 7 ³/₄, 8 ¹/₂ et 9 heures du matin. A l'île de Veglia (près de Trieste), trois secousses. (Communication de M. X. Meister, de Freising.)

1850. — 3 avril, vers 1 heure du matin. A Smyrne, une légère secousse; vers 2 heures, deuxième secousse. A 3 h. 10 m., secousse effroyable dont les oscillations allaient du NO. au SE. et qui ne dura pas moins de 14 secondes; un quart d'heure après, quatrième secousse, beaucoup plus faible et beaucoup moins prolongée; enfin, une cinquième et dernière secousse très-légère vers 4 heures et demie du matin. Bon nombre de maisons ont été endommagées dans la ville. Dans les campagnes environnantes où les habitations avaient considérablement souffert des pluies, les dommages ont été plus considérables qu'à Smyrne. On prétend que Nymphio a éprouvé beaucoup de dommages, ainsi que Cassaba et divers autres lieux, comme l'île de Scio, Gallipoli, etc.; mais les détails manquent.

Le 4, pas de secousse. Le 5, 7 h. 40 m. du matin, à Smyrne, une secousse faible; quelques autres légères jusqu'au 8.

Le 12, 7 h. du matin, une nouvelle secousse. (M. U., 24 avril, 2 et 3 mai; *Presse* du 25 avril.)

— 14 avril. A Raguse, tremblement qui a dépassé, par la violence et la durée, même celui de 1843; il a frappé d'épouvante les habitants. Il a commencé 10 minutes avant 1 heure par un mouvement ondulatoire; la catastrophe n'a été précédée que par une lueur éclatante qui a bientôt disparu. On avait fait ouvrir les portes de la ville pour que les habitants pussent au besoin se retirer. Les gros murs et les toits de beaucoup de maisons ont été endommagés, des meubles ont été brisés. Presque au même instant, à Zara, secousse de plusieurs secondes de durée. On dit que plusieurs maisons se sont écroulées à Stagno.

FIN.

DE

L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MOYEN AGE.

(VIII[e] AU XVI[e] SIÈCLE.)

MÉMOIRE

EN RÉPONSE A LA QUESTION SUIVANTE :

QUEL A ÉTÉ L'ÉTAT DES ÉCOLES ET AUTRES ÉTABLISSEMENTS D'INSTRUCTION PUBLIQUE EN BELGIQUE, JUSQU'A LA FONDATION DE L'UNIVERSITÉ DE LOUVAIN? QUELS ÉTAIENT LES MATIÈRES QU'ON Y ENSEIGNAIT, LES MÉTHODES QU'ON Y SUIVAIT, LES LIVRES ÉLÉMENTAIRES QU'ON Y EMPLOYAIT, ET QUELS PROFESSEURS S'Y DISTINGUÈRENT LE PLUS AUX DIFFÉRENTES ÉPOQUES?

PAR

CHARLES STALLAERT,

Archiviste de l'administration des Hospices et Secours de la ville de Bruxelles,

ET

PHILIPPE VAN DER HAEGHEN,

Chef de bureau à la même administration.

(*Couronné le 8 mai 1850.*)

Nemo perfecte sapit, nisi is qui recte diligit
(HRABAN MAUR.)

SOMMAIRE.

Nous avons divisé ce travail en deux parties principales, l'une historique, l'autre didactique.

La Première Partie comprend cinq chapitres :

I. Aperçu général sur l'état de l'instruction dans la Gaule et particulièrement en Belgique, pendant les règnes de Charlemagne, de Louis-le-Débonnaire et de Charles-le-Chauve. — Écoles cathédrales et monastiques. (VIIIe-IXe siècle.)

II. État de l'instruction publique en Belgique, depuis l'époque carolingienne jusqu'à la décadence des études dans notre pays :

1° Diocèses de Liége et d'Utrecht : A. *Écoles cathédrales;* — B. *Écoles monastiques;*

2° Diocèses de Courtray et de Cambray : A. *Écoles cathédrales;* — B. *Écoles monastiques.* (IXe-XIIe siècle.)

III. Écoles chapitrales ou communales. — Écoles latines et écoles élémentaires :

1° Diocèses de Liége et d'Utrecht;

2° Diocèses de Cambray et de Tournay. (XIIe-XVe siècle.)

IV. Les Belges professant et étudiant aux universités étrangères. — Université de Louvain. (XIIe siècle - 1426.)

V. (Appendice). Coup d'œil sur les écoles des Hiéronymites ou Frères de la vie commune. (1396 - XVIe siècle.)

La Seconde Partie traite des livres, des matières et des méthodes d'enseignement.

DE

L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MOYEN AGE.

(VIIIe AU XVIe SIÈCLE.)

PARTIE HISTORIQUE.

I.

APERÇU GÉNÉRAL SUR L'ÉTAT DE L'INSTRUCTION DANS LA GAULE, ET PARTICULIÈREMENT EN BELGIQUE, PENDANT LES RÈGNES DE CHARLEMAGNE, DE LOUIS-LE-DÉBONNAIRE ET DE CHARLES-LE-CHAUVE.

ÉCOLES CATHÉDRALES ET MONASTIQUES.

(VIIIe-IXe siècle.)

La domination romaine avait pesé sur la Belgique sans y laisser d'autres traces que celles d'une conquête spoliatrice, et les deux éléments qui restaient en présence : les vainqueurs et les vaincus, ne portaient pas en eux des germes propres à améliorer leur situation. Qu'avait à gagner le Nord à la prétendue civilisation d'un empire à l'agonie? D'un autre côté, le duel entre le polythéisme romain et les cultes païens des pays conquis, n'aboutit qu'à des persécutions sans avantages pour les populations.

Cependant, quelques empereurs avaient tenté de transplanter en Belgique la science romaine. Valentinien II avait établi à Trèves, ainsi que dans les principales villes de l'Empire, des écoles de rhéteurs et de grammairiens grecs et romains salariées par l'État [1].

Il était réservé aux apôtres du Christ, et principalement aux moines de l'ordre de St-Benoît, de fonder dans notre patrie une civilisation nouvelle et durable, en y répandant les germes féconds des arts et des sciences.

L'apparition des Bénédictins sur notre sol remonte au VIIe siècle. Alors, on le sait, la majeure partie de nos populations appartenait encore au paganisme, et la Belgique n'avait pas perdu cet aspect sauvage et désert dont s'alarmaient les historiens romains [2]. Érigés en propriétaires par les libéralités des princes et des grands, les moines établirent promptement un réseau de monastères sur les divers points du territoire [3]; tout en enseignant aux rudes habitants à cultiver la terre, ils les initièrent aux doctrines du christianisme, et, instituteurs, en même temps qu'apôtres, ils donnèrent de l'essor aux travaux de l'intelligence. Bientôt chaque monastère eut son école d'où la civilisation et la science se répandirent sur tout le pays.

Cette direction intellectuelle n'entrait pas, à la vérité, dans les vues du saint fondateur de l'ordre des Bénédictins [4]; mais si l'éloignement d'un monde perverti, le travail manuel et la prière constituaient seuls le but primitif de l'institution, la marche des idées avait rendu l'instruction et la supériorité de l'esprit, pour les moines comme pour le clergé régulier, une condition essentielle d'existence et d'avenir.

L'avenir était leur pensée-mère : c'était leur mission; il était donc na-

[1] Cramer, *Geschichte der Erziehung und des Unterrichts*, t. I, p. 444.

[2] ..... *Informem terris, asperam coelo, tristem cultu adspectuque, nisi si patria sit.* Tacit., *Germ.*, c. II.

[3] Mabillon, *Ann. Ben., passim.*— St-Bertin, 626; St-Pierre et St-Bavon, à Gand, 631; St-Martin, à Tournay, 631; St-Vaast, à Arras, vers 633; St-Amand, 634; Cougnon, Stavelot et Malmédy, 648; St-Ghislain, 649; Waulsort, 650; Fosse, 652; St-Ursmar, à Lobbes, 653; St-Trond, 662; Celles, vers 696; St-Omer, Alne et Thourout, VIIe siècle; St-Hubert, 706.

[4] Mabillon, *Traité des études monastiques*, c. I, p. 5.

turel qu'ils travaillassent à se préparer des successeurs dignes et capables.

Le premier enseignement littéraire émané des monastères fut nécessairement d'une simplicité qui dépassa rarement les besoins de la mission apostolique ou de la condition monacale; manquant d'ailleurs d'une direction régulière, uniforme et générale, d'une impulsion énergique, abandonnées à la merci du zèle, des goûts et du caractère d'un abbé, d'un écolâtre, ces études durent être, selon les circonstances, très-variées, souvent très-imparfaites, dans les diverses localités.

Dans toute l'Europe, d'ailleurs, depuis le Ve siècle jusqu'au milieu du VIIIe, les lettres étaient insensiblement tombées dans un déplorable état de décadence; l'ignorance et la barbarie étaient devenues excessives: l'esprit humain, pour nous servir de l'expression de M. Guizot, avait atteint le nadir de son cours [1]. Vers 768, d'après le témoignage d'un auteur qui écrivait un peu moins de cent ans après, « on ne voyait » plus en France aucun vestige des sciences et des beaux-arts : les ecclé» siastiques et les moines étaient les seuls qui, à peine, savaient lire et » écrire, ignorants dans tout le reste.

» La chute de l'Empire, ses désordres et ses misères, la dissolution » des rapports et des liens sociaux, les préoccupations et les souffrances » de l'intérêt personnel, l'impossibilité de tout long travail et de tout » paisible loisir, telles furent les causes de la décadence morale aussi » bien que politique et des ténèbres qui couvrirent l'esprit humain [2]. »

Les pieux auteurs de l'*Histoire littéraire de France* et Mabillon font une longue énumération des causes qui attirèrent la désolation sur les lettres et sur la société : l'extrême faiblesse des derniers rois de la première race; un interrègne qui dura plusieurs années; la tyrannie des maires du palais; les guerres intestines et extérieures; le désordre dans l'État; la vénalité des charges; la confiscation des biens ecclésiastiques; les évêchés livrés à des mercenaires; la direction des monastères remise à des laïques, et même

[1] Guizot, *Histoire de la civilisation en France*, 22e leçon; *Histoire litt. de France*, *État des lettres au VIIIe siècle*, t. V, p. 1-13.

[2] Guizot, *l. c.*

à des femmes sans mœurs; le relâchement de la discipline qui en était la conséquence; le dépérissement de la religion et de la morale; l'oppression des classes pauvres et l'égoïsme des grands [1].

On ne peut donner le nom d'enseignement public aux études qui se révèlent près de nos établissements religieux, avant que Charlemagne, leur imprimant une impulsion vigoureuse et uniforme, les rendît obligatoires et générales. Toutefois, ce premier enseignement, qui nous apparaît plutôt comme des études privées, mérite certainement d'être mentionné.

Saint Lambert qui, en 656, transféra à Liége le siége épiscopal de Tongres, avait été instruit dans les sciences divines et humaines par les évêques Remacle et Théodard, ses prédécesseurs, et avait passé sept ans d'exil au monastère de Stavelot [2].

Un prêtre du diocèse de Liége, du nom de Gottschalck, écrivit, vers 729 ou 730, la vie de saint Lambert [3].

Saint Willebrord, qui, vers 690, débarqua, à Utrecht, avec onze missionnaires anglais, y établit une école. C'est dans cette école, devenue célèbre, que Pepin, fils de Charles Martel, entre autres personnages illustres, reçut l'instruction.

Winfried, successeur et compatriote de saint Willebrord, plus connu

[1] *Ad tertium (nostri Ordinis) saeculum aggredior, cujus procellosa tempora, languente Francorum imperio, bellis cum domesticis, tum externis, pleraque superiorum temporum decora corruperunt. Nam ecclesiarum ac monasteriorum accisae res, et in beneficium datae ecclesiae; abbatiae ipsae pars direptae et destructae, pars laïcis hominibus traditae; immo et virorum monasteria quandoque probrosis mulieribus prodita. Episcopatus etiam indignis hominibus, vix tonsura praeditis, qualis fuit Milo, sola tonsura clericus, qui Trevirensem simul et Remensem episcopatus occupavit. Denique religio ipsa summopere labefactata ac ruinae proxima, nisi per Bonifacium e nostris Monguntinum antistitem, collaborantibus Carlomanno et Pippino principibus stetisset. Hic fere infelix rerum in Gallia status, dum per Carolum magnum pristinus ecclesiis ac monasteriis splendor restitui coepit.* Mabill., *Ann. Ben.*, éd. Paris, t. II, p. 1-2, l. 19, c. 1, *ad an.* 701. Voyez aussi p. 93, l. 21, c. 16, au sujet du diocèse de Reims et de la seconde Belgique en particulier. *Hist. litt. de France*, par les Bénédictins, *État des lettres au VIIIe siècle*, t. IV, p. 1-33.

[2] *In divinarum et mundanarum litterarum scientia exercitus.* Chapeauville, t. I. *Levens der Heyligen der Nederlanden*, t. III, 17 sept. — Saint Lambert naquit à Maestricht.

[3] Baehr, *Gesch. der Röm. Lit.*, t. III, supp., p. 191. Elle a été publiée par Canisius et Mabillon, *Lectt. antiqq.*, t. I, 2; p. 171 et sqq. (T. II, p. 135 sqq., *ed. nov.*)

sous le nom de saint Boniface (martyrisé en 755), continua son œuvre et professa lui-même [1]. On cite parmi ses disciples, saint Lulle, archevêque de Mayence; Sturm, abbé de Fulde; le roi Carloman et l'abbé Grégoire, qui dirigea pendant quelque temps l'église d'Utrecht.

Sous ce dernier, l'école de la cathédrale d'Utrecht acquit une renommée si grande, qu'on y vit affluer des élèves de tous les pays : de la France, de l'Angleterre, de la Saxe, de la Suède, de la Bavière et de la Frise [2].

Saint Aubert, évêque des siéges réunis de Cambray et d'Arras (633), qui aida à la fondation du monastère de S[t]-Vaast, n'a pas moins de titres à notre estime, en ce qu'il favorisa puissamment la propagation de la science dans le Hainaut et dans la Flandre (m. 668) [3].

Les monastères qui se signalent à cette époque par une activité littéraire, sont :

Stavelot, d'où sortirent saint Floribert, évêque de Liége (727), et saint Agilulfe, évêque de Cologne (745) [4].

Lobbes, dont l'abbé et évêque régionnaire Théodulfe assista à l'assemblée des évêques et des abbés à Attigny, en 765 [5], et dont le moine Abel, Écossais d'origine, devint archevêque de Reims [6].

S[t]-Bavon, à Gand, dont le moine Agelfrid devint abbé d'Elnon et ensuite évêque de Liége (769-785) [7].

[1] Nous rappelons ici le concile de Lestines (ou Liptines), en Cambrésis, tenu en 743, sous la présidence de saint Boniface, et dans lequel on rédigea la renonciation au démon et la profession de foi qui constituent le plus ancien document linguistique de nos populations germaniques. *Levens der Heyligen der Nederlanden*, t. II, p. 310. 5 juin. *Hist. litt. de Fr.*, par les Bénéd., t. IV, p. 81.

[2] D. Buddingh, *Gesch. van opvoeding en onderwys in de Nederlanden*, p. 6-8.

[3] *Levens der Heyligen der Nederl.*, t. IV, p. 505-508. 13 décembre.

[4] Mab., *Ann. Bened.*, t. II, p. 128, l. 22, c. 6, *ad a.* 745.

[5] Mort en 776. Mab., *Ann. Bened.*, t. II, l. 24, c. 2, p. 207, et c. 69, p. 236. — *Theodulfus episcopus de monasterio Laubas.* — *Ibid.*, l. 18, c. 53, t. I.

[6] Mab., *Ann. Bened.*, t. II, l. 21, c. 36, p. 103, *ad a.* 737 et *ad a.* 744, l. 22, c. 2, p. 126-128. Il paraît qu'ayant été évincé de son siége, il revint finir ses jours à Lobbes, en 744.

[7] Mab., *Ann. Bened.*, l. 25, c. 31, t. II, p. 263, *ad a.* 782, ed. Par. Il avait été d'abord moine d'Elnon; il fut chargé par Charlemagne d'amener en France Désiré, roi des Longobards, et de le conduire au monastère de Corbie.

St-Pierre, à Gand, dont l'abbé Baudemond (m. 731) nous est connu par une *Vie de saint Amand* [1].

St-Trond, où saint Bérégise, bienfaiteur et abbé de la maison, reçut l'instruction [2] et où Chrodegang, évêque de Metz, l'un des plus illustres prélats de l'époque, puisa les premiers éléments de la science [3] (m. 766).

Nous ne croyons pas nous écarter de notre sujet, en citant encore ici les noms de deux étrangers de distinction, que l'infortune poussa probablement à chercher un asile dans notre pays, et dont le séjour n'y aura sans doute pas été sans influence sur les lettres. L'étude est pour l'exilé le pain de l'âme; le fruit de son travail est souvent aussi le seul denier qu'il puisse offrir en retour de l'hospitalité. Le premier de ces étrangers est un

[1] Foppens, *Bibl. Belg.*

[2] *In Hasbaniensi monasterio S. Trudonis sub religionis habitu educatus, et litteris eruditus, tandem ad sacerdotii gradum sublimatus est.* Mab., *Ann. Ben.*, l. 19, c. 34, t. II, p. 16, *ad a.* 706, ed. Par. Saint Bérégise était né dans le Condroz, au village de Spongres.

[3] Le monastère de St-Trond peut revendiquer une belle part dans la célébrité de Chrodegang. Nous transcrivons ici l'éloge qu'on lit de lui dans l'*Hist. litt. de France*, par les Bénédictins de St-Maur, t. V, p. 128.

« Chrodegang, l'un des plus illustres évêques du VIIIe siècle, né au pays d'Haspengau, dans le » diocèse de Liége, d'une des premières familles entre la noblesse françoise, *reçut sa première » éducation au monastère de St-Trond*, d'où il fut envoyé à la cour de Charles Martel, où il exerça » la charge de référendaire ou chancelier du prince. Il passoit pour éloquent tant en latin qu'en » sa langue maternelle (la tudesque). En 742, il fut ordonné évêque de Metz. Il fonda dans son » diocèse, deux monastères sous la règle de saint Benoît, l'un dédié à saint Pierre, que l'on croit » être le même que celui de saint Hilaire, aujourd'hui saint Avold, et l'autre nommé Gorze, qui » fut depuis une école célèbre. Il eut aussi beaucoup de part à l'établissement de l'abbaye de » Lauresheim, fondée au diocèse de Worms par une dame sa proche parente.

» Il forma, dans son église cathédrale de St-Étienne, une communauté de clercs ou chanoines, » qu'il accoutuma à vivre dans un cloître et sous une règle comme les moines. C'est là, apparem- » ment, l'origine la mieux marquée des chanoines réguliers. Il n'oublia rien de ce qui pouvoit con- » tribuer à affermir et perfectionner ce nouvel établissement. Il y assigna des revenus suffisans, » afin que les chanoines, dégagés de tous les soins temporels, eussent plus de liberté de s'appliquer » aux exercices de piété, et veilla lui-même sur leur instruction.

» En 753, le mérite extraordinaire de Chrodegang le fit choisir par le roi Pépin et l'assemblée » générale des états du royaume, pour aller à Rome et amener en France le pape Étienne II. » A cette occasion, le pontife romain lui accorda l'honneur du *pallium* et le titre d'archevêque. » Ce fut peut-être en ce voyage de Rome que Chrodegang prit du goût pour *le chant romain*, » dans lequel il fit instruire ses clercs, et que l'on ne connaissoit point auparavant dans son Église.

» Ce qui a le plus contribué à rendre saint Chrodegang célèbre, est la règle qu'il composa pour

Écossais, du nom de Célestin, qui devint abbé de St-Pierre à Gand; après la bataille de Soissons, ayant encouru la disgrâce de Charles Martel, il fut relégué dans le monastère de Renaix [1]. L'autre est Eucherius, évêque d'Orléans, que le même prince exila, d'abord à Cologne, ensuite dans le monastère de St-Trond, où il passa les six dernières années de sa vie [2] (m. 738).

Divers conciles s'étaient déjà occupés de l'enseignement. Le concile de Vaison, tenu en 529, veut : « ainsi que c'est la salutaire coutume dans » toute l'Italie, que les prêtres reçoivent dans leurs maisons de jeunes » lecteurs *non mariés* [3], qu'ils instruiront et en qui ils se prépareront de » dignes successeurs [4]. »

» ses clercs, tirée pour la plus grande partie de celle de saint Benoît, autant que la vie monastique » pouvoit compatir avec les fonctions de clercs destinés au service de l'Église.

» Cette règle étoit passée en Angleterre, et introduite dans la cathédrale d'Excestre par les » soins de l'évêque Lefric. Ce prélat *avoit été élevé dans le pays auquel on a donné, dans la suite,* » *le nom de Lorraine.* Elle fut aussi observée en Italie, et on croit généralement par tous les » chanoines des environs de Metz. »

D'après Foppens, *Bibl. Belg.*, il y aurait eu aussi à St-Trond, vers 760, un moine lettré du nom de Florus, qualifié d'*écolâtre*, qui aurait augmenté le *Martyrologium de Beda* et écrit un traité intitulé: *Exegesis sive Expositio missae.* Il existe une grande incertitude au sujet de ce Florus. *L'hist. litt. de France*, t. V, p. 216, place sa mort en 859 ou 860 et le dit diacre de l'Église de Lyon. Le Mire, d'après Trithème et divers autres écrivains, avance qu'il y a eu deux auteurs de ce nom.

Mabillon ne mentionne pas d'autre Florus que celui qui fut diacre et prêtre de l'Église de Lyon. Baehr., *Gesch. d. Röm. Lit. i. Karol. Zeit*, n'admet pas ce Florus de St-Trond : *Neben diesen Florus, dem Diaconus zu Lyon, noch einen andern Florus, einen Abt von St-Tron bei Lüttich, als Verfasser des Martyrologium anzunehmen, ist unstatthaft.* 3er suppl., p. 448. Ce savant attribue aussi *au diacre de Lyon* le traité intitulé: *De expositione missae*, *Expositio in canonem missae* ou *De actione missarum.* Ibid., p. 449. — Et plus loin, p. 451, il dit : *In keinem Fall aber wird ein anderer Florus, Abt van St-Tron, als Verfasser dieses Martyrologium's zu betrachten seyn, welches in den* Actt. Sanctt., *prolog., II tom., mensis Mart., p. 5, ff. abgedruckt steht.*

[1] Mab., *Ann. Ben.*, l. 20, c. 30, t. II, p. 54, *ad a.* 719.

[2] *Ibid.*, l. 21, c. 44, t. II, p. 106; voir aussi p. 92.

[3] La traduction de M. Guizot nous semble devoir être rectifiée de cette manière. *Hist. de la civil.*, 4e tableau.

[4] *Concilii canon 1us nos docet magnam tunc temporis fuisse scholarum penuriam, nec in majoribus passim ecclesiis hoc institutum viguisse : « quandoquidem patres jubent, ut omnes presby-» teri, qui sunt in parochiis constituti, secundum consuetudinem quam per totam Italiam salubriter » teneri cognoverant, juniores lectores, quantoscunque sine uxore habuerint, secum in domo sua*

Deux ans plus tard, le concile de Tolède, statue « que les enfants voués » au cléricat seront instruits près des évêchés jusqu'à l'âge de 18 ans, » époque où ils pourront se consacrer au célibat ou prendre femme [1]. »

Le concile de Clif en Angleterre, tenu en 747, prescrit aux évêques, aux abbés et aux abbesses de s'attacher soigneusement à l'instruction des personnes confiées à leur direction, et d'exciter chez les enfants l'amour de la science divine (des Saintes-Écritures), afin qu'un jour ils se rendent utiles à l'Église [2].

Mais les louables efforts des conciles restèrent impuissants devant l'énormité de la tâche et n'exercèrent qu'une influence momentanée et superficielle.

Charlemagne, de son regard d'aigle, embrassa les besoins de la société et conçut en même temps les moyens propres à rendre vie et vigueur à ce corps délabré. Son ambition de reconstituer l'Empire romain, fut le principal levier qui sauva la société. Fort de son génie, il avait la force des armes pour conquérir et dompter; pour consolider sa grande œuvre, il sut habilement s'associer le clergé, la seule puissance morale et intelligente de ce siècle. C'est en combinant avec sagesse ces deux éléments : l'État et l'Église, le pouvoir physique et le pouvoir moral, qu'il parvint à l'accomplissement de ses vastes desseins.

» *recipiant, quos, ut boni patres, spiritualiter instituant in psalmis, lectionibus divinis et in lege* » *Domini, ut sibi dignos successores provideant.* » *Non mirum itaque si in monasteriis, ubi ejusmodi vigebat institutio, externi etiam nonnumquam alerentur.....* (Mab., *Ann. Bened.*, l. 3, c. 54, t. I, p. 75, *ad an.* 537.)

[1] ..... *Ut hi (pueri) quos voluntas parentum a primis infantiae annis clericatus officio mancipavit, mox ut detonsi, ac ministerio ecclesiastico contraditi fuerint, in domo ecclesiae, sub episcopali praesentia, a praeposito sibi erudirentur ad decimum octavum aetatis annum, quo facultatem haberent vel coelibatum, vel conjugium eligendi.* (Mab., ibid., c. 55.)

[2] *Canone 7°. Ut episcopi, abbates et abbatissae diligenter curent per familias suas lectionis studium accurate observari. Nam dictu dolendum esse, quod tunc perpauci invenirentur, qui ex animo sacrae scientiae darent operam, et vix ulli quidquam laboris ad discendum vellent insumere: quin potius a juvenili aetate vanis et inanibus rebus occuparentur, praesenti vitae fluxae et instabili amplius quam Sacrarum Scripturarum lectioni ac scientiae addicti. Proinde ejusmodi coërcendos, exercendosque in scholis pueros et inflammandos ad sacrae scientiae amorem, ut eruditi demum fiant ad omnimodam Ecclesiae utilitatem. Denique monendos rectores, ne sic terrenis negotiis se dedant, ut domus Dei defectu spiritalis cultu omnino vilescat.* (Mab., *Ann. Ben.*, ed. Par., l. 22, c. 19, t. II, p. 136, *ad a.* 747.)

Sous ce règne, les lettres ne tardèrent pas à renaître et même à fleurir, et Charles eut le bonheur d'en goûter encore les doux fruits.

Il obtint ces résultats par de sages lois, par les honneurs et par les encouragements qu'il prodigua aux savants, et enfin par le goût qu'il manifesta lui-même pour les études.

Déjà, en 769, un capitulaire avait statué : « que tout évêque ou prêtre, » avant d'entrer en fonctions, serait soumis à l'examen devant un synode ; » que ceux qui seraient trouvés incapables de remplir leur ministère, se- » raient suspendus de leurs fonctions jusqu'à ce qu'ils eussent donné » pleine satisfaction pour l'avenir ; qu'enfin les prêtres qui auraient été » à plusieurs reprises avertis par l'évêque, relativement à leur savoir, » et qui négligeraient de s'instruire, seraient suspendus de leurs fonctions » et renvoyés de l'église qu'ils desservaient [1]. »

Un capitulaire de l'an 787, adressé, en forme de circulaire, à Baugulf, abbé de Fulde, à tous les évêques et à tous les monastères, se plaint de l'ignorance générale en matière de grammaire et de rhétorique, et ordonne l'institution d'écolâtres zélés et capables, près des cathédrales et des monastères [2].

[1] Capitul., *de a.* 769-771, Pertz, t. III, p. 32-34 :

N° 4. *Statuimus ut secundum canonicam cautelam omnes undecunque supervenientes ignotos episcopos, vel presbyteros, ante probationem synodalem in ecclesiasticum ministerium non admitteremus.*

N° 15. *Sacerdotes qui rite non sapiunt adimplere ministerium suum, nec discere juxta praeceptum episcoporum suorum pro viribus satagunt, vel contemptores canonum existunt, ab officio proprio sunt submovendi quousque haec pleniter emendata habeant.*

N° 16. *Quicumque autem a suo episcopo frequenter admonitus de sua scientia, ut discere curet, facere neglexerit, procul dubio et ab officio removeatur, et ecclesiam quam tenet, amittat; quia ignorantes legem Dei eam aliis annuntiare et praedicare non possunt.* (Capitul. de 769, t. I, col. 191 et 193, §§ 4, 15, 16.

[2] Baluze, t. I, col. 201-204; Pertz, t. III, p. 52-53, *ad a.* 787. — Karolus, gratia Dei rex Francorum et Longobardorum, ac patricius Romanorum, *Baugulfo abbati et omni congregationi, tibi etiam commissis fidelibus oratoribus nostris, in omnipotentis Dei nomine amabilem direximus salutem. Notum igitur sit Deo placitae devotioni vestrae, quia nos una cum fidelibus nostris consideravimus utile esse, ut episcopia et monasteria, nobis, Christo propitio, ad gubernandum commissa, praeter regularis vitae ordinem atque sanctae religionis conversationem*, etiam in litterarum meditationibus, eis, qui, donante Domino, discere possunt, secundum uniuscujusque capacitatem, docendi studium debeant impendere : *qualiter sicut regularis norma honestatem morum, ita quoque*

Un capitulaire de la même année traite de la culture des lettres et de la correction des livres, ainsi que des offices ecclésiastiques [1].

Le capitulaire de 789 s'exprime en ces termes : « Aux prêtres. Ce que » nous demandons surtout avec instance, c'est de voir les prêtres honorer » leur ministère par de bonnes mœurs, ... afin que leur conduite » exemplaire en attire un grand nombre au service de Dieu;

» Qu'ils tâchent de conquérir et de s'associer non-seulement des en- » fants de condition servile, mais aussi des fils d'hommes libres [2].

» Que l'on institue des écoles de jeunes lecteurs [3];

docendi et discendi instantia ordinet et ornet seriem verborum: ut, qui Deo placere appetunt recte vivendo, ei etiam placere non negligant recte loquendo. Scriptum est enim : aut ex verbis tuis justificaberis, aut ex verbis tuis condemnaberis. Quamvis enim melius sit bene facere, quam nosse; prius tamen est nosse, quam facere. Debet ergo quisque discere quod optat implere: ut tanto uberius, quid agere debeat, intelligat anima, quanto in omnipotentis Dei laudibus sine mendaciorum offendiculis cucurrerit lingua. Nam cum omnibus hominibus vitanda sint mendacia; quanto magis illi secundum possibilitatem declinare debent, qui ad hoc solummodo probantur electi, ut servire specialiter debeant veritati? Nam cum nobis in his annis a nonnullis monasteriis saepius scripta dirigerentur, *in quibus, quod pro nobis fratres ibidem commorantes in sacris et piis orationibus decertarent, significaretur* : cognovimus in plerisque *praefatis conscriptionibus* eorumdem et sensus rectos, *et* sermones incultos : *quia quod pia devotio interius fideliter dictabat*, hoc exterius, propter negligentiam discendi, lingua inerudita exprimere sine reprehensione non valebat. *Unde factum est, ut timere inciperemus*, ne forte, sicut minor erat in scribendo prudentia, ita quoque *et multo minor esset, quam recte esse debuisset*, in eis Sanctarum Scripturarum ad intelligendum sapientia. Et bene novimus omnes, quia, quamvis periculosi sint errores verborum, multo periculosiores sunt errores sensuum. Quam ob rem hortamur vos litterarum studia non solum non negligere, verum etiam humillima et Deo placita intentione ad hoc certatim discere, ut facilius et rectius divinarum Scripturarum mysteria valeatis penetrare. Cum autem in sacris paginis schemata, tropi et caetera his similia inserta inveniantur, nulli dubium est, quod ea unusquisque legens tanto citius spiritualiter intelligit, quanto prius in litterarum magisterio plenius instructus fuerit. Tales vero ad hoc opus viri eligantur, qui et voluntatem et possibilitatem discendi, et desiderium habeant alios instruendi. *Et hoc tantum ea intentione agatur, qua devotione a nobis praecipitur. Optamus enim vos, sicut decet ecclesiae milites, et* interius devotos, *et* exterius doctos, castosque bene vivendo, et scholasticos bene loquendo : *ut quicumque vos, propter nomen Domini et sanctae conversationis nobilitatem ad videndum expetierit, sicut de aspectu vestro aedificatur visus*, ita quoque de sapientia vestra, quam in legendo seu cantando perceperit, instructus, *omnipotenti Domino gratias agendo gaudens redeat.* (Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 278, c. 279, *a. b.* l. 25., c. 64, *ad a.* 787, ed. Paris.

[1] Baluze, t. I, col. 203-206.

[2] Ce passage nous prouve que le clergé était le plus souvent obligé de se recruter parmi les serfs.

[3] *Legentium puerorum.* La collection d'Anségise et Benoît porte : *gentilium puerorum.*

» Qu'ils apprennent dans tous les monastères ou évêchés les psaumes,
» la note, le plain-chant, le comput, la grammaire;

» Qu'ils aient surtout des livres catholiques bien corrects, parce que
» souvent en voulant demander bien quelque chose à Dieu, on le demande
» mal par des livres incorrects;

» Ne permettez pas que vos enfants (jeunes clercs) les altèrent en les
» lisant ou en les transcrivant;

» Et s'il s'agit de copier l'Évangile, le Psautier ou le Missel, qu'ils soient
» transcrits par des hommes d'un âge mûr et avec beaucoup de soin [1]. »

Une ordonnance de la même année enjoint encore aux évêques d'examiner soigneusement les prêtres sur leur croyance et sur leur instruction [2].

Le concile d'Aix-la-Chapelle, tenu en 802, par ordre de Charlemagne, s'occupa beaucoup de la discipline ecclésiastique et monastique, et des connaissances que l'on devait exiger des prêtres, des abbés et des moines [3].

Les capitulaires de 804, de 805 et de 811 prescrivent aux prêtres la connaissance du comput, du chant romain, des Saintes Écritures et d'autres notions touchant le dogme et le rite. Ce ne sont, pour la plupart, que des répétitions d'ordonnances antérieures.

Le capitulaire de l'an 804, adressé aux prêtres, veut :

1° Que le prêtre du Seigneur soit instruit dans l'*Écriture Sainte*, qu'il croie rigoureusement au mystère de la Trinité, qu'il l'enseigne aux autres, et qu'il soit apte à bien remplir ses fonctions;

2° Qu'il sache par cœur *le psautier* en entier;

3° Qu'il sache par cœur le rituel et les paroles du *baptême;*

[1] Baluze, t. I, col. 237, § 70, et col. 714, § 68.

[2] Baluze, t. I, col. 236, § 68. — « Les évêques examineront soigneusement les prêtres de leurs
» paroisses, leur *foi*, leur manière de *baptiser* et de célébrer la *messe;* s'ils possèdent la vraie foi,
» et s'ils confèrent le baptême suivant les prescriptions de l'Église; s'ils comprennent bien les
» prières de la messe; si les psaumes sont chantés convenablement selon la division des versets;
» s'ils comprennent l'oraison dominicale, et l'expliquent à tous d'une manière intelligible, afin
» que chacun sache ce qu'il demande à Dieu.

» Les évêques veilleront à ce que le *Gloria patri* soit chanté par tout le peuple avec tout le res-
» pect dû, et que le prêtre lui-même chante de concert avec les saints anges et le peuple de Dieu,
» *sanctus, sanctus, sanctus.* »

[3] *Conventus Aquisgranensis.* Sur la discipline ecclésiastique et monastique. — *Praeter missos dominicos Carolus conventum omnium ordinum Aquisgranum indixit, in quo quid in unoquoque*

4° Qu'il connaisse les canons, et qu'il possède bien son *pénitential;*

5° Qu'il connaisse le *comput* et le *chant* [1].

Le capitulaire de l'an 805 :

Que tous apprennent exactement l'art *du comput;*

Que l'on envoie des enfants s'instruire dans *l'art de la médecine* (?);

Que l'on apprenne *le chant*, et cela d'après l'ordre et la méthode de *l'Église romaine*, et que l'on mande des chantres de Metz.

Que les *scribes* n'écrivent pas fautivement [2].

Le capitulaire de 811 porte :

Nous devons questionner les ecclésiastiques (évêques, abbés ou moines) sur les Saintes-Écritures; car il faut que non-seulement ils les apprennent eux-mêmes, mais qu'ils les enseignent aux autres [3].

Les conciles d'Arles, de Mayence, de Reims, de Tours et de Châlons-sur-Saône, tenus en 813, par ordre de Charlemagne, ont encore pour objet la discipline et les études, et celui de Châlons, insistant sur l'établissement d'écoles, s'exprime dans les termes suivants : « Ainsi que notre » seigneur l'empereur Charles.... l'a ordonné, il faut *que les évêques éta-* » *blissent des écoles*, dans lesquelles on enseigne habilement les études lit- » téraires [4] et les Saintes Écritures; que l'on y instruise des hommes dont

ordine emendandum ac corrigendum esset, dispiceretur. Convenere eo in loco seorsim episcopi, seorsim abbates; illi canones cum decretis pontificum relegendos censuere, ac demum praecepere, ut clerici ad praescripta canonum viverent : hi vero S. Benedicti regulam sibi pro speculo proposuere. « *Porrecta utrisque capitula, de quibus examen fieret. De abbatibus, utrum secundum regulam* » *et canonice viverent, et si regulam et canones callerent. De monasteriis virorum, ubi monachi sunt,* » *an secundum regulam vivant monachi, ubi promissa est.* » *Nam in quibusdam monasteriis promissio regulae penitus neglecta erat, nec ulla sollemnis professio fiebat, ut in monasterio S. Dionysii, ubi alii ne regulam quidem noverant, alii votum de ea servanda ab se factum negabant. De monasteriis porro puellarum, utrum secundum regulam, ac canonice viverent.....* (Mab.. *Ann. Ben.*, ed. Paris., t. II, p. 358-359, l. 27, c. 10, *ad a.* 802.)

[1] Baluze, t. I, c. 417.

[2] Capit. de Charlemagne de 805, §§ 2, 3 et 5; Baluze, t. I, c. 421.

[3] Capit. de Charlemagne de 811, § 3; Baluze, t. I, c. 479.

[4] *Litteraria solertiae disciplinae et Sacrae Scripturae documenta.* Les auteurs de l'*Histoire littéraire de France* traduisent : *les subtilités de l'école* et les doctrines de l'Écriture Sainte; c'est-à-dire, ajoutent-ils, comme l'explique le troisième concile de Valence, l'une et l'autre littérature, la profane et la sacrée, dont on établit également la nécessité. — *Hist. litt.*, t. IV, p. 1-33. Launoi, *de Scholis celebr.*, c. 1, p. 8.

» le Seigneur puisse dire à bon droit : Vous êtes le sel de la terre, etc. [1]. »

Si Charlemagne avait tant à cœur l'instruction du clergé, il n'oublia pas celle du peuple ; seulement il la borna à un enseignement purement moral et religieux. Il commina même des châtiments, consistant d'ordinaire en jeûnes, contre ceux qui négligeaient de s'instruire. Aux termes d'un capitulaire de 804, les laïques qui ne sauront pas le symbole des apôtres et l'oraison dominicale, jeûneront, ne prenant que de l'eau, et seront fustigés jusqu'à ce qu'ils aient appris ces prières ; *s'ils persistent dans leur ignorance, leurs noms seront rendus publics* [2].

Des leçons de catéchisme étaient données dans les monastères et dans les presbytères. On permit à cet effet l'usage de la langue vulgaire, que Grégoire-le-Grand paraît avoir sévèrement défendu pour tout ce qui avait rapport au culte [3] (et l'instruction religieuse ne doit pas en être séparée). Peut-être aussi régnait-il à cet égard un préjugé erroné.

Des envoyés royaux *(missi dominici)* étaient chargés de veiller à l'observation de ces lois. Ils représentaient l'Empereur qui en désignait, le plus ordinairement, deux par province, parmi les évêques et les abbés d'un côté, les comtes et les ducs de l'autre [4].

L'enseignement émanait directement de l'État et ressortissait unique-

[1] Launoi, *de Scholis celebr.*, c. 1, p. 8.

[2] Cité par Cramer, *Gesch. der Erz. in den Niederl.*, § 48. Baluze, coll. *Ans. et Ben.*, t. I, l. 5, col. 855-856, § 161. — *Symbolum, quod est signaculum fidei, et orationem dominicam semper admoneant sacerdotes populum christianum. Volumusque ut disciplinam condignam habeant qui haec discere negligunt, sive in jejunio, sive in alia castigatione. Propterea dignum est, ut filios suos donent ad scholam, sive ad monasteria, sive foras presbyteris, ut fidem catholicam recte discant et orationem dominicam, ut domi alios docere valeant. Qui vero aliter non potuerit, vel in sua lingua hoc discat.*

[3] *Ibid.*; l. 6, col. 954, § 185; *Capit. de* 794, col. 270, § 50. *Ut nemo credat quod* nonnisi in tribus linguis *Deus orandus sit, quia in omni lingua Deus oratur et homo exauditur, si justa petierit.* Guizot, *Histoire de la civilisation en France*, t. II, p. 166, 21e leçon, croit que Charlemagne avait ici en vue les langues grecque, latine et germanique. Il nous semble bien plus naturel d'entendre par ces trois langues, l'hébreu, le grec et le latin, comme le pense du reste aussi Rudolf van Raumer, *die Einw. des Christ.*, etc., p. 248.

Qu'aucun prêtre n'enseigne en public dans l'église que dans la langue que les auditeurs comprennent. Que la prédication se fasse toujours en langue vulgaire. Collect. d'*Anségise et Benoît*, l. 6, 185. Baluze, t. I, col. 954. — Concile de Mayence, can. 25.

[4] Cantu, *Hist. univ.*, t. VIII, p. 519.

ment à son autorité : l'État donnait des lois, organisait, surveillait, punissait et récompensait.

Les évêques et les abbés en étaient les administrateurs dans leur ressort respectif. L'intimité qui régna constamment entre l'État et l'Église, l'Empereur et le Pape, maintint entre les deux pouvoirs un équilibre d'action et une rivalité de zèle qui furent tout à l'avantage des lettres. Mais cet heureux accord devait bientôt se rompre et se perdre entre les mains des successeurs de Charlemagne, moins énergiques et moins sages que ce grand prince.

Nous venons de voir les ordonnances et les dispositions réglementaires prises au sujet de l'instruction. C'est là que se retrouve la base de la restauration des lettres.

Les honneurs et les avantages que Charles prodigua aux savants, et l'estime particulière qu'il professait pour eux, fécondèrent activement le sol ainsi préparé par une législation tout à la fois vaste et minutieuse. Il s'entoura d'esprits supérieurs, en fit sa société ordinaire et les consulta en mainte occasion.

A la tête de ces hommes éminents se présente Alcuin, « le confident, » le conseiller, le docteur et pour ainsi dire le premier ministre intellec- » tuel de Charlemagne [1]. » Né à Yorck en Angleterre, vers 735, il fut élevé dans le monastère de la cathédrale de cette ville, où il eut pour maître l'archevêque Egbert (m. 766), disciple de l'illustre et vénérable Beda (672-735). Dans cette école célèbre Alcuin apprit non-seulement le grec et le latin, mais encore les éléments de l'hébreu, et il y professa lui-même dans la suite. Vers 780, il avait été chargé d'une mission à Rome, lorsque Charlemagne le rencontra à Parme et le pressa de s'établir en France. En 782, nous voyons Alcuin à la cour de l'Empereur, qui lui donne trois abbayes simultanément : Ferrières en Gâtinois, St-Loup à Troyes et St-Josse dans le comté de Ponthieu. Mais Alcuin se fatigua bien vite de la cour et, vers 796, sur ses instantes prières, Charles lui accorda pour retraite l'abbaye de St-Martin de Tours, la plus riche de l'Empire. En 801, il résigna ses diverses possessions en faveur de ses principaux disciples

[1] Guizot, *l. c.*

et, affranchi des sollicitudes temporelles, il ne s'occupa plus, jusqu'au jour de sa mort (19 mai 804), que de sa santé et de son salut. Toute sa vie fut consacrée à l'étude et aux lettres. Il enseigna à Tours avec le plus grand éclat et y attira un nombre si considérable d'élèves, qu'il dut s'adjoindre son disciple Sigulfe pour suffire à la tâche. Alcuin enrichit la bibliothèque de Tours d'un grand nombre de manuscrits qu'il fit copier à Yorck par de jeunes clercs [1], et dont il surveilla la correction. Il est permis d'attribuer à Alcuin la plupart des mesures prises par l'Empereur dans l'intérêt des lettres et pour le rétablissement des écoles [2].

Parmi les autres savants qui fréquentèrent la cour impériale et y séjournèrent plus ou moins longtemps, on cite :

Pierre de Pise, célèbre professeur de l'école de Pavie ;

Paul Warnefride, diacre d'Aquilée, puis moine au Mont-Cassin et l'un des hommes les plus érudits de son siècle. Charles avait rencontré le premier à la prise de Pavie (774), et l'autre lors de la conquête du Frioul (776). Ce fut également dans une de ses expéditions, vers 781, que Charlemagne rencontra et s'attacha Théodulf, goth d'Italie, qui fut employé plusieurs fois en qualité de délégué royal et devint plus tard abbé de Fleury et évêque d'Orléans [3].

[1] Il écrivit à Charlemagne, en 796, après lui avoir exposé les matières qu'il enseignait dans son école : « ..... Mais il me manque en partie les plus excellents livres de l'érudition scolastique que » je m'étais procurés dans ma patrie, soit par les soins dévoués de mon maître, soit par mes pro- » pres sueurs. Je demande donc à V. E. qu'il plaise à votre sagesse de permettre que j'envoie quel- » ques-uns de nos serviteurs, afin qu'ils rapportent en France les fleurs de la Bretagne..... Au » matin de ma vie, j'ai semé, dans la Bretagne, les germes de la science ; maintenant sur le soir, » et bien que mon sang soit refroidi, je ne cesse pas de les semer en France ; et j'espère qu'avec » la grâce de Dieu, ils prospéreront dans l'un et l'autre pays. » Guizot, *ibid.*, 22e leçon.

[2] *Hist. litt. de France.—État des lettres au VIII siècle*, t. IV, p. 1-33.— Guizot, *l. c.*, 22e leçon. — Mab., *Ann. Ben.*, t. II, aux endroits cités dans la table.

[3] Entre 786 et 794. Nous avons de lui un capitulaire remarquable adressé au clergé de son diocèse avant l'an 800, dont nous extrayons les deux articles relatifs à l'enseignement :

N° 19. « Si quelqu'un des prêtres veut envoyer à l'école son neveu ou tout autre de ses parents, » nous lui permettons de l'envoyer à l'école de la Ste-Croix, au monastère de St-Aignan, de St-Benoît, de St-Lifard, ou à tout autre des monastères confiés à notre gouvernement. »

N° 20. « Que les prêtres tiennent des écoles dans les bourgs et les campagnes ; et si quelqu'un » des fidèles veut leur confier ses enfants, pour leur faire *étudier les lettres*, qu'ils ne refusent

Leidrade, né dans la Norique, d'abord bibliothécaire de Charlemagne, puis archevêque de Lyon et l'un des principaux *missi dominici;*

Smaragde, abbé de S[t]-Mihiel, en Lorraine, qui fut chargé par l'Empereur de plusieurs négociations;

Saint Benoît, abbé d'Aniane et d'Inde, près d'Aix-la-Chapelle, réformateur de divers monastères;

Anségise, de la Bourgogne; l'espagnol *Agobard; Thégan; Wala; Adalard; Nithard; Amalaire* et *Eginhard*, secrétaire de Charlemagne, tous austrasiens; *Hraban Maur; Angilbert; Hatton*, de Reichenau, ambassadeur de Charles à Constantinople, et autres personnages, qui tous contribuèrent à l'illustration de ce siècle.

Ce concours d'hommes savants et studieux, qui accompagnaient sans cesse Charlemagne, même dans ses voyages; des conférences littéraires présidées par Alcuin, par Amalaire ou par d'autres, conférences auxquelles assistaient Charlemagne, ses fils Pepin, Charles et Louis, sa sœur Gisla, sa fille Gisla et les amies de cette princesse, Richtrude et Guntrade, ont fait supposer l'existence d'une académie, d'une école palatine, ou d'une école ambulatoire. Quelques auteurs français ont même voulu rattacher à cette école l'origine de l'université de Paris. Les historiens contemporains, cependant, ne voient dans cette prétendue académie palatine qu'un cercle littéraire sans organisation, sans stabilité dans sa composition ni dans sa résidence. C'étaient, pensent-ils, de simples entretiens scientifiques amenés par le hasard, par les circonstances, par le goût de la cour, résultat naturel de la réunion des sommités intellectuelles de l'époque [1].

» point de les recevoir et de les instruire, mais qu'au contraire, ils les enseignent avec une par-
» faite charité, se souvenant qu'il a été écrit : ceux qui auront été savants, brilleront comme le
» feu du firmament, et ceux qui en auront instruit plusieurs dans la voie de la justice, luiront
» comme des étoiles dans toute l'éternité. Et qu'en instruisant les enfants, ils n'exigent pour cela
» aucun prix et ne reçoivent rien, excepté ce que les parents leur offriront volontairement et par
» affection (*). »

[1] Charles de Rémusat admet aussi l'existence de l'école palatine, dans l'acception large du mot, mais il ajoute en note : « Je parle ici d'après l'idée reçue, qui attribue à Charlemagne la

(*) Launoi, *de Scholis celeb.*, c. 5, p. 27. Labbe, t. VII, p. 1136, *Hist. litt. de France*

Dans l'incertitude et en présence de la divergence d'opinions au sujet de l'école palatine, il serait difficile de la déterminer avec exactitude et de savoir jusqu'à quel point elle était publique. Mais quels que soient la forme et le nom qu'on lui prête, un fait incontestable, c'est l'existence au palais d'une école pour l'instruction des enfants de l'Empereur, sous la direction d'un ou de plusieurs maîtres [1].

On s'y livrait aussi à des exercices littéraires auxquels étaient admises des personnes étrangères à la famille de l'Empereur; nous connaissons des hommes qui y enseignèrent, nous en connaissons qui y reçurent l'instruction. Nous trouvons en outre diverses ordonnances défendant aux moines et aux clercs de fréquenter le palais : doit-on supposer qu'ils y allaient pour s'instruire?

» création permanente d'écoles royales tenues dans son propre palais. . . . . Ce prince aurait ainsi » conçu et réalisé la véritable instruction publique, celle de l'État. *J'avoue que M. Ampère a singulièrement ébranlé cette idée.* Au reste, les écoles épiscopales elles-mêmes doivent encore être » originairement rapportées à Charlemagne; c'est lui qui en prescrivit la formation par un capitulaire de 789. » Abélard, t, I, p. 9, note 1 (Ampère, t. III, c. 11). Baehr, *Röm. Lit. im. Karol. Zeit.*, § 6. . . . . *Doch wird man darum nicht an eine feste und bestimmte Schule, die mit dem ohnehin stets wechselnden kaiserlichen Hoflager verbunden gewesen, noch weniger aber an einen geregelten und geordneten wissenschaftlichen Verein unsern heutigen Academien etwa ähnlich, zu denken haben, indem davon wohl nicht eine Spur aufzufinden ist, so dass das was man über eine solche Hofschule oder Academie Karls verschiedentlich behauptet hat, in der man zugleich die erste Grundlage der späterer Pariser Universität finden wollte*, durchaus unerweislich und unbegründet ist. Et plus loin : *So entwickelte sich hier (am Hoflager) in den nächsten Umgebungen des Kaisers, ein wissenschaftliches Streben, das sich auch auf andere merkwürdige Weise in den gelehrten Verkehr, der hier gepflogen ward, zu erkennen giebt und für den Geschmack der Zeit wie des Hofes bezeichnend ist*, à savoir, les noms antiques que prenaient les divers personnages de la cour. — Cramer s'appuyant sur Launoi, *de Scholis celebr.*, sur Ruhkopf, *Gesch. des Schul. u. Erziehungswesen in Deutschland*, p. 10, Schwarz, *Gesch. d. Erziehung*, t. II, p. 82, Lorenz., *Alkuins Leben*, pp. 58, 63 et 190 : *Die besondere sogenannte Hofschule, die man auch als ein Werk Karls betrachtet, und die Alkuin vor seinem Aufenthalte zu Tours geleitet haben soll*, gehört in das Gebiet der Fabel, *und ist so wenig in Wirklichkeit vorhanden gewesen, trotz der einstimmigen Behauptung aller spätern Geschicht-Schreiber über diesen Gegenstand, als die angebliche Akademie Karls des Grossen.*

. . . . . *Dass Alkuin selbst den König und dessen Kinder unterwies, ja dass die Letztern vielleicht jedes seinen besonderen Lehrer hatte, soll hiemit keinegswegs geleugnet werden. (Gesch. der Erz. u. des Unterrichts in den Niederlanden*, p. 42.)

[1] *Liberos suos ita censuit instituendos, ut tam filii quam filiae primo liberalibus studiis, quibus et ipse operam dabat, erudirentur.* Eginhard, éd. Teulet, t. I, c. XIX, p. 64.

Le génie de Charlemagne et l'intérêt personnel qu'il prenait aux études, furent encore une cause de l'élan général donné à la littérature pendant l'époque carolingienne. Ce ne fut pas la moins énergique ; c'est aussi celle qui honore le plus ce grand homme. L'ambition pouvait lui suggérer des lois; il ne lui coûtait rien de disposer largement des distinctions et des richesses : il était Empereur. Mais les qualités intellectuelles, la noblesse des sentiments et des goûts, nos actes, enfin, appartiennent à l'homme, à l'homme seul.

Charlemagne ne resta point en dessous de ses œuvres. Il voulut conserver au milieu des hommes de science dont il faisait sa société, cette dignité, cette espèce de prestige qui l'entouraient à la tête de ses armées.

Dans sa langue maternelle, il s'exprimait avec une éloquence vigoureuse et abondante, et rendait sa pensée avec la plus grande clarté. Il ne parlait pas moins bien le latin ; quant à la langue grecque, il la comprenait mieux qu'il ne la parlait. La grammaire lui avait été enseignée par Pierre de Pise: il eut Alcuin pour professeur dans la rhétorique, la dialectique et les autres sciences. Il consacra beaucoup de temps et de zèle à apprendre l'art du comput et l'astronomie, et il se plaisait à observer le mouvement des astres. Malgré de fréquentes tentatives, il ne put réussir aussi bien dans l'art de l'écriture, à laquelle il avait commencé à s'appliquer dans un âge trop avancé [1]. On peut juger par ses capitulaires et par les questions qu'il proposait, entre autres, aux évêques, qu'il n'était pas ignorant dans la théologie [2].

Nous avons déjà vu l'exactitude qu'il exigeait dans les livres. L'historien Thégan, chroniqueur contemporain, rapporte que l'année qui précéda sa mort, il corrigea soigneusement avec des Grecs et des Syriens les quatre Évangiles [3]. Il avait fait mettre par écrit les anciens chants guer-

[1] Eginhard, éd. Teulet, t. I, p. 80-81, c. XXV. — S'il n'excella pas dans l'art de l'écriture, art du reste purement mécanique, on lui doit du moins d'avoir fait renaître les belles-lettres onciales que nous remarquons dans les manuscrits de l'époque carolingienne. Baehr, *Röm. Lit. i. Karol. Zeit.*, § 4. — Il est possible que les *caractères mérovingiens* lui fussent plus familiers.

[2] *Hist. litt. de France*, t. IV, p. 9.

[3] Guizot, *l. c.*, 22e leçon, et dans ses *Mém. rel. à l'hist. de France*, t. III, p. 281.

riers de la Germanie et les savait par cœur. Il fit même rédiger une grammaire de la langue tudesque et assigna des noms exacts aux mois et aux vents dans cet idiome [1]. Il ordonna aussi de mettre par écrit les lois des Frisons, des Saxons et des Thuringiens, et fit reviser, corriger et compléter celles des Francs et des autres peuples soumis à sa domination [2].

Une autre réforme émanée de Charlemagne, et des plus importantes pour l'Église, est celle du chant romain ou grégorien. Déjà, Pepin, son père, avait commencé à l'introduire dans quelques églises de son royaume; Charles en rendit l'emploi général. Il mit tout en œuvre pour substituer au chant usité chez les Francs, le chant romain qu'il trouvait plus mélodieux et plus parfait. A cet effet, il envoya à Rome deux clercs pour s'instruire à fond dans cette science, et à leur retour, il en envoya un à Metz et retint l'autre pour sa chapelle. Il ordonna alors à tous les chantres de l'Empire de suivre la nouvelle méthode et de corriger leurs antiphonaires sur ceux qui avaient été rapportés de Rome [3].

Tels furent les moyens que Charlemagne mit en œuvre pour faire revivre les études et les lettres, pour civiliser et régénérer une société ou sauvage ou viciée, établir un lien homogène entre les différents peuples de ses États, et reconstruire, s'il était possible, un Empire romain, fort par la pensée et fort par les armes, tel qu'il florissait aux temps de l'empereur Auguste.

[1] *Item barbara (Germaniae) et antiquissima carmina, quibus veterum regum actus et bella canebantur*, scripsit *memoriaeque mandavit. Inchoavit et grammaticam patrii sermonis. Mensibus etiam juxta propriam linguam vocabula imposuit, cum ante id temporis apud Francos partim latinis partim barbaris nominibus pronunciarentur. Item ventos duodecim propriis appellationibus insignivit, cum prius non amplius quam vix quatuor ventorum vocabula possent inveniri.* Eginhard, éd. Teulet, t. I, p. 91. (Voir pour ces poëmes : Alfridus, *vita S. Luidgeri*, l. II, c. I, dans Pertz, t. II, p. 412 et W. Grimm., *Altdeutsche Wälder*, avec textes.

[2] Eginhard, p. 91.

[3] *Ut cantus discatur, et secundum ordinem et morem romanae Ecclesiae fiat : et ut cantores de Mettis revertantur.* Baluze, t. I, col. 421, capit. de 805. — Baehr, *Röm. Lit. i. Karol. Zeit.*, § 4. — Ademarus, *in Vita Karoli*, cap. 8, *refert eum Roma discedentem a° 787, secum duxisse* cantores Romanorum et grammaticos peritissimos et calculatores.

L'école de chant de l'église de Metz devint célèbre; sa renommée s'élevait autant au-dessus de celle des autres églises de l'Empire, que celle de Rome la surpassait elle-même. *Histoire littéraire*, t. IV, p. 23.

Remarquons encore, avant d'aller plus loin, que la restauration s'opéra principalement par l'Italie, où le clergé avait encore conservé quelques restes de culture scientifique, et par l'Angleterre, où, depuis l'introduction du christianisme, la science brillait dans de nombreux et riches monastères [1].

Alors une noble émulation, une activité étonnante s'emparèrent des esprits, et avant la fin du VIII[e] siècle, il existait des écoles près de toutes les églises cathédrales et dans tous les monastères de l'Empire. Ces dernières étaient doubles; les unes *intérieures* [2], pour les moines, les autres *extérieures*, pour les laïques [3].

La plus célèbre et la plus brillante, celle que l'on considère comme la mère de toutes les autres, fut l'école du monastère de S[t]-Martin de Tours, depuis qu'elle eut Alcuin pour directeur. Pour apprécier le mérite de cette école et l'influence qu'elle dut exercer sur l'enseignement dans toute l'Europe, il suffit de citer les principaux élèves du maître; ce sont : Fridugise, depuis abbé de la maison; un nommé Joseph, Raganard, Waldramme, Adalbert, Aldric, qui tous se distinguèrent dans les lettres ou dans les dignités ecclésiastiques; Sigulfe, que nous avons déjà eu occasion de mentionner comme le précepteur-adjoint d'Alcuin et qui devint abbé de Ferrières; saint Ludger, évêque de Munster, en Westphalie [4]; Haimon, moine de Fulde, évêque de Hersfeld et d'Halberstadt; Amalarius Fortunatus, archevêque de Trèves; Samuël, évêque de Worms; Hraban Maur, abbé de Fulde et archevêque de Mayence; Hatton, moine de Fulde et successeur de Hraban dans la dignité abbatiale; Haimon, qui paraît avoir enseigné

[1] Baehr, *Röm. Lit. i. Kar. Zeit.*, § 4.

[2] Les *oblati*, les enfants voués à Dieu, étaient seuls admis dans l'école intérieure : *Ut schola in monasterio non habeatur, nisi eorum qui oblati sunt. Capitulare Aquisgranense Ludovici pii.* a. 817. Baluze, t. I, col. 585, § 45.

[3] *Histoire littéraire de France. État des lettres au VIII[e] siècle*, t. IV, p. 1-35. Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 279, l. 25, c. 64, *ad a.* 787, à la suite de la circulaire adressée à l'abbé Baugulf (voir plus haut) : *Ab hoc itaque tempore litterarum studia, cum in episcopatibus, tum in monasteriis reflorescere coeperunt, ob idque institutae in coenobiis duplices scholae, unae interiores pro monachis, alterae exteriores pro saecularibus, ne ex eorum consortio et affrictu monachi saeculares mores contraherent.*

[4] Sigulfe et Ludger avaient aussi été élèves d'Alcuin à l'école d'Yorck.

au monastère de S[t]-Vaast à Arras; Arnon, archevêque de Saltzbourg, et Riculfe, archevêque de Mayence, entendirent les leçons d'Alcuin, soit à la cour de Charlemagne, soit à l'école de Tours [1].

Ce que Tours était principalement pour la France, Fulde le devint pour l'Allemagne; si Alcuin peut être le père de la littérature en France, Hraban Maur doit être considéré comme le fondateur de la science en Allemagne. Né à Mayence, vers 776, il reçut sa première éducation littéraire sous l'abbé Baugulf, dans le monastère de Fulde. Vers 802, il se rendit à Tours, accompagné de Hatton, pour y approfondir les sciences. *Il n'y demeura qu'un an*, mais dans ce court espace de temps, il s'appropria si intimement la méthode de son maître, qu'il fut en état de la transplanter dans son couvent de Fulde et l'observa religieusement. De retour en Allemagne, Hraban Maur fut choisi pour directeur de cette école, et il la dirigea pendant quarante ans avec le plus grand succès et avec le plus vif éclat [2]. Les nobles y envoyèrent leurs fils, les abbés leurs moines, d'autres monastères retirèrent de Fulde les meilleurs élèves pour leur confier la direction de leurs propres écoles; aussi les élèves y affluèrent-ils en si grand nombre de la Germanie, de la Gaule et des autres pays, que Hraban ne put suffire seul à la charge de l'enseignement. Comme Alcuin avait dû se faire assister de Sigulfe, Hraban Maur

[1] *Histoire littéraire de France*, t. IV, pp. 14, 300, 305, 306, 329, 330.

[2] *Ratgarius memorabilis abbas utilitati cupiens consulere, plurimorum de fratrum suorum consilio, scholam in monasterio Fuldensi publicam instituit, cujus magisterium Rabano commendavit. Anno itaque Dom. nat.* 813, *Indictione Romanorum* 6[a], *Rabanus annorum XXV, monasterii monachorum scholae praeficitur, et eum docendi modum quem ab Albino didicerat, etiam apud Fuldenses monachos inviolabilem servare jubebat. Qui mox ut docendi subivit officium, per omnia curavit Albinum sequi et imitari magistrum, ut juniores videlicet monachos primum doceret in grammaticis, et cum apti viderentur ad majora, gravioribus etiam firmarentur institutis. Cumque novae hujus institutionis apud Germanos fama transiisset in publicum, plures coenobiorum Praelati eam docendi formam laudantes, alii monachos suos ad Fuldam miserunt, sub Rabani ferula sacris imbuendos studiis : alii vero scholas erexerunt in monasteriis propriis, quibus praeceptores de praefato coenobio doctiores quosque praefecerunt. Sed in tempore brevi valde crevit numerus discipulorum Rabani docentis, et per totam Germaniam et Galliam eruditionis et sanctitatis ejus veneranda opinio se diffudit. Unde factum est, quod non solum abbates monachos, sed etiam nobiles terrae filios suos Rabani docendos magisterio subdiderint. Quos ille, ut erat mansuetissimus, omnes summa cum diligentia informabat, prout uniuscujusque vel aetas, vel ingenium permittebat, alios*

s'adjoignit son ancien condisciple Samuël et probablement d'autres encore. Devenu abbé, il laissa à ses assistants le soin d'enseigner les études libérales et se réserva l'explication des Saintes Écritures [1].

Les principaux disciples de Hraban furent :

Walafried Strabon [2], écolâtre à Fulde et abbé de Reichenau en 842; Servat Loup [3], abbé de Ferrières, Rudolf et le célèbre Otfried Von Weissenburg.

En présence du grand nombre d'écrits exégétiques, dogmatiques, ascétiques, poétiques et de science générale, publiés par Hraban Maur à une époque où tant de difficultés s'opposaient aux études étendues, on s'étonne de l'ardeur et de l'infatigable activité de cet homme. A une vaste érudition, il joignait un caractère généreux, une charité tout évangélique. Il avait pour maxime : *Il n'y a point de science sans amour, sans charité.*

Sous l'influence de ce principe, il travailla à rendre la science accessible aux masses pauvres et ignorantes, par des traductions en langue vulgaire [4]. C'est ce caractère particulier qui, dans notre opinion, élève-

in grammaticis, alios vero in rhetoricis, atque alios in altioribus divinae atque humanae philosophiae scripturis, sine invidia communicans, quod singuli ab eo postulassent; omnes vero, quos in auditorium suum docendos admisit, non solum prosa sed etiam carmine quicquid occurrisset, scribere informavit, multos insignes doctos atque sapientissimos auditores habuit. Trithemius in *Vita Rabani*, cité par Launoi, *de Sch. cel., VIII*, p. 44.

[1] *Abbas creatus Rabanus, curam docendi liberales artes Candido monacho aliisque commisit, reservato sibi officio interpretandi sacros libros.* Mabillon, *Ann. Ben.*, t. II, l. 27, c. 14, *ad. a.* 802.

[2] Trithemius : *Strabus, monachus Fuldensis, natione teutonicus, Rabani scriba, notarius et discipulus, vir certe ipse undequaque doctissimus, qui divinarum scripturarum sensa norat, bono explanante magistro, literis et divinis et humanis ad plenum instructus, theologus, philosophus et poeta celeberrimus, ingenio juxta linguaeque facundia, promptus.* — Launoi, *Ibidem (Rabano, cum factus esset abbas, in schola successit Strabus discipulus).*

[3] . . . . . *Ad eum (Rabanum) jam abbatem missus est Lupus ab Aldrico metropolitano, uti ab eo ingressum, id est, praeludia et elementa, caperet divinarum scripturarum; quae verba sunt ipsius Lupi in epistola 1ª, qui 40ᵐ eidem reverentissimo patri, eximioque praeceptori suo inscribit.* Mab., *Ann. Bened.*, t. II, l. 27; c. 14, *a.* 802.

[4] Rud. Von Raumer, *die Einwirkung des Christenthums auf die Althochdeutsche Sprache*, pp. 226-228. — Mabillon, *Ann. Ben.*, t. II, c. 12-14, l. 27. *Hist. litt. de France*, t. IV, p. 15. De Fulde, les sciences passèrent à Reichenau, à Hirsauge, à St-Gall. Peu d'écoles s'acquirent dans la

rait Hraban Maur bien au-dessus d'Alcuin, s'il ne le surpassait déjà à bien d'autres égards.

Le règne de Louis-le-Débonnaire (814-840) fut loin d'être aussi favorable aux études, et sous ce prince elles paraissent avoir perdu quelque chose de leur première vigueur. Louis cependant avait reçu une instruction soignée; il connaissait parfaitement le latin et le grec; mais, de même que son illustre père, il s'exprimait moins bien dans la dernière de ces langues. Il étudia la Bible et montra de l'aversion pour la poésie païenne. Il favorisa les monastères ainsi que la réforme introduite par saint Benoît d'Aniane et l'organisation d'un clergé régulier commencé par Chrodegang. Il érigea aussi quelques monastères et des évêchés [1].

Les conciles qui eurent lieu sous ce règne, et les ordonnances impériales confirment le relâchement dans les études de l'époque.

Le concile tenu à Aix-la-Chapelle, en 816, recommande aux évêques de veiller avec sollicitude sur les enfants et les jeunes gens qui fréquentent leurs écoles et se préparent aux études théologiques, non-seulement sous le rapport des études, mais aussi sous le rapport de la discipline et des mœurs [2].

Un capitulaire de Louis-le-Débonnaire adressé aux évêques en 823 porte :

« Ne négligez point, pour l'utilité générale, d'établir des écoles dans » les endroits convenables, où il n'y en a point encore, comme vous » nous l'avez dernièrement promis à Attigny, et comme nous vous avons » enjoint de le faire, afin qu'il soit ainsi pourvu à l'éducation et à l'in- » struction complète des fils et des ministres de l'Église [3]. »

Le concile des évêques tenu à Paris en 824, s'exprime en ces termes :

suite plus de réputation que cette dernière. Au nom de St-Gall se rattachent les noms célèbres des Eccard et des Notker; c'est à la dernière de ces deux familles de savants que la Belgique est redevable du plus illustre de ses prélats. Voir sur Hraban Maur : Mab., *Ann. Ben.*, t. II, aux endroits cités dans la table, et l'*Hist. litt. de France*, t. V.

[1] Baehr, *Röm. Lit. i. Kar. Zeit.*, 3^r supp., § 10.

[2] *Ibidem*, § 11. (*Collectio Concill.*, ed. Venet., t. XIV, p. 240, lib. I, cap. 135.)

[3] .... *Scholae sane ad filios et ministerios ecclesiae instruendos vel edocendos sicut nobis preterito tempore ad Attiniacum promisistis, et vobis injunximus, in congruis locis, ubi nundum*

» Nous avons unanimement décrété entre nous, que les évêques veil-» leront dorénavant avec plus de zèle aux écoles, afin de préparer et de » former des soldats du Christ dans l'intérêt de l'Église. Et, pour consta-» ter le soin que chacun prendra de se conformer à cette recommanda-» tion, nous voulons que tout recteur, lorsqu'il ira à l'assemblée provin-» ciale des évêques, s'y présente avec ses écolâtres [1], afin que ceux-ci soient » connus des autres églises, et que le zèle éclairé du recteur pour le ser-» vice divin soit remarqué de tous [2]. »

Un autre concile de Paris de 829 demande à Louis-le-Débonnaire

perfectum est, ad multorum utilitatem et profectum a vobis ordinari non negligantur. Baluze, t. I, col. 634, § 5. *De admonitione D. Imperatoris ad episcopos. Capitulare Ludovici Pii, anni* 823. La décadence des études sous le successeur de Charlemagne se montre aussi en Italie. Un synode tenu à Rome par le pape Eugène II, en 826, se plaint de la disette de maîtres et de l'insouciance que l'on montre pour les études; il exprime le désir qu'il y ait partout des maîtres qui puissent enseigner tant les sciences générales que la théologie. *De quibusdam locis ad nos refertur, non magistros neque curam inveniri pro studio litterarum. Idcirco in universis episcopiis subjectisque plebibus et aliis locis, in quibus necessitas occurrerit, omnino cura et diligentia habeatur, ut magistri et doctores constituantur, qui studia litterarum liberaliumque artium ac sancta habentes dogmata assidue doceant, quia in his maxime divina manifestantur atque declarantur mandata. Coll. Concill.*, t. XIV, p. 1008, ed. Venet., 1769 (colet. IX, p. 1127) rapporté par Baehr (*Röm. Lit. i. Karol. Zeit.*, § 11). Une ordonnance de Lothaire, que Muratori a découverte à Modène et qu'il plaça d'abord en 823, mais dont il déclara après ne pouvoir fixer la date, va bien plus loin, trop loin peut-être, en disant: que la science était entièrement éteinte, et en tous lieux, par la trop grande incurie et ignorance de ceux qui étaient préposés aux études. *De doctrina vero, quae ob nimiam incuriam atque ignaviam quorumque praepositorum cunctis in locis est funditus exstincta, placuit ut etc.* Tiraboschi, *Storia della Lit. ital.*, III, p. 174, rapporté par Baehr, *l. c.*, § 11. Il y est recommandé aux maîtres, avec la plus vive instance, de veiller à ce que la jeunesse qui leur est confiée, fasse des progrès dans les études, et de s'efforcer de répandre le plus possible l'instruction, de la rendre générale. On indique enfin les divers lieux où la jeunesse de tout le royaume doit se rendre pour l'instruction publique. Mais cette ordonnance est destinée seulement à l'Italie.

[1] Il nous a paru plus exact de traduire par *écolâtres* le mot *scholasticos*, que M. Guizot traduit par *étudiants*.

[2] *De scholis, per singulas urbes habendis. Inter nos pari consensu decrevimus ut unusquisque episcoporum in scholis habendis, et ad utilitatem ecclesiae militibus Christi praeparandis et educandis abhinc majus studium adhiberet. Et in hoc uniuscujusque studium volumus probare, ut quando ad provinciale episcoporum concilium ventum fuerit, unusquisque rectorum* scholasticos *suos eidem concilio adesse faciat; quatenus et caeteris ecclesiis noti sint, et ejus solers studium circa divinum cultum omnibus manifestum fiat.* — Baluze, t. I, col. 1137, § 5. En marge : *Concil. Paris.*, t. VI, lib. I, c. 30. — Guizot, *Hist. de la civil. en France :* Tableau des conciles.

que des écoles publiques soient fondées, au moins dans les trois endroits les plus convenables de l'Empire [1].

Servat Loup, dans une de ses lettres à Eginhard, se plaint aussi de la situation des hommes de lettres de son temps : « Les lettres, dit-il, res-
» suscitées par notre illustre roi Charles, auquel elles doivent une éter-
» nelle reconnaissance, se relevèrent en partie, et l'on peut constater la
» vérité de ce mot de Cicéron : la gloire est l'aliment des arts et elle
» excite les esprits aux études. Aujourd'hui, ceux qui possèdent quel-
» que science sont importuns; le vulgaire ignorant tient les yeux fixés
» sur les hommes d'études, et s'il découvre en eux quelque vice, il
» l'attribue non à la faiblesse humaine, mais à la nature des let-
» tres [2]. »

Dans l'espèce d'inertie qui pesait alors sur les études, l'école du palais perdit aussi de son activité et de son éclat. On distingue parmi les savants qui y enseignèrent ou la fréquentèrent à cette époque : un Espagnol du nom de Claudius, depuis évêque de Turin, qui y enseigna (829-839); Frédégise, élève d'Alcuin, qui philosophait déjà alors à la manière scolastique; Amalarius Symposius, du diocèse de Metz, plus tard chorévêque de Lyon; Benoît d'Aniane; Aldricus, élève de Sigulfe, et un certain Thomas [3]. Il paraît que grand nombre de religieux et de laïques la fréquen-

[1] ..... *Inter alia constitutum est, ut scholae publicae in tribus saltem imperii locis fiant.....* Mab., *Ann. Ben.*, l. 30, c. 27, t. II, p. 520, *ad. a.* 829. Le concile en fit la proposition à l'Empereur, en ces termes : *Similiter obnixe ac suppliciter vestrae celsitudini suggerimus, ut morem paternum sequentes, saltem in tribus congruentissimis Imperii vestri locis scholae publicae ex vestra auctoritate fiant, ut labor patris vestri et vester per incuriam, quod absit, labefactando non pereat, quoniam ex hoc facto et magna utilitas et honor sanctae Dei ecclesiae et vobis magnum mercedis emolumentum et memoria sempiterna accrescet.* Launoi, *de Scholis celebr.*, c. 1, p. 9. — On ignore quels sont ces trois endroits les plus convenables de l'Empire, dont il est ici parlé. — *Coll. Concill.*, ed. Venet, t. XIV, p. 599, lib. 3, p. 12.

[2] Baehr, *Röm. Lit. i. Karol. Zeit.*, § 10. *Per famosissimum regem Carolum, cui litterae eo usque deferre debent, ut aeternam ei parent memoriam, coepta revocari aliquantulum quidem extulere caput, satisque constitit veritate subnixum praeclarum Ciceronis dictum : Honos alit artes et accenduntur omnes ad studia gloria. Nunc oneri sunt, qui aliquid discere affectant, et velut in edito sitos loco studiosos quosque imperitis vulgo adspectantes, si quid in iis culpae deprehenderit, id non humano vitio sed qualitati disciplinarum assignant, etc.*

[3] Baehr, *l. c.*, § 10. — *Hist. litt. de France*, t. IV, p. 10.

tèrent dans des vues d'intérêt [1] ; c'est sans doute à cette circonstance que nous devons rapporter une disposition du concile de Paris de 829, demandant le renvoi du palais de la foule de moines et de prêtres qui y séjournaient malgré leurs évêques [2].

Les études reprirent un nouvel essor sous Charles-le-Chauve. Ce prince manifesta du goût pour les lettres, il s'en occupa lui-même et prit une part active à tous les efforts faits de son temps pour les ranimer. Il s'entoura de savants, les encouragea et les combla d'honneurs. Les lettres étant déchues sous Louis-le-Débonnaire, on considère Charles-le-Chauve comme le restaurateur des études dont Charlemagne fut le fondateur [3].

L'école du palais semble aussi avoir brillé d'un nouvel éclat pendant ce règne [4]. Elle fut longtemps dirigée par Jean Scot Érigène, le plus grand penseur de son temps, qui forme la transition à la scolastique du moyen âge. A Jean Scot succéda le philosophe frison Mannon, ou Nannon, l'un des plus savants hommes de la fin de ce siècle. Il y forma plusieurs élèves qui atteignirent aux hautes dignités ecclésiastiques, tels que saint

[1] Baehr, *l. c.*, § 10.

[2] Mab., *Ann. Bened.*, t. II, p. 520, *ad a.* 829, l. 30, c. 27. *Ut deterreantur clerici et monachi qui palatia passim adeunt.*

[3] Caroli Calvi *pietatem, sed maxime studium in litteras ac litteratos praedicat Hericus monachus Antisiodorensis in praefatione ad libros metricos de vita S. Germani episcopi patroni sui, ... Praeclara sunt quae de eo scribit Hericus : « Multa sunt, inquit, tuae monumenta clementiae, multa » symbola pietatis. Illud vel maxime tibi aeternam parat memoriam quod famatissimi avi tui Caroli » studium erga immortales disciplinas non modo ex aequo repraesentas, verum etiam incomparabili » fervore transscendis : dum, quod ille sopitis eduxit cineribus, tu fomento multiplici, tum beneficiorum, tum auctoritatis, usquequaque provehis. » Deinde cum laudat, quod, sicubi terrarum florerent magistri artium, hos ad publicam eruditionem undequaque conducat ; et quod nequidem bellorum tempore in eo deferbuerit hic litterarum ardor et amor,* ita ut merito vocitetur schola palatium, cujus apex non minus Scholaribus, quam militaribus consuescit quotidie disciplinis. *Tum concludit Hericus :* Quidquid igitur litterae possunt, quidquid essequuntur ingenia, tibi debent..... Mab., *Ann. Ben.*, Par., t. III, p. 206, l. 37, c. 101, *ad a.* 877.

[4] Baehr, *l. c.*, § 15, qui voit une cause de cette recrudescence d'activité dans la fixation de la cour à Paris, le centre de l'empire franc. Il ne conclut pas cependant de la permanence présumée de l'école du palais, que cette école constituait positivement une académie ou université ayant des directeurs ou professeurs salariés par le gouvernement.

Radbod [1], évêque d'Utrecht; *Francon*, abbé de Lobbes et évêque de Liége; *Étienne*, successeur de Francon dans ces mêmes dignités, et Mancion, évêque de Châlons-sur-Marne.

Nous avons encore à mentionner, pendant cette époque qui vit la décadence et la dissolution de l'Empire, diverses dispositions dictées par des conciles relativement à l'enseignement.

Le concile de Vern, en 844, ordonne aux évêques « d'avoir quelqu'un pour instruire les prêtres des campagnes [2]. »

Celui de Valens, tenu en 855, recommande : « de tenir des écoles de » sciences divines et humaines et de chant ecclésiastique, parce que la » longue interruption des études, l'ignorance de la foi et le manque de » toute science, ont envahi beaucoup d'églises de Dieu [3]. »

Le concile de Kiersy-sur-Oise (858) exhorte Charles-le-Chauve à ressusciter l'instruction dans son palais [4].

Celui de Savonnières (859) parle en faveur de la littérature profane, dont l'accord avec les sciences divines, protégé jadis par les Empereurs, a répandu tant de lumière sur l'Église. Il fait appel, à cet effet, à la science des princes et des évêques, afin que la sainte interprétation des Écritures ne se perde pas irréparablement [5].

Au concile de Langres, en 859, les Pères du concile rappelant, d'un côté, l'utilité dont avaient été, pour l'Église et pour la république des lettres, les écoles établies par les religieux empereurs Charlemagne et Louis-le-Débonnaire; exposant, de l'autre, les progrès que fait l'ignorance, ils supplient les princes régnants et les évêques, leurs collègues, d'apporter tous

[1] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 164, l. 37, c. 8, *ad. a.* 864..... *Sancti Radbodi Trajectensis episcopi, qui, primis litteris apud Guntherum Coloniensem antistitem, avunculum suum, delibatis, primo ad Caroli regis Francorum, scilicet Calvi*, inde ad Ludovici ejus filii aulam se contulit; non quod palatinos ambiret honores, sed quod intra regis palatium liberalium litterarum studia praeclare colerentur. Praeerat autem gymnasio illi Manno philosophus : cui sanctus puer fervens discendi studia sedulus adhaerebat.

[2] Guizot, *Hist. de la civil. en France*, tableau des conciles.

[3] *Ibidem*.

[4] Cantu, *Histoire universelle*, t. IX, p. 440.

[5] *Ibidem*.

leurs soins à l'établissement de semblables écoles dans tous les endroits où il se trouvera quelqu'un capable d'enseigner.

Ces écoles, au reste, devaient, suivant le dessein du concile, être consacrées aussi bien aux études profanes qu'à l'intelligence des Saintes Écritures [1].

Il est à remarquer que, dans ces derniers temps, les dispositions législatives sur l'instruction publique n'émanent plus du souverain. Cette branche importante de l'administration de l'État, que Charlemagne avait si fortement à cœur et qu'il poursuivit sans relâche depuis le jour où il fut élevé sur le pavois jusqu'à sa dernière heure, est passée aux mains des évêques dès le règne de Louis-le-Débonnaire. Circonvenus d'ennemis, absorbés par des inquiétudes politiques, les princes n'ont plus le temps de prodiguer des soins et des caresses à la paisible plante de l'intelligence.

Les évêques, dont le pouvoir avait encore besoin de l'appui de l'État, les admonestent vainement sur cette insouciance peu sage et même coupable. L'État abandonnant ainsi sa juridiction en matière d'enseignement, l'Église s'en empara pour la conserver exclusivement, de droit ou de fait, pendant une longue suite de siècles.

[1] *Histoire littéraire de France*, t. V, p. 364, IX[e] siècle.

II.

ÉTAT DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE EN BELGIQUE DEPUIS L'ÉPOQUE CAROLINGIENNE JUSQU'A LA DÉCADENCE DES ÉTUDES DANS NOTRE PAYS.

1° DIOCÈSES DE LIÉGE ET D'UTRECHT :

a. *Écoles cathédrales;* b. *Écoles monastiques.*

2° DIOCÈSES DE TOURNAI ET DE CAMBRAI :

a. *Écoles cathédrales;* b. *Écoles monastiques.*

(IXe-XIIe siècle.)

ÉVÊCHÉ DE LIÉGE.

Cathédrale de Liége.

L'action de Charlemagne ne paraît pas avoir porté en Belgique des fruits immédiats. Soit absence d'activité intellectuelle, soit destruction des documents lors des invasions des Normands, bien peu de noms littéraires de l'époque carolingienne sont parvenus jusqu'à nous. Nous ne pouvons cependant douter qu'en vertu des capitulaires sur la matière, il n'ait été établi des écoles près des siéges épiscopaux et des monastères de notre pays, et en particulier près de la cathédrale de Liége, ainsi que dans les principaux monastères de ce diocèse.

Nous avons une lettre adressée par Charlemagne à l'évêque Gerbalde de Liége (785 à 809), dans laquelle l'Empereur ordonne d'enseigner au peuple la foi catholique, ou tout au moins l'oraison dominicale et le symbole des apôtres, et veut que personne ne soit admis à être parrain s'il ne sait réciter ces prières [1].

[1] *Epist. Car. Magni. imp. ad Garibaldum Leod. episc., de cura quam instruendis populis*

Cette lettre en provoqua, de la part de l'évêque, deux autres, adressées l'une aux prêtres et l'autre aux paroissiens de son diocèse, et portant les mêmes recommandations [1].

La ville de Liége était destinée à devenir le principal foyer des études en Belgique; mais pour rencontrer des traces certaines de son école et d'une activité littéraire quelque peu remarquable, il faut descendre jusqu'aux temps de l'évêque Francon [2]. Francon, noble d'origine, commença sa carrière publique par la direction du monastère de Lobbes. Comme nous l'avons dit plus haut, il avait étudié les sciences à l'école du palais, sous Charles-le-Chauve [3]. En 855, il succéda à Hircaire dans l'évêché de Liége, y dirigea lui-même l'école publique de la cathédrale et lui imprima cet essor vigoureux qui en rendit bientôt le nom célèbre dans toute l'Europe. L'étendue de son savoir l'a fait qualifier par un contemporain de philosophe, rhéteur, poëte et habile musicien. Doué d'un esprit pénétrant, d'une grande facilité d'élocution, il était également versé dans les Saintes Écritures et dans les sciences profanes, et rehaussait toutes ces qualités par une vie sans reproche [4].

praecipue ante baptismum adhibere debeant pastores. Ex manuscr. Andaginensis monasterii ante annos 800 *exarato.* Mansi, *Concill. coll.*, t. XIII, col. 1087, *a.* 814.

[1] *Ibid.*, coll. 1084 et 1088.

[2] Un de nos plus savants philologues, M. le baron de Reiffenberg, dans son *Annuaire de la Bibliothèque royale*, 1845, p. 87-88, signale des études florissantes à Liége, antérieurement à Francon et nommément sous son prédécesseur Hircaire ou Hartcaire (840-855). M. de Reiffenberg nous y apprend « que sous ce dernier évêque, des missionnaires irlandais contribuèrent à entre- » tenir à Liége quelques connaissances littéraires, ainsi qu'on le voit, dit-il, dans les poésies de » Sedulius. » Il nous présente le poëte Sedulius « comme étant peut-être un des maîtres ou des » disciples *de ces écoles célèbres qui existaient alors à Liége.* » Nous n'oserions, et M. de Reiffenberg, si consciencieux dans ses investigations, nous pardonnera ce scrupule historique, nous n'oserions, disons-nous, envisager sans plus de preuve, notre poete irlandais comme étant « un des maîtres ou des disciples de ces écoles célèbres qui existaient alors à Liége. » Dans les nombreuses recherches que nous avons faites, nous n'avons trouvé aucune preuve qu'il existât à Liége une école qu'on soit en droit d'appeler célèbre, avant l'évêque Francon. Les épithètes flatteuses adressées par Sedulius à l'évêque Hartcaire, ne seraient-elles pas un peu l'expression large de sa gratitude envers un bienfaiteur, ne seraient-elles pas un peu *poétiques?*

[3] *Palatinis studiis instructus.* Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 225, l. 38, c. 25, *ad. a.* 879. — *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 30, § 40, 10e siècle.

[4] *De eo scribit Trithemius : Vir in divinis Scripturis eruditissimus, et in studio saecularium*

Malheureusement, les terribles ravages des Normands vinrent entraver les résultats brillants qu'un chef si éclairé eût pu produire en temps de paix. Lui-même d'ailleurs, indigné des dévastations auxquelles son pays était en proie, suspendit ses paisibles travaux, et, courageux autant que docte, il prit les armes contre les pirates du Nord [1].

Francon obtint, du consentement des frères et sous certaines conditions, l'autorisation d'annexer la direction du monastère de Lobbes à l'évêché de Liége [2].

A Francon succéda Étienne dans l'épiscopat de Liége en même temps que dans la dignité d'abbé de Lobbes [3] (903-920).

Étienne était issu de race noble et alliée à la famille royale : il était oncle maternel de saint Gérard, abbé de Brogne, célèbre réformateur de grand nombre de monastères, et particulièrement de tous ceux de la Flandre [4].

Il étudia d'abord à Metz [5] et continua ses études à l'école du palais sous la direction du célèbre philosophe Mannon. Étienne fit de grands progrès dans les sciences. Les historiens contemporains rendent tous hommage à ses talents. Il nous est dépeint comme « un des hommes de son » temps qui entendaient le mieux l'Écriture Sainte et qui avaient le plus

litterarum egregie doctus, philosophus, rhetor, poëta et musicus excellens, ingenio acutus, sermone disertus, vita et conversatione devotus atque sanctissimus, pluribus annis publicae scholae praefuit, et multos in omni scientia discipulos doctissimos enutrivit. Launoi, *De scholis celeb.*, c. XXV, p. 105. Voir aussi *Histoire littéraire de France, l. c.* — L'histoire ne nous a pas rapporté les noms des savants élèves que Trithème attribue à Francon.

[1] *Non semel in Nortmannos arma gessit Franco cum Reginerio comite, quem Longum-Collum vocant, eorumque sanguine manus cruentavit.* Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 273, l. 39, c. 44.

[2] Mab., *Ann. Ben.*, l. c.

[3] *Post mortem Franconis Tungrensis episcopi et abbatis Laubiensis, electus est* ad utramque dignitatem *Stephanus.* Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 315, l. 41, c. 10, ad a. 901 (ou 903). — *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 30, § 40. — Launoi, *De schol. celeb.*, c. XXV, p. 105.

[4] Dans un diplôme de Charles-le-Simple, il est qualifié : *nostrae consanguinitatis affinis dilectissimi. Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 168-169. — Saint Gérard était proche parent de Haganon, duc de la basse Austrasie. *Levens der heyligen der Nederl.*, t. IV, p. 46, 3 oct.

[5] *Mettis ... a puero educatus.* Mab., *l. c.*

» d'éloquence. Il possédait à un haut degré la littérature profane, la » musique et la liturgie [1]. »

Il quitta l'école du palais pour entrer, en qualité de chanoine, dans le clergé de Metz, et devint ensuite abbé de Lobbes et évêque de Liége. Il contribua beaucoup à maintenir, dans l'une et l'autre école, l'amour des sciences et à y préparer une succession d'hommes savants. On cite parmi ses élèves : à Liége, Hilduin, surnommé Tasson, qui fut successivement évêque de Liége et de Vérone (922) et archevêque de Milan, et à Lobbes : Rathère, Scamin et Théoduin [2]. Étienne composa quelques cantiques religieux et des traités de liturgie auxquels on accorde un grand mérite : il retravailla aussi un écrit du diacre Gottschalk : *Vita et passio sancti Lamberti* et lui donna une meilleure forme [3].

Hilduin Tasson, qui paraît avoir occupé illégalement pendant quelque temps le siége épiscopal de Liége après Étienne, jouit de la réputation d'avoir soutenu les études à Lobbes et à Liége (m. 936) [4].

Peu d'existences furent aussi bruyantes, aussi pleines de vicissitudes que celle de l'évêque Rathère [5].

C'était un homme très-instruit, d'un esprit supérieur, joignant à une grande perspicacité une élocution facile, et poussant à l'extrême la

[1] *In Scripturis eruditissimus et verbis eloquentissimus.* Trithème, cité par l'*Histoire littéraire de France*, t. VI, pp. 168-169. — *Vir sanctitate et scientia clarus*, dit Launoi, *l. c.*, d'après Sigebert, *Chronographia*, et d'après Trithème, *De script. eccl.*, p. 298 : *Vir in divinis Scripturis doctus et in saecularibus literis magnifice peritus et non minus sanctitate quam scientia venerabilis*, etc.

[2] *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 30, § 40; p. 339-347.

[3] Launoi, *De schol. cel.*, c. XXV, pp. 105-106, d'après Sigebert. Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit. i. Kar. Zeit.*, 3[er] suppl., pp. 128 et 259.

[4] *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 30. — *Ex abbate Lobiensi, quorumdam machinatione intrusus in sedem Leodicensem, ideoque a Papa excommunicatus.* — Foppens, *Bibl. belg.*, t. I, p. 484.

[5] Chapeauville, t. I, p. 177-178. Mab., *Ann. Ben.*, t. III, l. 44, c. 72, p. 474, ad a. 944; l. 45, c. 84, p. 525-526, ad a. 955; l. 46, c. 38, p. 550-551, ad a. 960. — Foppens, *Bibl. belg.*, pp. 1055-1056. — *Histoire littéraire de France*, t. VI, pp. 30, 339-347, 364, 365, 374, 380. — *Lucae d'Achery Specilegium*, etc., publié par Baluze, Martène et de La Barre. Paris, 1723, t. I, p. 378. — Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit. i. Karol. Zeit.*, 3[er] suppl., p. 546-553. — Nous nous en sommes rapportés à ce dernier auteur chaque fois que nous avons rencontré de la divergence dans nos sources.

rigidité des mœurs, mais inquiet, turbulent, ambitieux, exigeant envers ses subordonnés et mordant dans ses réprimandes; il sut aussi peu gagner l'affection de ceux qui l'entouraient, que se donner la paix du cœur, le calme de l'esprit [1]. De là ces nombreux changements de résidence et de position qui caractérisent sa biographie; l'éclat même de son rang, au lieu de flatter son ambition, paraît lui avoir été à charge, à cause de sa simplicité de mœurs [2], qui elle aussi lui créait des ennemis.

Rathère naquit au pays de Liége vers la fin du IXe siècle; il fut consacré à Dieu et devint moine dans le monastère de Lobbes. Après avoir achevé ses études, il alla prêcher en divers endroits. Dans une visite qu'il fit au monastère de St-Jean à Laon, où il adressa une exhortation aux religieuses, on le pressa, malgré son jeune âge, d'accepter la direction du monastère de St-Amand [3]; mais la quiétude du cloître ne convenait point à ce caractère. Il prit la route de l'Italie, en compagnie de Hilduin, qui venait d'échouer dans ses efforts pour obtenir l'évêché de Liége.

Hilduin fut successivement investi de l'évêché de Vérone et de l'archevêché de Milan; Rathère occupa le siége de Vérone, que l'avancement de son compagnon de voyage laissa vacant (931). Le duc Arnold de Bavière et de Carinthie ayant pénétré en Italie, et Rathère lui ayant ouvert les portes de Vérone, le roi Hugon en punit durement l'évêque lorsqu'il reprit cette ville en 935. Rathère fut jeté en prison à Pavie; il y gémit pendant trois ans et demi et passa ensuite deux années d'exil à Côme. Il fut tiré de cette position pénible par Bérenger, l'ennemi de Hugon; réintégré quelques mois après à Vérone, il ne s'y maintint que pendant deux années, rebuté qu'il fut par les difficultés incessantes qui surgirent entre lui et son clergé. Il se retira alors en Provence, chez un puissant seigneur, dont il instruisit le fils Rostaing. En 943, nous le retrouvons à Lobbes; en 944,

[1] *Nec zelo carens, sed forte prudentiae et discretionis sale, inconstans et quietis impatiens.* Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 631, l. 48, c. 15.

[2] *Vir mirae simplicitatis.* — Sigebertus, *De scriptt. eccl.*, 127.

[3] *Histoire littéraire*, t. VI, p. 339-347.

il est à la cour de l'empereur Othon-le-Grand, travaillant à l'éducation de Brunon, frère de l'Empereur, qui fut par la suite archevêque de Cologne : il se distingua parmi tous les gens de lettres qui se trouvaient à la cour et passa pour le premier entre les philosophes palatins [1]. Grâce à l'influence de Brunon, il succéda, en 953, à Farabert dans l'évêché de Liége, d'où il fut encore éloigné par suite de son caractère et de sa rigidité inflexible; après deux années de séjour à Lobbes (956-957), il retourna de nouveau en Italie à la suite d'Othon I[er], et, par l'intermédiaire du pape Jean II, obtint pour la troisième fois, l'évêché de Vérone (961); mais de nouvelles contestations le forcèrent encore à abandonner ces fonctions (967). Il revint alors dans sa patrie pour ne plus la quitter. Il passa ses dernières années en partie à S[t]-Amand, en partie à Hautmont, et termina sa carrière à Namur, en 974.

Malgré cette vie aventurière, et le peu d'années qu'il passa dans son monastère, ainsi que dans son évêché, Rathère doit cependant y avoir exercé une influence assez grande sur la culture des lettres, soit d'une manière directe, par l'enseignement, soit indirectement, par des conseils. Il s'est acquis d'ailleurs une réputation tout à fait pédagogique par la *grammaire* qu'il composa à l'usage de la jeunesse et à laquelle il donna le titre bizarre de *Servadorsum* ou *Sparadorsum* (du flamand *sparen*, préserver), parce qu'en rendant les études plus faciles, elle préservait les élèves des coups du maître. Ce titre indique le traitement que l'on réservait, à cette époque, à la paresse et à la dureté des intelligences : moyens coercitifs qui prouvent toujours quelque peu l'imperfection du maître et de sa méthode [2].

Une lettre synodique que Rathère adressa au clergé de son diocèse pendant qu'il était évêque de Vérone et que nous avons placée dans la

[1] *Habetur inter palatinos philosophos primus. Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 31. — Foppens.

[2] Cette grammaire ne nous a malheureusement pas été conservée. — Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit i. Kar. Zeit.* 3[er] suppl., p. 532, § 209, où l'on trouvera une énumération critique des divers écrits de Rathère. D'après Mabillon, Rathère aurait composé cette grammaire pour son élève provençal Rostaing ou Rostagne, dont nous avons parlé. *Ann. Ben.*, t. III, p. 412, l. 43, c. 40.

partie didactique de ce travail, montre combien il prenait à cœur l'instruction des prêtres et du peuple : « Il l'écrivit : pour instruire ses clercs,
» entre lesquels il en avait trouvé plusieurs qui ignoraient même le symbole des apôtres, et que les ayant invités jusqu'à trois fois à venir
» s'instruire auprès de lui, et eux, l'ayant refusé autant de fois, il avait
» été obligé de leur donner par écrit les instructions qu'ils refusaient de
» recevoir de sa bouche. Il déclare aux clercs qu'il n'en ordonnera aucun
» qu'au préalable il n'ait passé quelque temps dans la ville épiscopale ou
» dans quelque monastère, ou au moins sous la conduite de quelque habile homme et n'ait acquis un fonds de science convenable à la dignité
» d'un ecclésiastique [1]. »

Rathère était savant et même érudit pour son époque. A une connaissance approfondie de l'Écriture, des saints Pères et des canons, ainsi que des études libérales [2], il joignit celle qui était plus rare alors, des auteurs profanes. Dans l'*Agonisticon* qu'il écrivit étant en prison à Pavie et n'ayant d'autres livres que la Bible, il cite des passages de plus de quinze auteurs, tant grecs que latins, entre autres d'Origène, d'Hégésippe et de saint Jean Chrysostôme; de Varron, Térence, Cicéron, Horace, Perse et Sénèque [3].

Ces citations d'auteurs grecs et un passage que l'on rencontre dans une lettre de Rathère à Robert, archevêque de Trèves, ont fait dire aux Bénédictins de St-Maur que Rathère savait le grec : « Il donna d'abord
» une application sérieuse à la lecture des meilleurs auteurs grecs et latins
» et apporta tous ses soins à acquérir la pureté de la langue qu'il devait
» parler [4]. »

[1] *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 364-365.

[2] *Vir in divinis Scripturis eruditus et in artibus humanitatis, quas liberales vocant, peritissimus. Trithemius, de scriptt. eccles.*, 297, cité par Baehr. — *Vir fuit pro tempore doctus et eruditus, peritus canonum.* Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 631, l. 48, c. 15.

[3] *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 380. Ces citations ne doivent cependant nous prouver que l'érudition et la mémoire de Rathère; car plusieurs de ces écrivains n'étaient alors connus que de nom, et par les extraits qu'en donnent saint Augustin et les autres Pères de l'Église. Ceci est une remarque que l'on ne doit jamais perdre de vue en lisant les auteurs du moyen âge.

[4] *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 339.

M. Le Glay a relevé cette allégation en avançant que Rathère « était, » pour son temps, un helléniste célèbre [1]. »

Revenons à l'école de Liége. Depuis la mort de l'évêque Étienne (920), l'histoire ne nous y signale rien d'important. Une nouvelle ère s'y ouvre pour les études sous l'épiscopat de son disciple Éracle (959-971). Ce zélé prélat était issu d'une famille noble de la Saxe. Envoyé à Cologne pour y être instruit dans les lettres, il fit des progrès si remarquables dans les connaissances divines et humaines, qu'il fut bientôt rangé parmi les savants de l'époque [2].

Avant d'obtenir l'évêché de Liége, il fut prévôt ou doyen de l'église de Bonn. On suppose qu'il reçut des leçons de Rathère pendant le séjour de celui-ci en Allemagne.

Éracle organisa sur des bases solides l'étude des lettres dans son église ainsi que dans les monastères de son diocèse. Il y attira des clercs savants de l'étranger, les plaça à la tête des écoles et les récompensa largement de ses propres fonds. Il surveilla les cours et instruisit lui-même les élèves les plus avancés. Il consacra tant de zèle et de patience à l'enseignement,

[1] *Mémoires de la Société d'émulation de Cambrai*, 1826-1827, p. 190 : *Sur l'étude du grec aux Pays-Bas avant la renaissance des lettres.* Malgré l'autorité littéraire qui se rattache au nom de ces savants, et quoiqu'il n'y aurait rien de surprenant à ce que Rathère sût le grec, puisque saint Brunon, auquel il donnait des leçons, et plusieurs savants de l'époque connaissaient cette langue, on nous permettra cependant de désirer des preuves plus convaincantes à l'appui de leur assertion. M. Le Glay se base sur le passage de l'*Histoire littéraire* que nous venons de rapporter, et les Bénédictins de St-Maur, de leur côté, ont attribué à Rathère la connaissance du grec d'après la lettre à l'archevêque Robert, dont nous parlons plus haut et qui est insérée dans l'*Amplissima collect. veter. monum.*, t. IX, p. 966, où Rathère dit : *Naucipendens itaque* quid mendax Graecia, *quid poëtica garrulitas semper de falsitate referat ornata*, his ediscendis dedi operam, quae mera latinitas et authenticorum virorum *promulgavit sincerissima puritas, posthabens fontem Caballinum, bicipitemque Parnassum, vitae fontem si cognoscerem, non solum ad salutem, verum ad peritiam credidi Christum videlicet Jesum et hunc crucifixum in capiteque Ecclesiae anguli, positum.* Il n'entre point dans le cadre de ce mémoire d'éclaircir le fait. Nous abandonnons aux savants l'appréciation de notre réserve à cet égard.

[2] *Tantam postmodum in divinis atque humanis assecutus est scientiam, ut summis par esse philosophis censeretur.* Aegidius, dans Chapeauville, t. I, p. 188, — ... devint depuis un des savants hommes de son siècle. *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 336-337. Anselme en fait un éloge pompeux : *Omnibus scholarum studiis ita perfecte eruditus extitit, ut suis temporibus par ei nullatenus inveniri potuerit.* Ampl. coll., t. IV, p. 1035. A.

que peu d'évêques de son temps peuvent lui être comparés à cet égard [1]. Il expliquait à ses élèves, avec une extrême bienveillance, les passages qu'ils ne comprenaient point, et promettait de leur répéter l'explication jusqu'à cent fois, s'ils ne l'avaient pas saisie. Lorsque ses affaires le forçaient à s'absenter, il prenait plaisir à adresser à ses écolâtres et à ses élèves des épîtres en prose ou en vers, dans lesquelles, en termes pleins de douceur, il les exhortait, comme des fils bien-aimés, à persévérer dans l'exercice de leurs fonctions et dans l'application aux études. Il avait des connaissances en mathématiques et en astronomie [2]. Certains passages de Cicéron et d'autres auteurs latins rapportés dans ses écrits, prouvent que la littérature ancienne ne lui était point étrangère. Il était tellement estimé de l'empereur Otton et de Brunon, archevêque de Cologne, que ceux-ci n'entreprirent jamais une affaire d'importance sans l'avoir préalablement consulté.

Éracle forma un grand nombre d'élèves distingués. Ce fut lui qui jeta les fondements du monastère de St-Laurent, dont nous aurons à parler plus loin [3].

Sous le gouvernement d'Éracle, vivait à Liége, en exil, un évêque grec, nommé Léon, à qui Otton Ier avait fait le meilleur accueil [4]. Célèbre par ses talents, il y exerça sans doute une certaine influence sur les lettres et y répandit peut-être la connaissance du grec parmi quelques esprits d'élite. Il mourut en 971.

Le plus illustre des pédagogues de la ville de Liége, celui qui contribua le plus à rehausser l'éclat de son école, fut, sans contredit, l'évêque Notker [5]. Issu d'une ancienne famille noble de la Souabe, qui donna

[1] *Vix alius eo saeculo reperietur episcopus qui majori studio et literas et literatos prosecutus fuerit et qui tanta propter id perfecerit.* Launoi, *De schol. cel.*, c. 25, p. 107.

[2] Se trouvant en Calabre, il expliqua le phénomène d'une éclipse de soleil qui jetait la terreur dans tous les esprits. Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 189.

[3] Launoi, *De scholis celebr.*, c. 25, p. 107. *Histoire littéraire de France*, t. VI, p. 50, § 41, et p. 336-337.

[4] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 608, *c.*

[5] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 608, 609, l. 47, c. 65, ad a. 971. *Ampl. coll.*, t. IV, p. 861-867, *passim;* p. 861, c. 22; p. 864, c. 25; p. 865, 866, c. 26, et p. 866, c. 27.

plusieurs savants à l'Allemagne [1], Notker fut d'abord moine à St-Gall. Après avoir dirigé l'école de Stavelot, il retourna à St-Gall, où il remplit pendant quelque temps les fonctions de prieur et fut appelé ensuite à la cour d'Othon-le-Grand, en qualité de conseiller. De là il passa au siége épiscopal de Liége [2] (971-1008).

Selon les auteurs de l'*Histoire littéraire de France,* Notker « après avoir » fait avantageusement de bonnes études, passa à la cour, et s'y distingua » par son savoir et ses bonnes mœurs. » Cette résidence à la cour est antérieure à ses vœux monastiques [3]; mais y séjourna-t-il en qualité de disciple ou de maître? L'école du palais était-elle encore en vigueur? La cour n'avait pas de résidence fixe, il est vrai, mais elle n'était pas plus permanente sous Charlemagne [4].

Comme l'avaient fait ses prédécesseurs et suivant l'usage adopté par tous les prélats zélés de l'époque, notamment en Angleterre, Notker professa lui-même, autant que les affaires de son diocèse et de son pays le lui permirent. Il chérissait ses élèves, comme un père ses enfants. Dans ses voyages, il se faisait toujours accompagner de quelques-uns d'entre eux; ils étaient alors placés sous la conduite d'un de ses chapelains et régis par une sévère discipline. Les livres et les matériaux scolaires n'étaient pas oubliés dans ces circonstances. Il en résulta, fait observer le chroniqueur Anselme, que de jeunes écoliers illettrés et incultes lorsqu'ils avaient quitté leur cloître pour suivre l'évêque, surpassaient à leur retour, en savoir, ceux qui naguère étaient leurs maîtres [5].

[1] Notker Balbulus, Notker Labeo et Notker surnommé *Piperis Granum.* Voyez Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit. i. Kar. Zeit.* 3 suppl., p. 531.

[2] *Hist. litt.,* t. VII, p. 208-210.

[3] D'après l'*Hist. litt.,* t. VII, p. 208-210. — Si nous devons nous en rapporter à l'historien Anselme, Notker ne se rendit à la cour que postérieurement et en qualité de conseiller, immédiatement avant de devenir évêque de Liége. Alors disparaîtrait notre supposition au sujet de l'école palatine.

[4] *Hist. litt.,* p. 208-210. — *A literali ergo scientia . . . . . , et in utraque disciplina laudabiliter promotus, de scholis ad palatium transferri meruit.* Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 200. Ce passage d'Anselme nous apprend, si toutefois il s'agit ici de l'école du palais, qu'on ne la fréquentait que lorsqu'on possédait déjà des connaissances fondamentales et générales. Nous remarquons aussi que le grand nombre des savants qui la fréquentèrent étaient *des nobles.*

[5] Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 217. Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 201, l. 53, c. 4, ad a. 1008.

Le même historien nous apprend que Notker ne se bornait point à enseigner la Bible aux clercs, mais qu'il préparait aussi les jeunes laïques dont l'éducation lui était confiée, à des arts (professions?) en rapport avec leur âge et avec leur condition [1]. L'école de ces derniers était séparée de celle des clercs [2].

Un poëte contemporain dit de lui :

> VULGARI PLEBEM, *clerum sermone latino*
> *Erudit et satiat, magna dulcedine verbi,*
> *Lac teneris praebens, solidamque valentibus escam.*

Il est à regretter que nous ne possédions pas de notions plus précises sur cet enseignement qu'on est tenté d'appeler communal. Il nous serait même difficile de déterminer si l'usage de la *langue vulgaire* doit être rapporté à l'instruction littéraire plutôt qu'à la prédication. Nous croyons cependant pouvoir adopter cette opinion que l'instruction donnée par Notker aux laïques avait un but purement pratique, en dehors de la vocation religieuse, et l'usage de la langue vulgaire ne nous étonne aucunement de la part d'un élève du monastère de St-Gall. Depuis les premiers temps, l'Allemagne chrétienne, de même que l'Angleterre, avait tendu à séculariser la science. L'objet de ce mémoire ne nous permet pas d'entrer dans plus de développements à cet égard; rappelons-nous seulement Hraban Maur, et remarquons qu'un parent de notre évêque, Notker Labeo (m. 1022), également disciple de l'école de St-Gall, s'est fait connaître par un grand nombre de traductions en langue vulgaire [3].

Distingué par les plus nobles qualités, Notker nous est représenté comme exerçant l'hospitalité la plus franche, particulièrement sans doute envers les étudiants étrangers : hébergés par lui, ils se croyaient dans leurs

[1] *Cum clericis, divinae paginae quaestionibus enodandis, quoties vacaret intentus,* etiam laicos adolescentes, quibus educandis instabat, aetati et ordini suo congruis artibus implicabat. Chapeauville, l. c., p. 218-219.

[2] *Quibus alendis sua seorsum erat disciplina.* Martène et Durand, *Gesta epp. Leod.*, t. IV, p. 868 (Cramer).

[3] Voyez Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, 3 suppl., p. 532. Au surplus, l'évêque Notker semble avoir constamment entretenu des rapports littéraires avec le monastère de St-Gall. Cramer, *Gesch. d. Erz.*, etc., p. 99.

propres foyers, et même, après qu'ils avaient quitté l'école, il restait pour ses disciples un ami et un père [1]. Il n'est donc pas étonnant que la ville de Liége, grâce à son école distinguée et aux procédés pleins de bienveillance et de libéralité de son prince, attirât alors dans ses murs une foule considérable de jeunes gens studieux de tous les pays.

On croit pouvoir attribuer à Notker un traité de rhétorique, un traité sur le comput, deux livres sur l'astronomie, et une traduction latine du Traité de l'interprétation d'Aristote. Si cette dernière opinion était bien établie, nous aurions un helléniste de plus à ajouter à nos annales littéraires [2].

Un grand nombre d'hommes éminents sortirent de l'école de Notker. Les principaux sont [3] :

Durand, évêque de Liége (1021-1025) [4];

Wason, évêque de Liége (1042-1048);

Maurille, originaire de Reims, archevêque de Rouen (m. 1067) [5];

[1] *Nusquam sic colitur totis affectibus hospes,*
In laribus putat esse suis, qui venerat exul.
Chapeauville, *Anselmus*, p. 218-219. Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 201.

[2] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 215. « Parmi les manuscrits de l'abbaye de Pontigny, on » trouve, sous le nom de Notker, un traité de rhétorique, un autre du comput et deux livres sur » l'astronomie. Mais comme l'auteur n'est pas qualifié évêque de Liége, nous n'osons pas assurer » qu'ils appartiennent à notre prélat. Ils peuvent également être de quelqu'un des Notker de » St-Gall. . . . . Notker cependant aurait pu composer ces écrits avant son épiscopat, et, dans ce » cas, il ne serait plus surprenant qu'il n'y fût pas qualifié évêque. On attribue à Notker-le-Bègue » la traduction latine du fameux Traité de l'interprétation, qui est entre les écrits d'Aristote. » M. Huet nous la donne effectivement pour être de la façon d'un Notker. *Nous avons allégué » une raison qui fait légitimement douter qu'elle soit du moine de St-Gall; ainsi elle pourrait » bien appartenir à l'évêque de Liége.* »

[3] Indépendamment des sources citées, voyez, pour les disciples de Notker : *Amplissima coll.* Anselmus, t. IV, p. 865-866, c. 26.

[4] Durand s'était illustré par l'enseignement des arts libéraux à l'école de l'église de Bamberg en Bavière. L'empereur Henri ayant demandé à l'évêque Wolbodon de Liége un clerc savant en littérature (*clericum scientem literaturam*), Wolbodon lui adressa Durand et le recommanda vivement. Durand inspira à Henri, roi des Francs, les procédés qu'il devait suivre à l'égard de l'hérésie de Bérenger et de Brunon d'Angers. Chapeauville, t. I, p. 258, 259.

[5] Il est écrit dans son épitaphe :

Hunc Remis genuit, studiorum Legia nutrix,
Potavit trifido fonte philosophico.
Launoi, *De Schol. cel.*, c. 25, p. 108.

Rothard et *Erluin*, qui devinrent tous deux évêques de Cambrai [1];

Adelbold, évêque d'Utrecht (m. 1027) [2];

Gunther, archevêque de Saltzbourg. Il se distingua par ses écrits sur les mathématiques [3];

Haimon, noble bavarois, évêque de Verdun et conseiller de l'Empereur [4];

Hezelon, évêque de Toul [5];

Otbert, qui réforma les chanoines d'Aix-la-Chapelle, dont la manière de vivre s'était beaucoup écartée des prescriptions canoniques [6];

Et enfin *Hubald* ou *Hubold*, chanoine de l'église de Liége. Celui-ci quitta cette ville à l'insu de Notker pour se rendre à Paris, près des chanoines de Ste-Géneviève, où il enseigna avec beaucoup de succès, et attira en peu de temps un grand nombre d'élèves [7]; mais Notker ayant appris le lieu de sa retraite, le somma de revenir sous peine d'excommunication. Ses amis le virent partir avec un profond regret et s'en séparèrent en versant des larmes. Quelque temps après, Notker étant venu à Paris, les chanoines de Ste-Géneviève s'empressèrent d'aller le trouver, et le prièrent humblement d'autoriser Hubald à passer, ne fût-ce qu'un seul mois de l'année, parmi eux. L'évêque fut ravi de la considération dont son chanoine était l'objet, et consentit à ce qu'il y vînt demeurer annuellement pendant trois mois, et même davantage. Hubald y professa encore pendant quelques années. De Paris il alla enseigner à Prague, où il obtint les mêmes succès [8].

L'évêque Wolbodon (1018-1021), qui avait été prévôt de l'église

— Il étudia à Liége tous les arts libéraux, qu'il alla ensuite enseigner à Halberstadt. *Histoire littéraire de France*, t. VII, p. 18; t. VI, p. 31. Maurille était aussi élève de Wason.

[1] *Hist. litt.*, t. VI, p. 31.

[2] *Ibidem.*

[3] *Ibidem.*

[4] *Ibidem.* Chapeauville, t. I, p. 217-218.

[5] *Ibidem.*

[6] *Ibidem.*

[7] Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 218. *Ubi multorum scholarium instructor fuit.* Ampl. coll., t. IV, p. 865-866. *In brevi multos scholarium instruxit.*

[8] Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 218. — *Hist. litt.*, t. VI, p. 31 et 33.

d'Utrecht, porta aussi beaucoup d'intérêt à l'instruction et à la jeunesse studieuse; il *enseigna lui-même* l'Écriture Sainte [1].

Parmi les soutiens de l'école de la cathédrale on distingue encore Wason, que l'on présume être né au pays de Liége. Il avait été élevé, depuis son enfance, dans l'abbaye de Lobbes, sous la discipline du savant Hériger. Ses talents le signalèrent à Notker, qui l'appela à Liége, le nomma chapelain et lui confia peu après la direction de l'école épiscopale. Il fut ensuite élevé à la dignité de doyen par l'évêque Balderic; mais cette nouvelle distinction lui ayant suscité des ennemis, il y renonça et passa au service de l'empereur Conrad en qualité de chapelain. Il ne tarda pas à gagner l'estime de la cour et les bonnes grâces de l'Empereur qui le consulta fréquemment et le prit même pour arbitre dans mainte cause difficile [2].

Adelman, savant clerc de l'église de Liége, remplaça Wason dans l'écolâtrie. Cependant Wason étant revenu à Liége, y fut réintégré dans son décanat, devint archidiacre et prévôt, et succéda finalement dans l'évêché (1042-1048) à son disciple Nithard, en faveur duquel il avait antérieurement refusé la dignité épiscopale. Il semble qu'il se soit attaché à suivre en tout point les traces de Notker en ce qui concerne l'enseignement : même zèle, même dévouement, même libéralité. D'un caractère sans prétention, il oubliait avec les humbles l'élévation de son rang; il préférait les bonnes mœurs, les qualités morales à la vaine et ambitieuse érudition. Il eut soin de se pourvoir toujours de bons professeurs; il visitait souvent les écoles et conversait familièrement avec les élèves sur leurs études, les interrogeant individuellement sur leurs travaux, et aimant mieux, dans les questions qu'il leur proposait à résoudre, être vaincu rationnellement que vaincre arbitrairement. Il questionnait les plus

[1] *Ampl. Coll.* ANSELMUS, t. IV, p. 868, c. 29. *Ipse per se sacrae Scripturae lectionibus erudiebat.*

[2] On raconte qu'en ce temps, certain israélite, « qui passait pour le plus habile docteur de sa nation, » était fort bien accueilli à la cour à cause de ses grandes connaissances en médecine. Celui-ci, vain de sa science, provoquait souvent Wason à la dispute, et Wason réussit si bien, dit-on, à le confondre sur des points de la Bible, que l'israélite lui-même s'avoua vaincu. *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 388-390.

avancés sur les saintes Écritures, et les plus jeunes sur Donat et Priscien : il prenait plaisir à les écouter tour à tour, louait ceux dont il était satisfait, blâmait et corrigeait les autres, entretenant ainsi parmi eux tous une noble émulation. Il était généralement d'un abord assez difficile pour les jeunes gens étrangers qui se présentaient aux écoles; mais lorsqu'il avait reconnu en eux un désir réel de s'instruire, il les accueillait avec bienveillance et fournissait des moyens de subsistance à ceux que la fortune n'avait point favorisés. Aussi la vogue de l'école de Liége se soutint-elle et l'on vit les clercs y accourir de tous les pays [1].

Anselme compare Wason à un arbuste en fleurs, où les abeilles de diverses ruches venaient puiser le mielleux nectar pour le transporter au loin dans leurs arides alvéoles : il le représente encore comme un autre Salomon qui attirait à lui des essaims de jeunes gens, avides de le voir et de l'écouter, et lui apportant des dons précieux, comme autrefois la reine de Saba au sage d'Israël. Mais Wason refusa constamment d'accepter leurs présents en récompense de la science qu'il leur départissait, voulant donner gratuitement ce qu'il avait gratuitement reçu. Si grande était sa réputation, que les papes, les empereurs, les évêques avaient recours à ses lumières. La renommée de Liége s'accrut en raison de celle de son prélat, et elle acquit parmi les villes les plus célèbres le nom de *Source de sagesse* (SAPIENTIAE FONS), et *Nourrice des grands arts* (LEGIA MAGNARUM ARTIUM NUTRICULA).

L'épitaphe que l'on fit à Wason résume la haute considération que ses contemporains avaient pour son mérite :

Ante ruet mundus, quam surgat Wazo secundus [2].

[1] *Quae enim regio tam abtrusa in terris, quam, pervolitante fama Wazonis, Legiae nomen non penetraverit? Parum est quod trifida, te celsam tanto patri, novit Gallia : te Alpina gerens corpora, nequaquam ignorat Germania : experimentum acceperunt gloriae tuae simul Pannonii et Hiberi : nec latet extremo diffusos orbe Britannos, Aquitanos, cum Arvernis, tanti rectoris auctoritate, quam alte caput extuleris. Tibi cedunt prae pontificis virtute, circum circa nobilissimae urbes. Sed nec Roma praepotens, indignum ducit tua se superari gloria, quae moderno tempore, orthodororum neminem, huic tuo parem habuerit superstitem.* Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 309. Remarquons que Wazon n'existait plus lorsque Anselme écrivit ces lignes.

[2] Chapeauville, *Anselmus*, t. I, p. 281, 287, 292, 309. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 415,

Parmi les nombreux disciples de notre évêque-écolâtre, il n'en est que deux dont les noms nous aient été conservés : le moine Maurille de Reims qui fréquenta aussi l'école de Notker et acheva ses études sous Wason, et Nithard, prédécesseur de Wason dans l'évêché de Liége (1038-1042)[1].

Nous serions peut-être en droit de compter encore parmi ses élèves : Adelman[2], Alestan et Odulfe, qui enseignèrent à la cathédrale après Wason, ainsi que le chanoine Alexandre[3], et un clerc du nom d'Egebert[4], qui tous deux eurent quelque réputation en littérature, et enfin l'historien Anselme, continuateur d'Hériger[5].

Wason avait deux frères dont l'un, Emmelin, devint abbé de St-Vaast à Arras, et l'autre, Gonzon (Gonthon ou Wenzon), abbé de Florennes. Ce dernier, « un des plus illustres prélats » de cette époque, fut particulièrement estimé du pape Léon IX, à cause de sa religion et de son savoir[6].

Nous avons vu qu'Adelman fut chargé des fonctions d'écolâtre de la cathédrale après le départ de Wason. Il continua à y enseigner encore

l. 57, c. 78, *a.* 1056. — *Hist. litt. de France,* t. VI, p. 17, 18 et 388-390. *Ampliss. Coll.* ANSELMUS, t. IV, p. 872, c. 36-37; p. 882, c. 40-42, et *passim*, p. 912.

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 18.

[2] Adelman était sous-diacre de l'église de Liége lorsqu'il quitta cette ville.

[3] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 472-473.

[4] « Eckbert ou Egebert, clerc de l'église de Liége, et contemporain de Gozechin, possédait parfaitement, aux termes de Trithème, la science ecclésiastique et la séculière. Il laissa de sa composition : 1° un Recueil d'énigmes champêtres (*de aenigmatibus rusticanis*) en vers, dont Trithème parle avec éloge (*eleganti metro compositum*). Ce recueil était d'abord peu de chose, mais ayant été goûté du public, l'auteur le remania et y fit des additions considérables. Il existait encore à la fin du XVe siècle. 2° une *Vie de saint Amor*, confesseur, natif d'Aquitaine. » *Hist. litt.*, t. VII, p. 501. — Chapeauville, *Ægidius*, t. I, p. 6.

[5] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 472-474. Son histoire des évêques de Liége a été publiée par Chapeauville, Dom Bouquet et par les Bénédictins, dans l'*Amplis. Coll.*, t. IV, p. 813. — Anselme vécut au moins jusqu'en 1056. Il était chanoine de la cathédrale; il écrivit son histoire sur la demande d'Annon, archevêque de Cologne, et de Ida, abbesse du monastère de Ste-Cécile, de cette même ville. Il se vit honoré de l'estime et de la confiance des évêques Wason et Théoduin, et il accompagna ce dernier, en 1053, dans un pèlerinage qu'il entreprit, suivant l'usage alors assez répandu, au tombeau des apôtres à Rome. Hériger était aussi lié d'amitié avec Thierry, le réformateur de l'ordre monastique en Belgique et en France.

[6] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 491. — Foppens, *Bibl. Belg.*, t. I, p. 378. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 227, l. 53, c. 74.

pendant l'épiscopat de ce dernier, et il paraît qu'il soutint dignement la célébrité de l'école et que le concours des étudiants y fut toujours considérable. Adelman était très-versé dans les saintes Écritures, « et non-» seulement grammairien, c'est-à-dire habile dans les belles-lettres, mais » aussi philosophe; c'était un des fameux dialecticiens de son temps et » un bon théologien [1]. »

Nous ne pouvons omettre ici une circonstance importante de la vie d'Adelman, qui précéda l'époque de son enseignement : étant encore sous-diacre de l'église de Liége, il quitta cette ville vers la fin de l'épiscopat de Durand (1021 à 1025), et se rendit à Chartres, où il fréquenta l'école du célèbre Fulbert [2], qui le compta parmi ses élèves favoris. Il était de ceux que Fulbert avait coutume de réunir le soir dans un petit jardin près d'une chapelle de la ville, où il leur donnait des leçons particulières, indépendamment des cours publics de la journée. Mais en 1025, Réginard, ayant succédé à Durand dans l'épiscopat de Liége, écrivit à Fulbert pour lui redemander son diacre, qu'il qualifiait de brebis errante. Fulbert lui répondit avec sa politesse ordinaire « qu'il louait à la vérité » sa sollicitude pastorale, mais qu'il le priait, en même temps, de ne » point envisager son frère Adelman comme une brebis hors du bercail; » qu'il devait se tenir tranquille sur son compte, vu que, par la grâce » de Dieu, cette brebis se nourrissait à profit, et qu'elle était indus-» trieuse à éviter les embûches frauduleuses des loups; qu'il cessât » de qualifier de fugitif un soldat qui se préparait avec soin à com-» battre, tant au dedans qu'au dehors, l'armée entière des erreurs et » des vices; qu'au reste, Adelman se rendrait incessamment à Liége, » mais que lui, Fulbert, priait Réginard de le lui renvoyer à Chartres, » avec une démission en forme, afin qu'il servît de gage à leur mutuelle » union. »

[1] *Vir in omni varietate scripturarum doctissimus. . . . . Hist. litt. de France,* t. VII, p. 542-546. — *Vir in divinis scripturis studiosus, et eruditus philosophus et dialecticus suo tempore famosus.* Launoi, *De schol. cel.*, c. 25, p. 107, d'après Trithème.

[2] Adelman y eut pour condisciples Bérenger, Hildier, Sigon, Lambert, Engelbert et plusieurs autres savants. *Hist. litt.*, t. VII, p. 542-546.

Réginard semble ne pas avoir beaucoup goûté les raisons du disciple déjà quelque peu rationaliste de Gerbert; usant de son droit, il persista à exiger le retour d'Adelman, soit qu'il eût besoin de lui pour la direction des écoles, soit qu'il craignît pour une de ses meilleures ouailles la contagion de cet esprit philosophique qui commençait à travailler les écoles de la France.

Adelman, qui regrettait peut-être beaucoup de se voir écarté du théâtre des discussions scolastiques, continua à y prendre part de loin, mais ce fut pour combattre les écarts des hérésiarques. C'est ainsi qu'il s'immisça dans la question de la transubstantiation, qui avait conduit Bérenger de Tours à nier *la présence réelle;* il écrivit à ce sujet une lettre à Bérenger, *De veritate corporis et sanguinis Christi in Eucharistia.*

Il paraît que les doctrines nouvelles de Bérenger et de la naissante scolastique en général, exercèrent assez d'influence dans l'Église de Liége pour y porter le trouble dans les esprits, engendrer la scission parmi les clercs, et détruire le calme si nécessaire aux bonnes études. Les pernicieux effets de cette réaction, jointe à d'autres maux qui pesaient alors sur cette Église, semblent avoir forcé Adelman à abandonner sa chaire et à se retirer en Allemagne « comme en un lieu d'exil [1]. »

De là Adelman passa en Lombardie et fut promu à l'évêché de Bresse, en 1050. Il mourut en 1062. On cite parmi ses principaux élèves à Liége :

Lambert, abbé de St-Laurent;

Guillaume, surnommé *Walon,* qui fut d'abord abbé de St-Arnoul, à Metz, et ensuite de St-Remy, à Reims;

Et *Francon* de Cologne [2].

[1] Il est à présumer, dit l'*Hist. litt. de France*, t. VII, p. 542-546, « que ce fut à cause du déluge » de maux dont il voyait l'Église inondée, et principalement par les suites funestes des erreurs de » Bérenger, qui causaient, comme il paraît, des troubles particuliers dans l'Église de Liége. » On verra plus loin que l'écolâtre Gozechin s'expatria pour les mêmes motifs. A l'article de ce dernier, l'*Hist. litt.*, t. VII, p. 499-500, dit encore : « Le même motif avait porté plusieurs autres » savants à renoncer à leurs chaires et aux avantages qui y étaient attachés, pour chercher une » retraite et s'y occuper uniquement de l'étude de la vraie sagesse. »

[2] Voir sur Adelman : Launoi, *De scholis ecl.*, c. 25, p. 107.—Chapeauville, t. I, p. 263 (*Adelinus*) — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 542-546.

L'exil d'Adelman signale le déclin de l'école de Liége. Deux siècles se sont écoulés depuis que Francon y donna une impulsion vigoureuse aux études et rendit l'école de la cathédrale célèbre dans toute l'Europe. Les évêques Étienne, Éracle, Notker, Wolbodon et Wason, et l'écolâtre Adelman furent les nobles soutiens de cette académie dont la Belgique peut être fière. De nombreuses causes concoururent à amener cette décadence. L'influence de la scolastique n'y fut pas heureuse; au lieu d'inspirer aux intelligences le goût d'un examen sage et zélé, elle n'y enfanta que des discussions amères qui ne portèrent aucun fruit. Les préoccupations temporelles et bruyantes des évêques détournèrent leur esprit et leur cœur des modestes soins de l'instruction. *Ils cessèrent d'enseigner eux-mêmes;* ils abandonnèrent cette charge à des écolâtres et ils paraissaient même en avoir abdiqué la surveillance.

« D'un autre côté, toute discipline était perdue; l'Église était désolée » et avilie par l'incontinence des clercs, par la simonie et par le despo- » tisme du pouvoir temporel, qui nommait et destituait à son gré les » évêques et les papes [1]. »

La longue querelle des investitures devait exercer encore à Liége une funeste influence sur l'enseignement; en effet, le double caractère dont étaient revêtus les princes-évêques de Liége, relevant en même temps du Saint-Siége et de l'Empereur, rendait leur position souvent épineuse et était une source continuelle de troubles entre l'évêque et le chapitre.

Le dépérissement de la discipline dans les monastères, et la décadence de leurs écoles, coïncident d'une manière fatale avec cet ordre de choses; les Bénédictins avaient, depuis leur origine, fourni à l'Église ses prélats les plus distingués; l'école de Liége leur était redevable de sa splendeur et les études y tarirent dès qu'elles cessèrent d'être ravivées par une source jadis si féconde et si pure. Les temps ne sont plus où Liége demandait des évêques à Lobbes ou à Stavelot; ce n'est plus la science et la sainteté des mœurs qui conduisent à la pourpre, et les souverains de Liége seront désormais princes avant que d'être évêques. La noblesse dominait alors les masses du

[1] De Gerlache, *Hist. de Liége*, p. 58.

plein éclat de son prestige; la chevalerie brillait de toute sa splendeur et la féodalité régnait en souveraine. Les cadets de famille cherchaient dans les dignités de l'Église une compensation à leur exclusion de l'héritage paternel, et cette invasion du profane dans le spirituel porta le dernier coup aux bonnes études.

Une dernière cause parmi celles qui se réunirent pour dessécher « l'arbuste en fleurs » si soigneusement cultivé par Wason, et pour en chasser les essaims d'abeilles qui venaient de loin y puiser le nectar de la science [1], fut la fondation des universités et particulièrement de celle de Paris.

Cependant la décadence de l'école de Liége ne fut ni si subite, ni si complète, qu'elle n'offre encore quelque activité littéraire et quelques professeurs qui méritent de fixer notre attention.

Après le départ d'Adelman, Alestan fut nommé écolâtre. « C'était un » homme profond dans la connaissance de l'antiquité. Il forma aux lettres d'excellents disciples qui attestaient par leur grand savoir celui » de leur maître. Mais ayant fait un voyage en Italie, il y mourut d'une » fièvre maligne, au grand regret de tous les savants. »

Odulfe lui succéda, mais le suivit promptement au tombeau [2].

Gozechin, originaire de la ville ou du pays de Liége, dirigea ensuite l'école de la cathédrale où il avait reçu l'instruction. Il y enseigna *les humanités, la philosophie et les sciences ecclésiastiques*, et forma un grand nombre d'élèves de mérite. Après avoir exercé cet emploi pendant treize ans, il s'expatria pour les mêmes motifs qui avaient éloigné Adelman de l'école. Il se retira à Mayence, où il fut accueilli avec cordialité et avec toute la considération qu'il méritait. Il regrettait toujours le ciel de sa patrie, mais ce fut en vain que Valcher, son élève favori, essaya de l'y rappeler. Celui-ci lui copiait quelquefois les livres qui lui manquaient à Mayence [3].

[1] Anselme pouvait bien s'écrier après la mort de Wason : . . . . . *At nunc, eheu, tanto pastore viduata, stas (o Legia) magni nominis umbra !* Chapeauville, t. I, p. 309.

[2] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 18. Les auteurs de l'*Hist. litt.* disent qu'Alestan et Odulfe enseignèrent après Wason et Adelman avant le milieu du XI[e] siècle.

[3] *Hist. litt. de France*, t. VII, pp. 18 et 499-500.

Nous ne savons rien de particulier au sujet de Valcher, qui succéda à son maître dans l'écolâtrie [1].

Ces fonctions furent reprises par Francon de Cologne (1066 à 1088).

Francon était très-versé « dans la littérature ecclésiastique et profane. » Il excellait dans les mathématiques et surtout dans la musique. On lui attribue l'invention de la *mesure* sur laquelle il composa un traité. On regarde cette découverte comme si extraordinaire, qu'elle a fait douter si ce savant a bien réellement vécu au XIe siècle, et non au XIIIe. Francon a écrit aussi un traité sur la quadrature du cercle [2].

A la fin du XIe siècle, la chute de l'école de la cathédrale est accomplie [3].

Elle est descendue à l'état de médiocrité de ces institutions qui subsistent parce qu'elles pourvoient à un besoin de la société. L'enseignement y est devenu purement objectif.

Le premier nom que nous offre le XIIe siècle dans la carrière de l'enseignement, est celui d'un réfugié célèbre, qui passa pour un des plus beaux génies de son siècle, Albéric de Reims.

Après avoir suivi les leçons de Guillaume de Champeaux et d'Anselme de Laon, Albéric enseigna d'abord à l'école de sa ville natale. Il alla

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 18.

[2] Launoi, *De scholis cel.*, c. 25, p. 106. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 18 et 138. — Cramer, *Gesch. der Erz. u. d. Unterr.*, p. 105 : *Wir vermögen nicht zu beurtheilen, ob die Erfindung der Mensuralmusik oder des Taktes die dem Franko zugeschrieben wird, und die er in einer besonderen Schrift über die Musik und den Mensuralgesang niederlegte, so ausserordentlich ist, dass es unmöglich sey, dass Franko im XI Jahrh. gelebt habe, und dass man ihn, gegen alle historische überlieferung, ins XIII Jahrhundert setzen müsse; wir halten uns daher an die geschichtlichen Nachrichten selbst, um so mehr, weil die Entwickelung des Geistes nicht immer in einem regelmässigen Laufe und in gerader Linie sich bewegt, namentlich in der Kunst, und weil es oft grösse Manner giebt, die ihrer Zeit um Jahrhunderte voraneilen. Wir betrachten demnach Franko nebst Hukbald, für einen der grössten Förderer der Musik von den Niederlanden aus, vor der Zeit der Kreuzzüge.* — Nous devons faire remarquer que l'*Histoire littéraire* met quelque confusion dans la succession des écolâtres qui ont suivi Adelman. Nous croyons les avoir rapportés dans leur véritable ordre.

[3] Les Bénédictins de St-Maur prolongent la célébrité de l'école de Liége jusque dans le XIIe siècle. « Il est constant, disent-ils, par plusieurs témoignages d'auteurs anciens, qu'elle » était florissante vers l'année 1117, *et même auparavant* (!). *Leodium Lotharingiae civitas,* » dit l'abbé d'Ursperg, sur la même année, *studiis etiam literarum prae caeteris apprime famosa.* » Hist. litt., t. IX, p. 40-41. Nous n'oserions nous rallier à cet éloge; la période brillante de l'école de Liége est *antérieure* au XIIe siècle.

ensuite à Paris, où il donna des leçons publiques de dialectique au mont Ste-Geneviève. Il y adhéra au parti d'Anselme, son ancien maître, contre Abélard, et fut un des principaux accusateurs de celui-ci, au concile de Soissons. Il était alors archevêque de Bourges (1136).

Mais avant de parvenir à cette dignité, il avait sollicité l'évêché de Châlons-sur-Marne, démarche dans laquelle il n'avait point réussi. C'est par suite de cet échec qu'il se retira à Liége, où il fut pourvu d'un canonicat. Il semble y avoir continué ses leçons publiques, en reconnaissance de l'hospitalité qu'il avait reçue [1].

Vers 1112, on mentionne Étienne, écolâtre de la cathédrale [2], et à la fin du siècle, « un homme célèbre (?) » nommé Guillaume, qui, sous le titre de *scolarum auriga,* avait la direction de toutes les écoles de la ville. Il prit ensuite l'habit de moine et se retira à Toigny, abbaye de l'ordre de Cîteaux, dans le diocèse de Laon [3].

Entre autres savants formés à l'école de Liége pendant ce siècle, on distingue Ezelon et Tezelin, deux « grands hommes, » dit l'histoire littéraire, « qui avaient illustré l'église de Liége. » Ils se retirèrent à Clugny, avec Alger, écolâtre de la collégiale de St-Barthélemy [4], et Hillin, qui alla continuer ses études en France et devint, en 1152, archevêque de Trèves. Ce dernier jouit d'une grande réputation de savoir [5].

[1] M. Charles de Rémusat, *Abélard,* t. I, p. 38, note 3, dit de lui : « Albéric de Reims, élève de » Godefroi, scolastique de cette ville, se perfectionna sous Anselme de Laon, devint archidiacre » et écolâtre de l'église de Reims, et enfin archevêque de Bourges, en 1136. Il était aimé de saint » Bernard. Lotulfe ou Loculfe-le-Lombard, ou, selon Othon de Freisingen, Leutald de Novare, » ami et condisciple d'Albéric, régit avec lui les écoles de Reims. *On n'en sait rien de plus.* » — *Hist. litt. de Fr.*, t. IX, p. 41 et 33.

[2] *Hist. litt.*, t. IX, p. 40.

[3] *Ibid.*, p. 41.

[4] *Ibid.*, p. 40.

[5] *Ibid.*, p. 41. — *In virum doctissimum enituit.* (Martène.)

DIOCÈSE DE LIÉGE.

ÉCOLES MONASTIQUES.

Monastère de Stavelot.

A côté de l'école de la cathédrale, le diocèse de Liége comptait plusieurs monastères où, pendant tout le cours du moyen âge, les études furent très-suivies et qui avaient quelques écoles rivalisant avec celle de la métropole et la surpassant même quelquefois. Les principaux monastères de ce genre, sont : Stavelot, Lobbes, S[t]-Trond, S[t]-Hubert, Waulsort et Gembloux. De même qu'à Liége, l'activité littéraire correspondait dans ses fluctuations au caractère de l'évêque, les écoles des monastères recevaient leur impulsion de l'abbé et subissaient l'influence de la discipline. Elles étaient donc tour à tour florissantes et nulles.

Déjà pendant le premier quart du IX[e] siècle, l'école de Stavelot jouissait d'une bonne réputation. A cette époque, le monastère était régi par l'abbé Odon ou Hauton, qui y introduisit une discipline exemplaire [1].

Le célèbre Chrétien Druthmar, moine-prêtre de Corbie [2], en était alors l'écolâtre et y expliquait les saintes Écritures, depuis les premières années du règne de Louis-le-Débonnaire.

« On voit par ce qui nous reste de ses ouvrages, dit l'*Histoire litté-*

[1] *Vigebat hoc tempore in Stabulensi et Malmundariensi, Arduennae monasteriis, disciplina regularis cum studiis litterarum sub Hautone abbate.* Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 507, l. 30, c. 1, a. 827. Hauton alla plus tard diriger le monastère de Montier-en-Der, avec lequel celui de Stavelot entretenait des relations d'amitié. *Ibid.*, p. 547 et 584, a. 832 et 836. Saint Berchaire, premier abbé de Montier-en-Der, avait reçu son instruction à Stavelot, et c'est lui qui établit cette confraternité entre les deux monastères. Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 502, l. 30, a. 827.

[2] Il y a du doute si Druthmar était moine de Corbie en France, ou en Allemagne, s'il était Aquitain ou Allemand; Mabillon s'exprime à cet égard en ces termes : *Germanum tamen potius quam Aquitanum fuisse crediderim. . . . . potius veteris (Corbeiae)* — en France — *quam novae (monachus) fuisse dicendus est.* Ibid., p. 661-662.

raire, « qu'il savait le grec et quelque chose de l'hébreu [1], qu'il possédait » l'histoire sainte et la profane, et qu'il avait une intelligence particulière » de l'Écriture-Sainte [2]. »

Ayant remarqué que ses élèves retenaient mal les explications qu'il leur avait données et même souvent répétées, il les mit par écrit à leur intention (840) et nous légua de cette manière un commentaire sur saint Mathieu [3].

Druthmar fit un assez long séjour au monastère de Stavelot, mais on ignore s'il y finit sa vie ou s'il retourna à Corbie.

Au Xe siècle, la discipline du monastàre de Stavelot paraît avoir perdu de sa première vigueur. Odilon, moine de Gorze [4], qui fut appelé à la dignité d'abbé, en 955, est cité comme le *restaurateur* de la maison, et il prit un soin particulier de l'école. Odilon eut le bonheur d'attirer dans

[1] Ni M. Le Glay, ni M. le baron de Reiffenberg n'ont compris Chrétien Druthmar parmi les hellénistes des Pays-Bas. Une certaine connaissance du grec ne peut être contestée à Druthmar; on n'a qu'à parcourir son Commentaire sur saint Mathieu pour s'en convaincre. Non-seulement il y donne l'explication d'une grande quantité de mots grecs et hébreux, qu'il aurait pu, à la vérité, avoir appris par des ouvrages élémentaires destinés à faciliter l'intelligence de la Bible, mais il entre au sujet du grec dans des observations grammaticales et linguistiques, qui prouvent qu'il avait fait une certaine étude de cette langue. L'*Hist. litt. des Bénéd.*, t. V, p. 88, dit encore de lui : « Druthmar assure avoir vu un *exemplaire grec* des quatre Évangélistes, qui passait pour avoir » appartenu à saint Hilaire, et dans lequel l'Évangile de saint Jean suivait immédiatement celui » de saint Mathieu. Désirant d'en savoir la raison, il s'adressa à un certain Eusemius (il y a dans » le texte : *interrogavi enim* Eufemium *graecum*), Grec de nation, qui lui dit que cela s'était fait » à l'imitation d'un bon laboureur qui attelle ses meilleurs bœufs avant les autres. » — Trithème : *Christianus qui et Druthmarus, monachus et presbyter Corbeiensis, natione Aquitanicus; vir in divinis Scripturis doctus*, graeco et latino *sermone imbutus, veniens ab Aquitania in Galliam, nomen suum scribendo notificavit.* Voir *Bibl. Patrum*, t. I, fol. 86, D.

[2] *Hist. litt. de France*, t. V, p. 84. — Mabillon l'appelle *sapientissimus*, t. II, p. 661-662. On lui donne communément la qualité de *grammairien*, sans doute à cause de son grand savoir. *Hist. litt.*, t. V, p. 87.

[3] Imprimé en 1530 par Mainard Molser (*Etudes histor. sur Stavelot et Malmédy*, par Arsène de Noüe, p. 112) et dans la *Bibliotheca Patrum*. Lugduni, 1677, in-fol.

[4] L'école de Gorze, au diocèse de Metz, jouissait d'une grande réputation au Xe siècle. La Belgique doit à ce monastère quelques hommes éminents, qui propagèrent chez nous les connaissances qu'ils y avaient puisées. Tels sont : Odilon, Guibert, fondateur de Gembloux; saint Malcalène, successivement abbé de Waulsort et de St-Michel en Tiérache, et Frédéric, oncle paternel d'Adalbéron, évêque de Metz, qui fut abbé de St-Hubert. *Hist. litt.*, t. VI, p. 25-27.

son monastère, et d'y posséder pendant quelque temps, en qualité d'écolâtre, le fameux Notker [1].

On cite parmi les élèves que ce dernier forma à Stavelot :

Adelman, qu'il s'attacha plus tard étroitement et préposa à la direction de l'école de la cathédrale;

Eggihard, moine-prêtre, surnommé *le Philosophe*, et *Wolbodon*, qui devint évêque de Liége [2].

Odilon eut pour successeur dans l'abbatiat, Wérinfride, homme pieux et savant qui était, dit-on, versé dans toutes les sciences *(omnium artium praesul)* [3].

Vers le milieu du même siècle, la renommée de l'école de Stavelot était si grande, que Jean Trithème la comprend parmi les premières écoles de l'époque. « Dans tous les monastères de notre ordre, » dit-il, « principalement en Germanie et dans la Gaule, les écolâtres des moines » étaient choisis parmi eux; ils instruisaient les plus jeunes, lorsqu'ils » étaient doués d'une intelligence heureuse, dans les premiers éléments » de la science, et admettaient aux études supérieures ceux qui y étaient » jugés aptes. Dans les grands monastères seulement, qui étaient riches » en biens et où le nombre de moines était plus considérable, on appelait aux fonctions d'écolâtre, en dehors du couvent, des moines érudits, les plus savants qu'on pût trouver, non-seulement dans les sciences » divines, mais aussi dans les sciences profanes. Les monastères d'un » moindre rang envoyaient alors des moines à ces grands maîtres pour » se perfectionner auprès d'eux dans les hautes études. Ainsi les écolâtres, qui jouissaient d'un grand nom de savoir dans l'Ordre, avaient » toujours plusieurs élèves d'élite, et ceux-ci, à leur tour, étaient chargés » de l'instruction des moines.

» Parmi les monastères qui suivaient cet ordre d'enseignement, les » principaux étaient : les monastères de Fulde, de St-Gall, de Reiche-

[1] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 41.

[2] *Ibid.*, t. VI, p. 41; t. VII, p. 208. — Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 415, l. 45, c. 46, a. 955.

[3] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 415, l. 45, c. 46, a. 955.

» nau, de Hirsfeld, de Hirsauge, de St-Alban, de Mayence, de Corbie,
» de Prume, de Milan, de St-Denis à Paris, de St-Maximin à Trèves, de
» Reims, d'Autun, de Tours, de *Stavelot*, et de Weissenbourg. Dans tous
» ces monastères, qui formaient pour ainsi dire corps, il y avait des
» moines en grand nombre et très-studieux, et dans chaque monastère
» était préposé aux études un écolâtre qui excellait dans la connaissance
» des Saintes-Écritures. Or, les abbés qui désiraient posséder des moines
» érudits dans toutes les sciences, envoyaient quelques élèves aux divers
» monastères que nous venons de citer [1]. »

Vers le milieu du XIe siècle, le monastère de Stavelot avait encore à sa tête un prélat respectable et savant, l'abbé Poppon, que l'Église a placé parmi les saints [2]. Il avait été abbé de St-Maximin à Trèves, où la rigidité de ses mœurs et sa sévère piété l'avaient fait haïr par les moines et lui avaient attiré beaucoup d'avanies. Il prit l'instruction fortement à cœur, et s'attacha particulièrement à posséder des professeurs capables. En 1048, il demanda à l'abbaye de Gembloux, pour la direction de l'école inférieure, Folcuin [3] qui fut appelé plus tard à l'abbatiat de St-Vincent de Metz. Après la retraite de Folcuin, il attira près de lui Théodéric, moine de Lobbes, jouissant d'une grande réputation de savoir et de piété. Le monastère continua à fleurir sous la direction d'un abbé qui savait si noblement allier la science à l'esprit de religion. Il paraît avoir enseigné lui-même; on lui attribue, entre autres, l'éducation de Ruodon ou Rothon (selon d'autres Rudolphe), qui fut successivement investi des dignités d'abbé de Hirsfeld et d'évêque de Paderborn [4].

Parmi les célébrités du monastère de Stavelot, nous avons encore à

[1] *Trithemius. Chron. Hirs.*, ad a. 952, cité par Launoi, *De schol. cel.*, p. 67, c. 16.

[2] Il devint célèbre dans toute la France, tant par son érudition que par la sainteté de sa vie. *Hist. litt.*, t. VII, p. 23, d'après Trithème. — *Non impar fuit ejus studium ad reformandam monasteriorum depravationem, quorum non paucis abbates e discipulis suis suppeditavit. Unde non immerito recensetur inter praecipuos illius temporis abbates, quorum opera monastica religio in regno Lotharii refloruit.* Mab., *Ann. Ben.*, ed. Par., t. IV, p. 491, l. 59, c. 28, ad a. 1048.

[3] Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 492, l. 59, c. 29, a. 1048 : *Ad regendas puerorum scholas.* On entendait par *pueri*, les jeunes clercs, *cleri minores*. Voir Ducange.

[4] Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 408, l. 57, c. 67, a. 1036, et p. 491, l. 59, c. 28, a. 1048. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 21 et 23.

mentionner l'écolâtre Guibald, qui fut élu abbé en 1130. Il enseigna d'abord à l'école de Waulsort où il avait reçu l'instruction. Doué d'une grande intelligence et d'une rare prudence [1], possédant un riche fonds d'érudition profane et de littérature sacrée, il ne tarda pas à être apprécié selon son mérite : il reçut la mission d'aller diriger l'abbaye du Mont-Cassin en Italie (1137), et celle de Corbie en Saxe, où l'anéantissement de toute discipline exigeait les efforts d'un homme supérieur. Il parvint de là aux plus hautes dignités de l'État, fut créé prince de l'Empire, et honoré par les Papes et par les Empereurs. En 1156, l'empereur Frédéric l'envoya en ambassade à Constantinople près de l'empereur grec Emmanuel; il périt malheureusement, au retour d'une deuxième ambassade en Grèce, assassiné par des brigands (1158) [2].

On a de lui une série de 441 lettres sur l'histoire civile et religieuse, qui sont fort estimées.

Guibald avait aussi restauré l'école de Huxor. Non-seulement il chérissait ses élèves et en prenait soin en véritable pasteur, mais il les instruisait avec délices *(mira cum voluptate)* et les considérait *(reverenter)* comme un dépôt sacré confié à sa sollicitude.

De l'école de Stavelot sortit le moine Robert, qui dirigea le monastère de Waulsort de 1148 à 1174, et composa une *Vie* de saint Forannan [3].

Monastère de Lobbes.

Ce fut surtout vers le milieu du IXe siècle, et sous la direction de Francon, que l'abbaye de Lobbes acquit, au point de vue des études, cette ré-

[1] *Summum ingenii prudentiaeque talentum.* Foppens, *Bibl. Belg.*, t. II, p. 1164.

[2] Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 410, l. 77, c. 108, a. 1046; p. 556, l. 80, c. 85, a. 1056; p. 568, a. 1058, et t. V, p. 449. — Foppens, *Bibl. Belg.*, *l. c.* — *Hist. litt.*, t. VII, p. 29; t. IX, p. 101. — Les ambassades en Grèce n'exigeaient-elles pas la connaissance de la langue grecque? Charlemagne, lorsqu'il fonda l'église et l'école d'Osnabruck, en 804, stipula expressément qu'il devait y avoir toujours dans cette école des hommes sachant les langues latine et grecque, et il paraît que cette institution était une pépinière de traducteurs et de diplomates. Voyez Cramer, *Gesch. der Erz. u. des Unterr. in den Niederl.*, p. 56 et 57. — *Hist. litt. de France*, t. IV, p. 12. — Baluze, *Capit.*, t. I, p. 245-246, 419, 420.

[3] *Hist. litt.*, t. IX, p. 101.

putation qui lui assigne le premier rang parmi les monastères de la Belgique. Elle dut, sans doute, cette prééminence à la surveillance immédiate que les évêques de Liége exerçaient sur cet établissement. Nous avons parlé longuement, à l'article de la cathédrale, de Francon, d'Étienne, de Rathère, dont les noms se rattachent à ce monastère, les deux premiers à titre d'abbés et d'écolâtres, le dernier à titre d'élève.

On y cite encore à cette époque deux élèves distingués d'Étienne, dont les noms seulement nous sont parvenus, ce sont : Scamin et Théoduin. S'ils ont fait moins de bruit dans le monde que leur compagnon d'études Rathère, peut-être leur activité littéraire se plaisait-elle et se suffisait-elle sous le modeste toit du monastère, et en trouvèrent-ils l'horizon assez vaste pour renfermer le bonheur et absorber toute leur existence. Leur vie s'écoula-t-elle dans les soins pénibles et ingrats de l'enseignement? Leur ambition se bornait-elle à faire le bien en silence? L'histoire ne nous a laissé que des conjectures à cet égard.

En 960, l'évêque Eracle confia la direction du monastère à Aletran, « qui joignait à l'éloquence un grand fonds d'érudition sacrée et pro- » fane. » Nous ignorons s'il y a enseigné. Il mourut en 965 [1].

Aletran eut pour successeur Folcuin, Lorrain de naissance, qui s'était retiré depuis sa première jeunesse au monastère de St-Bertin, où il étudia avec application « les lettres divines et humaines. » On cite son habileté dans l'art du Comput et le poli de son style. Folcuin prit à Lobbes beaucoup de soin de la bibliothèque et l'enrichit d'un grand nombre de volumes. Il mourut en 990, après avoir gouverné le monastère pendant 25 ans; il s'y distingua par sa piété et y fit fleurir les lettres [2].

Adalbode, élève de Folcuin, fut une des illustrations de cette maison. Il était d'origine noble; on ne sait s'il naquit en Frise, en Hollande ou dans le pays de Liége. Il se consacra à Dieu dans le monastère de Lobbes, où il demeura plusieurs années, qu'il employa, tant à s'instruire qu'à enseigner. Il fréquenta aussi l'école de Liége sous Notker, et celle de

[1] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 550, l. 46, c. 58, ad a. 960 : *Domnum Aletrannum, undecumque doctissimum et in lege Dei exercitatum ac eloquentem.* — *Hist. litt.*, t. VI, p. 31 et 452.

[2] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 574, l. 46, c. 94, a. 965. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 451-455.

Reims sous le célèbre Gerbert, qui occupa plus tard le S[t]-Siége sous le nom de *Sylvestre II*. Ce dernier lui apprit les mathématiques, auxquelles il paraît s'être particulièrement appliqué. Adalbode acquit une si haute renommée par ses talents et par son érudition, qu'il fut rangé parmi les sommités intellectuelles de son époque. Il devint conseiller de l'empereur Henri II, et prouva qu'il possédait autant de bravoure militaire que d'habileté politique, en acceptant le commandement d'une partie de l'armée. Il rentra dans la carrière ecclésiastique en 1008, ayant obtenu pour prix de ses services l'évêché d'Utrecht (m. 1027).

Parmi ses écrits, il en est deux qui ont rapport à l'enseignement :

1° *Ad Sylvestrem II, P. M. Libellus de ratione inveniendi crassitudinem sphaerae.*

2° *De Musica.*

Son style est regardé comme le plus fleuri de l'époque [1].

Hériger, que l'on croit originaire de Meerbeke, près de Ninove, ne fut pas moins célèbre. Il embrassa la vie monastique dans le monastère de Lobbes, en 955, et succéda à Folcuin dans l'abbatiat. Ses succès dans les études déterminèrent sa carrière pédagogique. Les lettres étaient alors florissantes à Lobbes, et Hériger contribua beaucoup à leur conserver cet éclat. Il s'acquit la réputation d'être un des plus savants hommes de son temps, et il fut apprécié non-seulement dans la Gaule, mais aussi en Germanie et en Italie [2].

[1] Foppens, *Bibl. Belg.*, t. I, p. 6. — Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 114. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 252 et ss. — Goethals, *Lectures*, t. I, p. 10-15.

[2] *Vita et scientia etiam apud exteros clarus et inter sapientes suo tempore sapientissimus.* Foppens, *Bibl. Belg.* — *Vir suo tempore famosus et undecumque doctissimus, tam in divinis quam in saecularibus studiis eruditus; non solum apud Gallos in pretio habitus, sed etiam apud Romanos, Italos et Germanos excellentis opinionis.* Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 115, d'après Trithème. — *De Herigero id testantur Laubienses, cum ..... ejus mores inculpatos, idoneam doctrinam ad subditos erudiendos; denique nullum eo tempore aptiorem invenire se potuisse, quam Herigerum, quippe qui ante annos multos secum socialiter, ut frater, conversatus sit, multisque emolumentis ipsis profuerit; pluribus vero ipsorum magistri et educatoris officium exhibuerit.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 65. — S[t]-Gérard, fondateur de Sauve-Majeure, atteste qu'Hériger passait pour un des plus savants hommes de son siècle; Sigebert dit aussi qu'il s'était rendu illustre par son érudition; Bernon, abbé de Richenow, presque contemporain de Hériger, nous le donne pour un homme d'une grande autorité en son siècle. Goethals, *Lectures*, t. II, p. 15-26.

Hériger est regardé comme le plus ancien historien de l'évêché de Liége. L'évêque Notker l'honora de son amitié et rendit hommage à son mérite : il eut plus d'une fois recours à ses conseils pour le gouvernement de son église et de son pays. Cet illustre prélat ayant été choisi pour faire partie du conseil de Théophanie, veuve d'Othon II, durant la minorité de son fils, s'adjoignit Hériger, qui l'accompagna même dans un voyage à Rome, en 989. Notker le consulta aussi sur ses écrits, et ils ont réuni dans un même travail leurs annotations sur l'histoire de l'évêché de Liége, travail que l'on attribue à tort exclusivement à Hériger.

Notre écolâtre s'appliqua d'une manière spéciale aux mathématiques. Il composa un traité pour l'intelligence de l'*Abacus* de Gerbert, auquel nous devons la connaissance des chiffres arabes ou indiens (980). Il écrivit aussi sur les cycles de Pâques : *Epistolaris responsio de cyclo* 1° *Pascali et ejusmodi contra Dyonisium abbatem.* Hériger mourut en 1007. On distingue parmi ses disciples :

Le célèbre *Albert*, abbé de Gembloux;

Burchard, évêque de Worms [1], et même, paraît-il, *Adalbode*, dont nous venons de faire mention [2];

Théodéric, né en 1007, à Lerne, près de Thuin, ayant été initié aux lettres par sa sœur Ansoalde, religieuse au monastère de Maubeuge, continua son instruction à Lobbes, et y fut ordonné prêtre en 1038. Il fut chargé, étant tout jeune encore, de la direction des petites écoles, ou de l'école séculière de ce monastère [3].

Théodéric obtint bientôt un si grand renom dans l'enseignement, que

[1] *Vir in divinis Scripturis studiosissimus et valde eruditus.* Il suivit aussi les leçons d'Olbert. Il composa un recueil de canons que les hétérodoxes disent apocryphes. Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 114. — Foppens, *Bibl. Belg.*, t. I, p. 145.

[2] Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 115. — Foppens, *Bibl. Belg.*, t. I, p. 471. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 8, l. 49, c. 11, a. 982, et p. 65, l. 50, c. 42, a. 990. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 194-197. — Voyez aussi Goethals, *Lectures*, t. II, p. 15-26.

[3] *Cum esset annorum amplius decem, ... Deo in monasterio Laubiensi oblatus, brevi cum in virtute ac litteris progressum fecit, ut cum Richardus, jam diaconum ordinatum, custodem et praeceptorem puerorum, atque scholaris disciplinae magistrum instituerit.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 276, a. 1020. — Cramer, *Gesch. der Erz.*, p. 110, note 322, copie : *saecularis disciplinae* au lieu de *scholaris*, et renvoie à la même source.

plusieurs monastères firent des démarches pour l'attirer à eux [1]. Poppon, abbé de Stavelot, l'emporta, et Théodéric devenu écolâtre de cette maison, y soutint sa réputation. Il initia de nombreux disciples « aux sciences divines et humaines. » Les instances honorables dont Théodéric était l'objet de la part d'autres monastères, ne discontinuèrent point, et nous le voyons quitter Stavelot pour enseigner successivement à St-Vanne et à Mouson, en France, d'où il retourna à Lobbes, sa patrie en religion. Vers l'an 1053, il entreprit le voyage de Jérusalem; mais ayant rencontré à Rome son évêque Théoduin, le chanoine Anselme et plusieurs autres de ses amis qui le dissuadèrent de son projet, il regagna la Belgique. Quelque temps après, l'empereur Henri demanda à l'évêque Théoduin un homme capable de se charger de l'enseignement dans le monastère de Fulde, et Théodéric fut désigné pour occuper ces fonctions; mais, à la même époque, le monastère de St-Hubert venait de perdre son abbé Adelard, et comme il ne se trouvait personne plus apte que Théodéric à réformer la discipline déchue de cette maison, l'évêque changeant ses premières dispositions, investit Théodéric de la direction de St-Hubert (1055-1086) [2].

Comme tous les hommes éminents de l'époque, Thierri était très-versé dans les sciences religieuses et profanes: il excellait dans la philosophie, et possédait surtout une connaissance approfondie de la Bible, dont il développait avec beaucoup de lucidité les difficultés les plus épineuses [3].

Ce fut aussi au commencement du XIe siècle que le savant Olbert, dont nous parlerons encore au chapitre *Gembloux*, enseigna à Lobbes.

Olbert entra dès son enfance dans le monastère de Lobbes. Après y avoir reçu la première instruction, poussé, par vocation, vers de plus

[1] *Pia concertacione a vicinarum congregationum abbatibus ad regendas scholas evocatus.* AMPL. COLL., t. IV, p. 923.

[2] Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 276, l. 54, c. 99, a. 1020; p. 193, l. 52, c. 100, a. 1007; p. 428, l. 57, c. 112, a. 1038; p. 443, l. 58, c. 26, a. 1040; p. 543, l. 60, c. 47, a. 1053; p. 553-554, l. 60, c. 74, a. 1055. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 22-24, 143. — *Ampl. coll.*, t. IV, p. 923.

[3] *In philosophia famosus*, AMPL. COLL., t. IV, p. 923.—*In lectione sacrarum Scripturarum assiduus, quarum difficillimas quaestiones facile solvebat.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 428. *Piissimum ac eruditum.* Ibidem, p. 443.

hautes études, il se rendit à Paris, où il fréquenta pendant quelque temps l'école de S[t]-Germain-des-Prés ; de Paris il alla à Troyes, y consacra trois années à la science, et quitta cette dernière ville pour aller écouter les leçons du célèbre Fulbert, évêque de Chartres.

Ayant ainsi recueilli à l'étranger la somme des connaissances qui constituaient l'érudit de son temps [1], il revint au monastère de Lobbes, où il prit la direction de l'école *publique monacale* [2]. Il y jouit d'une haute considération, inspirée par son savoir et par sa piété. En 1012, l'évêque Baldéric le retira de cet établissement et lui confia l'abbaye de Gembloux [3].

Après Olbert, Richard de Verdun, l'illustre réformateur des monastères de Belgique, créé abbé de Lobbes en 1020, et l'abbé Hugon (1028-1053) travaillèrent à maintenir dans ce monastère la discipline et les études par leur savoir et par leur religion. On cite, comme un des élèves de Richard, Grégoire, archidiacre de l'église de Liége [4].

Le XII[e] siècle vit également la décadence de Lobbes. Ici, comme ailleurs, les bonnes études dégénérèrent du jour où leur compagne inséparable, la discipline, fut foulée aux pieds. « Lobbes, dit Mabillon, a » perdu son ancienne vigueur en religion et en études. »

Il nous reste peu de noms à signaler pour terminer ce chapitre.

Francon, un de ceux que l'abbé Vautier *envoya étudier à d'autres écoles*,

[1] *In utraque scientia, divina et humana, peritus.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 201-202. — *In divinis Scripturis doctus et in saecularibus literis valde eruditus.* Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 114.

[2] *Publicam scholam monachorum tenuit.* Launoi, *l. c.* d'après Trithème.

[3] Aub. Miraei *Orig. Ben.*, p. 249-251. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 201-202, l. 53, c. 5, a. 1008; p. 193, l. 52, c. 99, a. 1007. — Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 114. — *Hist. litt. de Fr.*, t. VII, p. 392-394. — Olbert fut promu à la dignité d'abbé sur la recommandation de Burchard, évêque de Worms, qu'il instruisit dans la science des Canons, et aida à composer le *Volumen Canonum*, publié sous le nom de Burchard. — *Olbertus monachus, quo praeceptore, pariter et adjutore usus est Burchardus, postmodum episc. Wormat., in* Decreto suo *condendo . . . . . Eo magistro usus ad componendum* Volumen canonum, *quod sub ipsius nomine vulgatum est.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 193 et 201-202.

[4] *Hist. litt.*, t. VII, p. 22. — Hugon avait été compagnon d'études d'Hériger. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 200-201, l. 53, c. 3, a. 1008, et p. 314, l. 56, c. 39, a. 1028. Richard fut chargé de la réforme de 21 monastères.

se rendit à Laon, où il suivit les cours des célèbres frères Anselme et Raoul, et fut chargé, à son retour à Lobbes, de la direction de l'école [1].

Gérard, Lambert et Léon clôturent la série des personnages distingués qui illustrèrent l'école de Lobbes, soit comme professeurs, soit comme élèves.

Gérard, écolâtre de la maison, sous les abbés Lambert et Francon, fut promu à la dignité de cardinal et de légat du Saint-Siége au diocèse de Liége [2].

Léon, d'abord abbé de Lobbes, alla ensuite diriger le monastère de St-Bertin. « Il était très-versé dans la littérature sacrée et dans la littéra- » ture profane. » Il dressa, en 1150, les coutumes de Poperinghe [3].

Lambert, élève de l'école de Lobbes, passait pour éloquent; il se fit un nom par ses sermons et par les discours qu'il prononça dans les synodes et dans les assemblées d'abbés. Il possédait les langues latine, tudesque et romane [4].

Monastère de St-Trond.

Le monastère de Sarcin ou de St-Trond relevait primitivement de l'évêché de Metz. L'évêque Hugues de Pierrepont ayant racheté cette juridiction en 1227 (1231), nous l'avons compris dans le diocèse de Liége.

Nous avons déjà mentionné les noms d'Eucherius, de Chrodegang et de Donat, qui révèlent quelque activité littéraire dans cette maison avant le IXe siècle.

Le Xe siècle nous offre peu de noms distingués; ils suffisent cependant pour nous prouver que les études n'étaient pas alors entièrement négligées. Adalbéron, évêque de Metz, mort en 964, avait dirigé ce monastère pendant vingt années, et il eut pour successeur, dans l'évêché comme dans l'abbatiat, Théodéric, surnommé *Sixtus*, parent d'Othon-le-Grand,

[1] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 98-99. — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 514, l. 71, c. 48, a. 1107.

[2] *Ibid.*, p. 99.

[3] *Ibid.*, p. 98.

[4] *Ibid.*, p. 99.

qui avait étudié à St-Gall, sous l'écolâtre Kerold [1]. Quelque éminents qu'ils fussent, ils ne fondèrent pas à St-Trond une école remarquable, et ne paraissent pas avoir formé des élèves dignes d'eux. Nous devons sans doute chercher la cause de cette inertie dans les tribulations extérieures auxquelles le monastère était en butte [2]. Le moine Guikard, « homme » savant en l'une et en l'autre langue » (c'est-à-dire, sans doute, qu'il possédait fort bien la langue latine et la langue vulgaire), est le seul homme de lettres qui nous y soit signalé à cette époque. Il a laissé une Vie de saint Trond. On place sa mort en 990 [3].

Le XIe siècle est la période la plus brillante de l'école de St-Trond.

Avant d'être élevé à la dignité épiscopale (1018 à 1021), Walbodon, le fondateur du monastère de St-Jacques, enseigna à St-Trond les sciences, ainsi que la sculpture et la peinture [4].

Adelard Ier, après y avoir successivement rempli les fonctions d'écolâtre et d'abbé, fut appelé à diriger le monastère de St-Hubert en 1034 (m. 1039) [5].

Guntramne lui succéda dans l'abbatiat de St-Trond. Il était issu de parents illustres de la Hesbaye et avait reçu une excellente instruction dans ce monastère. Il alla séjourner pendant quelque temps à Stavelot, et se rendit de là à Hirsfeld, où il fit l'office de camérier de l'abbé; après avoir occupé quelque temps cet emploi d'honneur, il fut préposé au monastère dit *Locus regius*, sous Hirsfeld, monastère renommé pour ses études. Enfin, la réputation qu'il avait acquise à la cour lui valut la direction du monastère de St-Trond [6].

Adelard II, qui avait fait ses études à l'école de St-Trond, devint abbé de la maison en 1055. Il était peintre et sculpteur [7].

[1] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 568-569. l. 46, c. 82, a. 964.

[2] Mab., *l. c.*

[3] Foppens, *Bibl. Belg.* — *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 461-462. Il paraît que c'est à tort que l'*Hist. litt.* le qualifie d'abbé. Mabillon ne comprend pas Guikard dans la liste des abbés de cette maison.

[4] Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 555.

[5] *Ibid.*, p. 399 et 432.

[6] *Ibid.*, p. 432, l. 58, c. 7, a. 1039.

[7] *Hist. litt.*, t. VII, p. 30.

Le moine Stepelin écrivit, du temps des abbés Guntramne et Adelard II, une Vie de saint Trond, et fut chargé ensuite de la direction de l'école externe de St-Hubert [1]. Il rédigea, conjointement avec le moine Lietbert, un Recueil de sentences choisies des saints Pères et des canons des conciles, recueil « qui fraya la voie aux fameuses collections de Pierre Lom-» bard et de Gratien. »

Lietbert s'attacha surtout à enrichir la bibliothèque [2].

Théodéric, d'abord moine de St-Pierre, à Gand, dirigea ensuite le monastère (1099, m. 1107). On vante son érudition et on le cite comme ayant possédé la langue thioise et la langue romane. Il composa divers ouvrages en prose et en vers [3].

Rodolphe, né dans la province de Namur, étudia à Liége jusqu'à l'âge de 18 ans. Il séjourna quelque temps au monastère de St-Pierre à Gand, et de là se rendit à Cologne où il fut élu abbé du monastère de St-Pantaléon, en 1121. S'étant rendu au couvent de St-Trond, il y fut retenu par l'abbé Théodéric, qui le préposa à l'école des jeunes clercs pour l'enseignement des lettres et de la musique, dans laquelle il excellait [4]. Théodéric lui confia ensuite les fonctions de prieur. Il corrigea, selon les préceptes de Gui d'Arezzo [5], la manière vicieuse et irrégulière de chanter des frères, et composa lui-même des graduels. C'est lui qui introduisit cette nouvelle méthode au monastère de St-Trond. Il écrivit une chronique de St-Trond, une Vie de saint Lietbert et un traité *De susceptione puerorum in monasteriis*. Il copia aussi, vers l'an 1100, le Recueil des sentences et canons rédigé par Lietbert et Stepelin. Rodolphe mourut abbé en 1138. Il mérite par son amour du vrai et par son exactitude d'être compté parmi les bons historiens de son siècle [6].

[1] Foppens, *Bibl. Belg.* — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 23.

[2] *Hist. litt.*, t. VII, p. 30.

[3] Foppens, *Bibl. Belg.* — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 412, l. 69, c. 119, a. 1099. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 30.

[4] *Eum erudiendis in litteris et in musica pueris praeposuit.* Mab., *l. c.*, p. 526, l. 71, c. 70, a. 1108.

[5] *Pro virili sategit, ut mores fratrum et irregularem cantandi rationem* secundum Guidonis Aretini artem emendaret. Mab., *l. c.*

[6] Foppens, *Bibl. Belg.* — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 526, l. 71, c. 70, a. 1108. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 30. — *Ibid.*, t. IX, p. 100.

Le XIII[e] siècle ne nous présente, à S[t]-Trond, qu'un seul nom littéraire, celui de Guillaume de Malines, successivement moine d'Afflighem, prieur de Wavre et abbé de S[t]-Trond. Il est auteur d'une Vie de sainte Béatrix, qu'il composa entre 1276 et 1297 [1].

Monastère de S[t]-Hubert.

Durant la deuxième moitié du XI[e] siècle, sous la direction des abbés Adelard (1050), qui avait été écolâtre et abbé de S[t]-Trond, et Théodéric (1055 à 1086), que nous avons fait connaître au chapitre de Lobbes, le monastère d'Andain ou de S[t]-Hubert eut aussi ses jours de célébrité dans les annales pédagogiques et littéraires des Bénédictins. Théodéric surtout contribua au rétablissement de la discipline et des bonnes études.

Comme dans la plupart des monastères, il y avait une école pour les moines et une pour les externes. Bauduin dirigeait la première et Stepelin, moine de S[t]-Trond, la seconde [2]. Il est probable cependant que Théodéric continua à prendre personnellement part à l'instruction de ses moines, et qu'il s'était réservé les études supérieures. Aussi Lambert-le-Jeune, le premier parmi les hommes de lettres qui sont sortis de l'école de S[t]-Hubert, est-il cité comme le disciple de Théodéric. Celui-ci prit Lambert, qui était né de parents pauvres, sous sa tutelle spéciale, et lui donna l'instruction. Lambert fit tant de progrès qu'il devint successivement chantre, écolâtre et doyen de la maison. Sa renommée franchit bientôt l'enceinte du cloître, et il fut demandé pour aller diriger l'école de S[t]-Vincent de Laon, sous l'abbé Adalbéron, et ensuite celle de S[t]-Remi à Reims. Il professait encore dans cette dernière ville en 1091. On lui attribue des connaissances dans l'histoire ancienne, science fort rare alors [3].

[1] Foppens, *Bibl. Belg.*

[2] *Stepelinus exterior scholasticus, et interior Balduinus. . . . Scholasticus exterioris erat qui exteriores in monasteriis scholas regebat, sive qui saeculares pueros disciplinis informabat : interior, qui monachos.* Ampl. coll., t. IV, p. 924. B et note f. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 23.

[3] *Hist. litt.*, t. VII, p. 24 et 89. — Ampl. coll., t. IV, p. 925 F. L'auteur anonyme de l'histoire

Les autres hommes de mérite du monastère de S[t]-Hubert, à cette époque, sont :

Le chantre *Foulques*, qui excellait dans la gravure sur bois et sur pierre, et qui peignait particulièrement bien les lettres rubriques [1];

Gislebert, qui devint doyen de la maison, *Étienne*, *Remi* et *Rodulfe*, renommés comme d'habiles copistes [2];

Gozelin, homme instruit et d'un bon jugement [3];

Guidon, l'écolâtre, distingué par sa science et par ses mœurs [4];

Helbert de Liége, qui excellait dans l'arithmétique et dans la musique, et qui passait aussi pour bon peintre [5];

Adalbéron, qui devint abbé de Laon [6];

Lambert l'Ancien, qui accompagna en Italie la marquise Béatrix et qui alla étudier la philosophie sous Drogon de Parme [7].

Les beaux-arts, on le voit, paraissent avoir occupé une part plus grande que les études scolastiques dans les travaux intellectuels des moines de S[t]-Hubert. La musique y fut particulièrement cultivée. Ce monastère possédait des orgues et des moines capables de s'en servir.

Après la mort de l'abbé Théodéric, la discipline du monastère se relâcha, et des causes extérieures contribuèrent à la ruine complète de cette activité artistique et littéraire.

Enfin, en 1127, un incendie détruisit le monastère et ensevelit sous ses cendres les précieux manuscrits et les objets d'art que l'on y conservait.

du monastère d'Andain ne dit pas que Lambert professa à Laon; d'après lui, Lambert fut demandé à Reims par l'évêque Raginold et par l'abbé Henri : il fut nommé doyen du chapitre et promu au cardinalat, dignité propre à cette église et qui consistait dans le droit de célébrer la messe solennelle; elle avait été octroyée par le pape Léon IX et se donnait seulement à sept moines nommés par l'abbé.

[1] *Fulconem praecentorem . . . . . in illuminationibus capitalium litterarum et incisionibus lignorum et lapidum peritum.* Ampl. coll., t. IV, p. 925, C. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 23-24.

[2] *Hist. litt.*, l. c.

[3] *In scientia litterali et consilio promptum.* Ampl. coll., t. IV. p. 925, C.

[4] *Scholasticum scientia et moribus insignem.* Ibid., D. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 23.

[5] *In abaco et musica triumphantem.* Ampl. coll., l. c. — *Hist. litt.*, l. c.

[6] *Hist. litt.*, t. VII, p. 24.

[7] *Ibid.*, p. 23.

Monastère de Waulsort [1].

Il y avait à Waulsort, au commencement du XIe siècle, une école d'internes et une école d'externes.

L'abbé Érembert, qui possédait « un grand fonds de littérature sacrée, » avait reçu son instruction dans le monastère même. S'étant aperçu que les petites écoles troublaient le calme et la tranquillité nécessaires à des solitaires, il les transporta à quelque distance du monastère [2].

De même que dans les monastères de St-Trond et de St-Hubert, il paraît qu'à Waulsort on s'appliquait de préférence à la culture des beaux-arts. L'abbé Érembert lui-même « se rendit si habile à travailler l'or, » l'argent et le cuivre, que ses ouvrages attiraient l'admiration des con- » naisseurs. Au XIIIe siècle, alors que le goût pour cette sorte de travail » était plus raffiné, on estimait encore beaucoup deux tables d'argent qu'il » avait sculptées ou ciselées [3]. »

Nous avons lieu de croire que les études continuèrent à être cultivées à Waulsort pendant tout le cours du XIIe siècle [4].

L'école semble surtout avoir été florissante sous l'abbé Widric (1102-1142). On vit s'y retirer alors quelques hommes de lettres, que la bonne réputation dont jouissait la maison, y avait sans doute attirés. Tels sont, entre autres, le célèbre Guibald, qui dirigea d'abord l'école et devint ensuite écolâtre et abbé de Stavelot (1130) [5], et Richer, qui y termina paisiblement ses jours dans l'abnégation, préférant recevoir l'instruction des autres que de la donner. Il est connu comme hagiographe [6].

[1] Ce monastère ressortissait à la juridiction de l'église de Metz, de même que celui de St-Trond. Dans l'intérêt de l'unité, nous l'avons encore compris dans le diocèse de Liége.

[2] Elles étaient alors dirigées par Rodulfe, qui, en 1033, succéda à Érembert dans la dignité abbatiale.

[3] *Hist. litt. de France*, t. VII. p. 29.

[4] *Ibid.*

[5] Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 449, l. 70, c. 38, a. 1102. — D'après l'*Hist. litt. de France*, t. IX, p. 101, Guibald aurait reçu son instruction au monastère de Waulsort.

[6] *Hist. litt.*, t. VII, p. 29.

Widric eut en Robert (1148-1174) et en Lietbert des successeurs capables, qui n'auront pas été sans exercer leur influence sur l'instruction. Robert sortait de l'école de Stavelot [1]; Lietbert avait été instruit à Waulsort même : il mourut, paraît-il, après l'an 1200.

Nous citerons encore parmi les hommes de lettres de Waulsort, le chroniqueur de la maison, qui y avait probablement reçu l'instruction, et qui commença son ouvrage vers 1229 [2].

Monastère de Brogne.

Saint Gérard, issu de famille royale et neveu de l'évêque Étienne de Liége, avait pris l'habit au monastère de St-Denis à Paris. Après avoir passé dix années dans cette maison, il revint en Belgique accompagné de 12 moines, et y érigea, dans son propre domaine, le monastère de Brogne, au comté de Namur (931) [3].

Saint Gérard, un des grands réformateurs de l'ordre monastique, s'occupa spécialement du rétablissement de la discipline; il est probable cependant qu'il aura inspiré aussi, à ses moines de Brogne en particulier, le goût des études. D'ailleurs l'influence de la discipline sur les études est trop directe, elles ont entre elles une connexité trop intime, pour que nous nous taisions sur un réformateur si illustre, dans un travail qui est pour ainsi dire un hommage rendu à nos premiers pédagogues. La main qui sarcle le champ, qui le laboure et le prépare à la culture, n'a-t-elle pas les mêmes titres aux bienfaits de la moisson, que la main qui sème? Or si, pendant et après le Xe siècle, les nombreux monastères où saint Gérard déracina les abus et rétablit la pureté des mœurs primitives, produisirent quelques fruits dans le champ des études, que le saint réformateur de Brogne en reçoive sa part d'éloges!

[1] Indépendamment de la Vie de saint Forannan, il écrivit encore un ouvrage : *De fundatione monasterii Walciodorensis*. Foppens, *Bibl. Belg.*, p. 1077.

[2] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 101. — Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 371, l. 78, c. 13, a. 1143.

[3] Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 396, *et passim*.

Saint Gérard mourut en 958. Il eut, en 992, dans l'abbatiat de Brogne, un successeur qui, par son savoir, aura sans doute aussi contribué à inspirer à ses moines l'amour des lettres. Nous voulons parler d'Héribert qui, avant d'être appelé à cette dignité, avait été précepteur et chapelain de l'empereur Otton II [1].

Monastère de Gembloux.

Le monastère de Gembloux fut fondé en 922, par un puissant seigneur du nom de Guibert, qui avait quitté le monde et embrassé la vie monastique dans le monastère de Gorze, au diocèse de Metz. Ce monastère, de même que ceux de Brogne, de S[t]-Jacques et de S[t]-Laurent, à Liége, n'était donc pas un de ces établissements primitifs qui prirent naissance à l'apostolat du christianisme.

Le monastère de Gembloux était étroitement uni au monastère de Lobbes. Les études y furent cultivées avec beaucoup de zèle pendant le XI[e] et le XII[e] siècle, et plusieurs hommes éminents illustrèrent son école.

Le premier qui se présente à nos investigations, est le célèbre Olbert, dont nous avons retracé les premiers pas dans les études en parlant de l'abbaye de Lobbes. Il fut retiré de Lobbes en 1012, par l'évêque Baldéric qui lui confia la direction du monastère de Gembloux. La charge était rude : Olbert y trouva la discipline monastique [2], et conséquemment les études prodigieusement relâchées. Après avoir extirpé les abus, redressé les mœurs, restauré la religion, il s'appliqua à y faire revivre l'école. Comme on le pratiquait partout ailleurs, et surtout en Belgique où, de toute la chrétienté, les études furent constamment les plus religieuses, Olbert s'attacha spécialement à pénétrer ses élèves de l'esprit des saints Pères et de l'Écriture-Sainte. Pour chasser l'oisiveté, il les occupa beaucoup de la copie des livres et avait réussi à former une bibliothèque d'une centaine d'ouvrages sacrés ; ce qui était une col-

[1] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 43.

[2] *Magna irreligiositas ..... indisciplinatos mores.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 227.

lection fort remarquable pour l'époque. Mais il n'était point exclusif, et comme les études profanes, le *trivium* et le *quadrivium* doivent nécessairement servir de base à la littérature sacrée, que celle-ci ne saurait être solide sans le concours des premières, il eut également soin de mettre à la disposition de ses cénobites une cinquantaine d'auteurs profanes.

A côté de l'école interne pour les moines, Olbert avait aussi ouvert dans son abbaye une école externe, et il y enseigna lui-même.

En 1021, l'évêque Wolbodon chargea Olbert d'un nouveau fardeau, en ajoutant aux fonctions qu'il exerçait déjà, la direction du monastère de St-Jacques, à Liége, récemment fondé par Baldéric. Notre savant abbé résida alors tantôt à Liége, tantôt à Gembloux.

Olbert ne nous a pas laissé d'ouvrage ayant rapport à l'enseignement. A une vaste érudition dans les sciences divines et profanes [1], il joignit une grande habileté dans la musique qu'il appliqua à la composition d'hymnes sacrées. Il termina sa glorieuse carrière en 1048, après avoir dirigé pendant 37 ans le monastère de Gembloux, et 30 ans environ celui de St-Jacques [2]. Sous l'administration d'Olbert « la réputation de » Gembloux se répandit fort au loin et y attira un grand concours d'étu- » diants qui firent beaucoup d'honneur à l'Église et à l'État. »

On cite particulièrement parmi ses élèves Misac ou Mascelin et Folcuin, son frère, Guiric ou Guérin, son proche parent, et Liétard [3].

[1] *In divinis Scripturis doctus, et in saecularibus litteris valde eruditus.* Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 114 (d'après Trithème). — *In utraque scientia, divina et humana, peritus.* Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 201-202. — *Vir moribus, religione, gemina scientia, bonis doctisque viris aut conferendus, aut praeferendus.* Foppens, *Bibl. Belg.* (Sigebert.)

[2] Voici l'épitaphe d'Olbert :

Hic jacet abbatum speculum, decus et monachorum,
Abbas Olbertus, flos, Paradise, tuus.
Praefuit ecclesiis normali tramite binis,
Legia corpus habes, Gembla carendo doles.

[3] Aub. Miraeus, *Orig. Ben.*, p. 249-251. — Foppens, *Bibl. Belg.*, t. I, p. 931. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 21 et 592-594, 577-578. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 193, l. 52, c. 99, a. 1007; p. 201-202, l. 53, c. 5, a. 1008; p. 227, l. 53, c. 75, a. 1012; p. 454, l. 58, c. 54, a. 1043; p. 491-492, l. 59, c. 29. — Launoi, *De scholis celebr.*, c. 28, p. 114.

Mascelin succéda à Olbert dans la direction de la maison, et mourut en 1072 [1].

Folcuin (m. 1113) devint écolâtre à Stavelot, et plus tard, abbé de S[t]-Vincent à Metz.

Ce fut sous l'abbatiat de Mascelin que commença à briller, dans le monastère de Gembloux, le célèbre chroniqueur Sigebert. Il y avait acquis les vastes connaissances qui le distinguaient. Sa réputation dépassa promptement les limites du monastère, et, jeune encore, il fut appelé à l'école de Metz, où, selon ses propres paroles, il fut chargé de l'*instruction des jeunes clercs* [2]. Trithème, à l'année 1120, rapporte qu'il y dirigea pendant quelque temps l'*école publique des moines* [3]. Les historiens nous le dépeignent comme un moine vénérable; *un homme d'un génie incomparable en toute science*, comme une source d'eau vive, *ouverte non-seulement aux moines mais aussi aux clercs*, qui de tous côtés accouraient pour suivre ses leçons [4]. Ses écrits prouvent qu'il avait lu les anciens auteurs et principalement Horace. Parmi les pères de l'Église, il préféra saint Jérôme et saint Augustin [5]; mais il avait surtout une grande prédilection pour la Bible, et c'est sans doute au désir de l'approfondir et peut-être de l'étudier dans le texte hébreu même, que nous devons attribuer et les rapports qu'il entretint à Metz avec des Israélites et la connaissance de leur langue. « *Il avait* » *une si parfaite connaissance de cette langue*, avance l'HISTOIRE LITTÉRAIRE DE » FRANCE, *qu'il était en état de corriger les versions de l'Écriture sur le texte ori-*

[1] Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 492, l. 59, c. 29, a. 1048.

[2] *Positus in prima aetate in ecclesia S. Vincentii*, ad instruendos pueros. Launoi, *De scholis celebr.*, c. 49, p. 170.

[3] *Propter eruditionem suam evocatus, ibidem publice monachorum scholae praefuit aliquandiu.* Launoi, *De scholis celebr.*, c. 49, p. 170.

[4] *Vir in omni scientia litterarum incomparabilis ingenii... Scripturarum maxime divinarum lectio et meditatio eum occupabat . . . . . sapientiae fons patens erat*, non solum monachis sed et clericis ad se undique confluentibus. Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 135-136, l. 65, c. 46, a. 1078, et p. 581, l. 72. c. 46, a. 1112. Ces dernières paroles sont tirées du chronographe de Gembloux.

[5] *Veteres auctores, Horatium maxime non sine fructu eum legisse scripta produnt, floribus inde collectis respersa; inter Patres Ecclesiae Hieronymum atque Augustinum praetulit.* Pertz, *Mon. Germ. Scriptt.*, t. VI, p. 271.

» *ginal.* Quelquefois il y travaillait avec les juifs, qui avaient conçu pour » lui beaucoup d'affection, parce que, comme eux, *il préférait le texte hé-* » *breu aux versions.* »

Il eut cependant de fréquentes discussions avec eux sur divers points de religion. Quant à *la langue grecque,* s'il ne la possédait pas à fond, il en avait du moins une connaissance assez étendue [1].

Après avoir professé assez longtemps à Metz, Sigebert, résistant aux instances que l'on fit pour le retenir, retourna au monastère de Gembloux, comblé de présents que lui avaient offerts ses auditeurs. Il y continua à s'instruire et à enseigner, *et le nombre de ses disciples n'y fut pas moins grand qu'à Metz.* On soumettait à ses conseils et à son arbitrage toutes les questions épineuses; Henri, archidiacre et doyen de l'église de Liége en particulier, eut fréquemment recours à ses lumières. Les anciens, les personnages les plus marquants, les plus éclairés de la ville de Liége, recherchèrent sa société.

Sigebert composa beaucoup d'ouvrages, parmi lesquels nous ne citerons que son Histoire des auteurs ecclésiastiques et son *Liber decennalis* ou *Computus ecclesiasticus.*

Il mourut en 1112, après avoir formé de nombreux disciples; tou-

[1] Nous joignons ici l'opinion du docte Pertz sur la connaissance du grec et de l'hébreu qu'on attribue à Sigebert. Pertz croit que Sigebert savait le grec; quant à l'hébreu, il démontre que la preuve sur laquelle l'*Histoire littéraire* appuie cette assertion, est dénuée de fondement. *Graecam linguam si non penitus imbibit, gustavit saltem.*—Note 23 : *De hoc alii dubitant; sed vix, credo, tot verba graeca* (Mon. SS., t. IV, p. 464, lin. 2. *Kyrie Christe theos pantocraton, archos, anarchos;* 49. *gimnasio;* 466, 47. *aorasia;* 468, 43. *logio;* 469, 25. *prolemsim;* 477, 30. *neutericis;* 478, 25. *anatolen, disin, mesembrian, arcton;* 37. *paranimphus;* 479, 71. *hidraulin;* 72. *orizon;* 482, 47. *ebdenis.*) *cum praedilectione quadam immiscuisset primo quod admodum juvenis condidit operi, et huic uni tantum, nisi gaudio quodam juvenili stimulatus id fecisset, quo discentes recens partis statim uti delectat. Hinc etiam expliquatur, quod in reliquis ejus operibus talia non jam occurrunt; cum novitate defuit delectatio. Nec adeo rarus in illis regionibus tunc fuit graecae linguae usus; multi enim S. Amandi Elnonensis, S. Laurentii Leodiensis et ipsius S. Petri Gemblacensis codices, quos etiamnunc exstantes vidi, graecas voces atque sententias et vero integras paginas continent.* — Hebraeae *linguae peritum nostrum soli faciunt Historiae litterariae auctores, unico loco e gestis abb. Gembl. supra allato inducti, quum Hieronymi versionem, non verba hebraïca ipsa ibi indicari, chronici loci collati satis doceant. Aliis argumentis non nititur Sigebertus hebraizans.* Pertz, *Monumenta Germaniae, Scriptorum*, t. VI, p. 271, *in Sigeberti chronographia.*

tefois l'histoire ne cite que le chroniqueur anonyme de Gembloux [1].

Guérin, surnommé le *docteur de Gembloux* [2], et Liétard (m. 1115) occupèrent successivement l'abbatiat, après Mascelin, et ces trois personnages mirent tant de soins à y perpétuer les bonnes études, que pendant tout le cours du XI[e] et du XII[e] siècle, on compta des savants parmi les moines de Gembloux [3].

Liétard eut pour successeur Anselme (m. 1138), son parent et son élève, qui cumula aussi les fonctions d'écolâtre avec celles d'abbé. Ses talents le firent appeler en France, et il professa avec succès, à Hautvilliers et à S[t]-Pierre-de-Lagny. Il écrivit l'histoire du monastère de Gembloux [4].

L'abbé Guibert hérita de l'amour d'Anselme pour les études en même temps que de ses fonctions. Il fut un des hommes savants et une des plus grandes lumières de l'ordre monastique de son temps [5].

Monastère de S[t]-Laurent, à Liége.

Le monastère de S[t]-Laurent fut fondé en 971, par l'évêque Éracle, et achevé par ses successeurs Notker, Wolbodon et Réginard.

Les études y étaient assez florissantes, vers la seconde moitié du XI[e] siècle.

Le premier abbé, Étienne, homme distingué dans les sciences [6], contribua beaucoup au progrès des études, par la bonne organisation qu'il

[1] Launoi, *De scholis celebr.*, c. 48, p. 169, et c. 49, p. 170. — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 135-136, l. 65, c. 46, a. 1078; p. 581, l. 72, c. 46, a. 1112. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 21, 28 et 115. — Foppens, *Bibl. Belg.* — Aub. Miraei *Orig. Ben.*, p. 227-230.

[2] *Hist. litt.*, t. VII, p. 21 et 394. — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 135-136, l. 65, c. 46, a. 1078. On lui fit l'épitaphe suivante :

Norma, decus, speculum, Guerinus honor monachorum,
Doctor gemblacus hoc tumulo tegitur.

[3] *Hist. litt.*, t. VII, p. 21 et 394.

[4] Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 589, l. 72, c. 65, a. 1115. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 21. — Foppens, *Bibl. Belg.*

[5] *Hist. litt.*, t. IX, p. 100.

[6] *Vir scientia clarus.* Ampl. coll., t. IV, 1065 C.

imprima à cette maison. D'abord, chanoine de l'église de St-Denis, à Liége, il avait ensuite embrassé la vie monastique à St-Vanne de Verdun, sous le célèbre abbé Richard. Il en fut rappelé pour venir diriger le monastère de St-Laurent, où il mourut en 1061, après avoir rempli ses fonctions avec autant d'honneur que de succès [1].

On cite, vers 1050, un écolâtre de St-Laurent nommé Louis. Falchalin, son élève, lui succéda dans ces fonctions [2].

Lambert, originaire de Cologne, successeur d'Étienne dans l'abbatiat, était également fort érudit, et se rendit célèbre par ses écrits [3]. Il excella dans la musique et dans la poésie. Non-seulement il maintint les études en vigueur, mais il leur donna une nouvelle impulsion. Cependant, l'historien Rupert qualifie la gestion de Lambert d'*âge d'argent*, comparativement à celle d'Étienne; Trithème nous apprend que Lambert dirigea lui-même l'école de ce monastère [4].

Vers cette époque, il y avait à St-Laurent un moine qui, d'après l'*Histoire littéraire,* « passait pour le plus habile astronome de son temps [5]. »

Les abbés Bérenger (m. 1115) et Héribrand favorisèrent également les études. Héribrand était moine de St-Jacques, où il avait reçu l'instruction. Il passa ensuite au monastère de St-Laurent, lorsque Bérenger en était abbé, et y dirigea pendant plusieurs années les novices, auxquels il enseignait avec soin la discipline monastique en même temps que les Saintes-Écritures. Mais ce qui constitue le principal mérite de Bérenger et de Héribrand, c'est d'avoir formé le savant Rupert [6].

Rupert, né apparemment à Liége, sinon dans le diocèse, fut élevé à St-Laurent, et y prit l'habit monastique. Il eut pour premier directeur

[1] *Hist. litt. de France,* t. VII, p. 507-508. — Mab., *Ann. Ben.*, t. IV, p. 277, l. 54. c. 100, a. 1020; p. 617, l. 61, c. 98, a. 1061. — *Ampl. coll.,* t. IV, 1056 A; 1057 E; 1065 C; et 1067 A. — Aub. Miraei *Orig. Ben.,* p. 253-254.

[2] *Hist. litt.*, t. VII, p. 19.

[3] *Magna litterarum cognitione, editisque scriptis inclytus.* Mab., *l. c.*, t. IV, p. 617.

[4] *Ampl. coll.,* t. IV, 1067 B. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 19 et 29.

[5] *Hist. litt.*, t. VII, p. 137.

[6] Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 301, l. 68, c. 43 et 44, a. 1092, et 588, l. 72, c. 65, a. 1115; t. VI, p. 277, l. 76, c. 119, a. 1136. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 19-20.

l'abbé Bérenger, auquel on attribue son éducation religieuse, et Héribrand pour professeur dans les sciences. Rupert fait sans doute allusion à ce dernier enseignement, lorsque dans une lettre à Cunon, abbé de Sigeberg, il dit : « Celui-ci seul, qui maintenant a succédé à Bérenger, » Héribrand, cet homme sage et probe et savant, fut l'instituteur de » mon enfance [1]. »

Rupert se livra entièrement à la science, et il enseigna à l'école de St-Laurent, au moins dès l'an 1096. Mais l'enseignement calme et paisible donné sous la voûte discrète d'un monastère ne paraît pas avoir été sa vocation réelle. Les hommes de talent et de génie, en général, ne se condamnent pas aisément à l'obscurité; il leur faut les applaudissements ou du moins l'attention de la foule. Cet instinct, cette force irrésistible qui pousse l'homme supérieur à faire briller aux yeux de la multitude l'étincelle que son génie recèle, n'est-ce pas un des agents les plus actifs de la sagesse divine? n'est-ce pas la main qui conduit l'humanité au progrès, au perfectionnement?

La vie de Rupert fut assez agitée. Elle offre quelques rapports avec celle de Rathère; mais elle tient plus à la science. Ce fut surtout la voix bruyante de la scolastique qui causa ses inquiétudes; ce furent aussi les avanies que lui fit le clergé de Liége et qui privèrent l'école de la cathédrale de deux écolâtres renommés, Adelman et Gozechin.

Rupert débuta dans la carrière des lettres par un traité *De divinis officiis*, qu'il dédia à Cunon, abbé de Sigeberg. Les ennemis et les détracteurs jaloux que lui attira cette publication, nous dévoilent bien l'esprit étroit et stationnaire qui caractérisait alors le clergé de Liége, où les études marchèrent à grands pas vers leur décadence; loin de se voir encouragé dans les travaux de l'intelligence, le talent supérieur n'y rencontrait plus que

[1] *Solus enim hic, qui nunc successit ei* (Berengario) *vir fidelis et prudens Heribrandus, qui et ipse litterarum peritus, pueritiae meae magister exstitit.* Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 588, l. 72, c. 65, ad a. 1113. Ce n'est que de cette manière qu'on peut concilier cette lettre avec un autre passage de Mabillon, où il est dit : *Berengerum abbatem* in religione monastica, *Heribrandum, qui postmodum Berengero successit,* in litteris *praeceptorem habuit, l. c.,* 301, l. 68, c. 44, a. 1092.

jalousie, dédain et obstacles. Lorsque parut le premier ouvrage de Rupert : « Celui-là écrit des choses qui ne sont point nécessaires, s'écrie un de ces » détracteurs; les saints ont dit : les écrits des saints nous suffisent et au » delà. Nous ne sommes pas à même de lire tout ce que les saints ont » écrit; comment lirions-nous ce que *ces inconnus, hommes sans aucune au-* » *torité,* puisent de leur cerveau ! [1]. » Voilà les encouragements que recevait alors à Liége un homme d'un mérite reconnu, un homme que l'archevêque de Cologne, Fréderic Tunon, futur évêque de Ratisbonne, et le légat apostolique Guillaume de Préneste avaient pris sous leur protection spéciale. Anselme pouvait donc bien s'écrier : « O Liége, tu n'es plus que l'ombre de ton glorieux passé [2]. »

Après la mort de l'abbé Bérenger, son défenseur à Liége, Rupert se retira à l'abbaye de Sigeberg, auprès de Cunon, à qui Bérenger l'avait vivement recommandé. Mais là aussi l'envie et la méchanceté le poursuivirent. On ne pouvait souffrir qu'il se permît de commenter la Bible après les interprétations qu'en avaient données les pères de l'Église.

Rupert avait, en dehors de l'Église de Liége, des adversaires plus distingués et plus dignes de lui ; des ennemis à combattre en lice ouverte, sur un terrain commun, et qui pouvaient lui répliquer avec les armes de la parole et de l'écriture. Ces adversaires étaient les fameux scolastiques Guillaume de Champeaux et Anselme de Laon. Aussi, loin de fuir de tels antagonistes, leur jetait-il le gant. La scolastique était de son goût; il aimait, il recherchait la discussion, les luttes de la dialectique, et peut-être que, placé sur le même théâtre, il eût fait autant de bruit dans le monde que ces *remueurs d'écoliers.* Il entama la lutte par un écrit portant pour titre *De voluntate Dei,* qu'il lança contre eux. Mais il s'adressait à forte partie : en s'attaquant à ces deux maîtres, il souleva contre lui tous leurs disciples, qui se répandirent en invectives, le traitant de

[1] *Iste scribit quod necessarium non est. Sancti scripserunt : Sanctorum scripta sufficiunt et superabundant. Non sufficimus legere ea quae Sancti scripserunt, nedum qui isti ignoti sine auctoritate de corde suo scribunt* (tiré d'Anselme). Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 562, l. 72, c. 6 et 7, a. 1111.

[2] *Eheu! stas magni nominis umbra!* Voyez ci-dessus, p. 52.

misérable, d'ignorant, de barbare. « Il ose écrire, il ose parler, s'écriaient-» ils, cet homme qui n'a jamais mis le pied hors de son monastère, qui » n'a pas eu l'honneur, dont il n'est pas digne, d'entendre nos fameux » maîtres! Il n'a pas même les moyens d'acheter du parchemin! [1]. »

Guillaume de Champeaux se plaignit de cette attaque, en termes assez durs, à Héribrand, abbé de St-Laurent, et Rupert fut obligé de quitter sa résidence de Sigeberg pour venir s'expliquer à Liége devant le doyen de l'église et d'autres savants, sur sa doctrine, que l'on cherchait à entacher de quelque hérésie. Mais il paraît qu'il obtint gain de cause, et il adressa à cette occasion aux deux maîtres un nouveau traité *De omnipotentia Dei.* Il ne se borna pas à leur écrire, et comme on s'obstinait sans doute à tourner contre lui ses propres armes et à le rendre suspect d'hétérodoxie, il fit le voyage de Laon pour combattre Anselme face à face; mais cette satisfaction ne lui fut pas donnée, car Anselme venait de fermer les yeux. De Laon, Rupert, monté sur un ânon [2] et accompagné seulement d'un jeune adolescent, se rendit à Châlons, où il eut avec Guillaume et ses disciples une véhémente discussion *(acerbum conflictum).* Nous ignorons le dénoûment de cette lutte littéraire; nous savons seulement que beaucoup d'hommes religieux et doctes désapprouvaient l'opinion des maîtres français, mais qu'ils s'abstinrent de le faire ouvertement de leur vivant [3]. Guillaume de Champeaux aussi termina

[1] *Ex eo pauper ego sum reputatus apud cogitationes illorum, quod a puerilibus annis monachus, et coenobii claustris contentus, sive detentus, et non circuivi mare et aridam, sicut divites negotiatores illi, quorum apud cogitationes pauper sum. . . . Ierunt enim in longinquum, et apud magistros inclytos peregrinati sunt. . . . . Hoc ego non feci, sed tanquam simplex Jacob cum matre Rebecca, domi habitavi. Hinc ego apud cogitationes illorum* pauper et contemtibilis. *Et dixerunt : quis est hic? scribit enim et loquitur, loquitur et scribit,* qui magistros et praeceptores nostros saltem videre nusquam dignus fuit. *Inde etiam pauper ego, qui saltem chartulas, quibus ipse inscriberem, habere vel acquirere vix potui.* Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 565, l. 72, c. 8, a. 1111.

[2] *Vili vectus asello.*

[3] *Sed tandem factum est, ut ex eo tempore exstincta sit illa disputatio, sive quod victi, sive quod mortui fuerint Ruperti nobiles illi adversarii*, quorum sententiam multi religiosi pariter et docti, sed taciti illis viventibus, improbaverant. Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 19 et 20, l. 73, c. 39, a. 1118.

sa carrière peu de temps après. La haine des disciples de Guillaume et d'Anselme ne s'éteignit pas avec leurs chefs d'école; toutefois l'histoire ne mentionne pas de conflit sérieux entre eux et Rupert. Au surplus, l'apparition d'Abélard, qui avait déjà, depuis quelque temps, rabattu la jactance d'Anselme et de Guillaume, devait désormais absorber toutes les préoccupations de la foule des dialecticiens.

On croit que Rupert eut aussi des discussions à soutenir contre saint Norbert et contre Sigefrid, abbé de St-Vincent, à Laon, qui était sans doute élève d'Anselme [1]. Vers 1120, nous retrouvons Rupert à Liége; mais Herman, archevêque de Cologne, l'en rappela bientôt, et ce prélat, qui admirait son érudition et son éloquence extraordinaire, le chargea de diriger le monastère de Deutz (*Thuitium*) [2]. Il mourut en 1135 [3].

L'école de St-Laurent se soutint encore avec honneur, grâces aux efforts des successeurs de l'abbé Héribrand, les deux Vazelin [4] et Everhelme.

Vazelin, deuxième du nom, élève de Rupert, s'était fait un nom dans les sciences; il écrivit une *Exposition et concordance des Évangiles*, ouvrage fort utile, mais qui resta inachevé [5] (m. 1149).

Everhelme avait étudié aux écoles de Paris, où il avait eu pour condisciple saint Thomas de Cantorbéry. Pierre de Celle fait l'éloge de son savoir et de son caractère [6].

[1] Mab., *l. c.*, p. 20-21, l. 73, c. 40-41, a. 1118.

[2] Rupert, *Sources :* Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 562-563, l. 72, c. 6, 7 et 8, a. 1111. — *Ibid.*, p. 588-589, l. 72, c. 64 et 65, a. 1113. — *Ibid.*, p. 624, 625, l. 72, c. 133 et 134, a. 1116. — *Ibid.*, t. VI, p. 4, l. 73, c. 8, a. 1117. — *Ibid.*, p. 19-21, l. 73, c. 39-41, a. 1118. — *Ibid.*, p. 42, l. 73, c. 86, a. 1119. — *Ibid.*, p. 56, l. 73, c. 119. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 19-20, XIe siècle. — *Ibid.*, t. IX, p. 99-100, XIIe siècle.

[3] Foppens, *Bibl. Belg.* Voir cet auteur pour les écrits de Rupert.

[4] Vazelin I, *Hist. litt.*, t. IX, p. 99.

[5] *Litterarum scientia clarus.* Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 277. l. 76, c. 119, a. 1136. — *Vir disciplinae studio insignis.* Foppens, *Bibl. Belg.*

[6] *Hist. litt.*, t. IX, p. 99.

Monastère de St-Jacques à Liége.

Ce monastère avait aussi une école de quelque réputation. Elle dut probablement son origine à Olbert de Gembloux, premier abbé de cette maison.

Héribrand, qui devint écolâtre et abbé du monastère de St-Laurent, y avait reçu l'instruction [1].

Ce monastère compte parmi ses directeurs le pape Étienne II (1095-1112), qui avait fait ses études à Liége [2].

ÉVÊCHÉ D'UTRECHT.

Écoles cathédrales, chapitrales et monacales.

Utrecht fut, pour le nord des Pays-Bas, ce que furent York pour l'Angleterre, Fulde pour l'Allemagne, Tours pour la France, et Liége pour la Belgique.

Nous avons vu plus haut que l'abbé Grégoire, disciple de saint Boniface, prenait fort à cœur l'instruction, et que l'école de St-Martin florissait sous sa direction.

Le plus célèbre des disciples de Grégoire est le Frison Ludger, que les Bénédictins ont appelé « la lumière de toute la Frise et des pays en- » vironnants. » Ludger était lié d'amitié avec Alcuin, qu'il avait connu à York. Charlemagne l'estimait beaucoup et lui fit don du monastère *Lothusa* ou *Leusa* en Hainaut.

L'école d'Utrecht soutint sa renommée pendant toute la durée de l'époque carolingienne; on cite parmi ses modérateurs, sous le règne de Charlemagne, l'Anglais Albricus, le Frison Theodarus, très-savant maître *(eruditissimus doctor)*, Harkomarus ou Harmocarus, savant homme *(vir doctus)*, Rixfried et son élève Frédéric Van Adelen. L'importance de

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 20.

[2] *Ibid.*, t. IX, p. 522-523.

l'école d'Utrecht était telle, que Charlemagne se servit principalement de Frisons pour la conversion des Saxons, et que les huit nouveaux évêchés qu'il fonda parmi ces derniers, furent pour la plupart occupés par des prélats de cette nation et sans doute formés à l'école d'Utrecht. Déchue de sa première splendeur sous le règne de Louis-le-Débonnaire, elle jeta encore une vive lueur sous l'épiscopat de Radbode; ce dernier fit fructifier à Utrecht les leçons qu'il avait reçues à l'école du palais de son illustre compatriote Mannon, comme Francon et Étienne, ses condisciples, les utilisèrent à Liége. Mais, en 857, cette institution célèbre, le boulevard et le fanal du christianisme aux Pays-Bas, fut anéantie, avec le siége épiscopal, par les Normands.

La ville d'Utrecht ne fut délivrée du joug de ces barbares qu'en l'année 917, et le siége épiscopal y fut immédiatement réintégré par l'évêque Gunther ou Gontharius. Les études y furent aussi cultivées de nouveau avec le même éclat que jadis. Gunther eut pour successeur Baldéric-le-Pieux (918-977), qui jouit d'une grande réputation de science *(vir magnae scientiae)*; l'Empereur lui confia l'instruction de ses fils Otton, Henri et Brunon. Brunon, qui devint archevêque de Cologne et duc de Lotharingie, et qui se distingua par son éminent savoir, lut, sous la direction de Baldéric, les auteurs grecs et latins; son auteur de prédilection était le poëte Prudence [1].

L'école de St-Martin fleurit principalement sous l'évêque Adalbolde (1008-1027). Ce prélat, originaire de la Frise, suivant quelques auteurs, du pays de Liége ou de la Hollande suivant l'*Histoire littéraire de France*, avait reçu son éducation au monastère de Lobbes, sous l'abbé Folcuin; « il fréquenta aussi les autres écoles qui avaient alors le plus de réputa-
» tion, nommément celles de Liége, sous l'évêque Notker, et de Reims
» sous le célèbre Gerbert, qui lui enseigna les mathématiques.

» Dès l'année 994, son érudition et ses talents étaient si renommés,
» qu'on le mettait de pair avec les plus grands hommes de lettres et les

[1] *Baldrico, Trajecti ad Rhenum episcopo, liberalium artium studiis imbuendus traditur.* — *Quo praeceptore nullos graecae vel latinae eloquentiae auctores non legit. In his Prudentium poëtam legere amabat.* — Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 530, *b*.

» savants les plus profonds et les plus judicieux de ce temps-là; car il » ne s'appliquait pas seulement aux lettres : les sciences exactes et l'as- » tronomie étaient pareillement dans ses goûts particuliers. »

Les successeurs d'Adalbolde ne témoignèrent pas moins de zèle et de goût pour le maintien des études à Utrecht.

L'évêque Bernulfus fonda les églises collégiales de S[t]-Pierre et de S[t]-Jean, près desquelles il établit des chapitres de chanoines, qui avaient l'enseignement pour but principal.

L'évêque Conrad de Souabe (1076), qui avait été précepteur de l'empereur Henri IV, érigea encore, à Utrecht, l'église de S[te]-Marie, à laquelle il annexa un chapitre et une école. Ainsi, au commencement du XII[e] siècle, cette ville était en possession de cinq écoles chapitrales : celles de S[t]-Martin, de S[t]-Sauveur, de S[t]-Pierre, de S[t]-Jean et S[te]-Marie, dont quelques-unes étaient pourvues, indépendamment de l'écolâtre, d'un *rector scholarum*.

Il paraît, en outre, que l'évêque Bernulfus avait transféré à Utrecht, depuis l'an 1023, le monastère de S[t]-Paul, précédemment établi près d'Amersfoort, et également destiné à l'instruction de la jeunesse.

Les principaux monastères de Hollande qui se rendirent célèbres par leur activité pédagogique sont ceux de :

1° Egmond, fondé par les comtes Thierri I[er] et Thierri II, dont le premier abbé, Wonobold, fut probablement installé en 910.

Parmi les abbés célèbres de cette maison, on cite : l'abbé Étienne, sous lequel on paraît avoir enseigné non-seulement le *latin*, mais aussi le *grec*, et l'abbé Walter (1129) qui donna un essor considérable à l'école;

2° Le monastère de Nimègue, dans lequel le pape Grégoire V paraît avoir reçu l'instruction;

3° Le monastère de Middelbourg en Zélande, fondé vers 1106, par l'évêque Godebald;

Et 4° le monastère de Aduwert, près de Groningue, de l'ordre de Cîteaux, fondé en 1198 [1].

[1] Buddingh, *Gesch. v. opv. en onderw.*, p. 6-32, *passim.* — Cramer, *Gesch. der Erz. u. des Unt. in den Niederl.*, p. 66 sqq. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 252 sqq. — Goethals, *Lectures*, t. I, p. 10-13.

DIOCÈSES DE CAMBRAY ET DE TOURNAY.

Cathédrale de Tournay et monastère de St-Martin.

—

L'invasion des Normands avait fait transférer à Noyon le siége épiscopal de la ville de Tournay et réuni sous un même chef les deux diocèses. Ce ne fut que vers le milieu du XIIe siècle, en 1146, que le pape Eugène rétablit l'église de Tournay dans son ancienne dignité, dont Anselme, abbé de St-Vincent de Laon, fut élu le premier prélat [1].

Cependant l'absence d'un évêque résident n'empêcha pas le chapitre de veiller aux importants intérêts de l'enseignement, et leurs soins obtinrent un si éclatant succès, que vers la fin du XIe siècle, l'école de l'église de Tournay rivalisa avec celle de Liége et s'acquit une réputation européenne.

Elle était redevable de cet éclat au célèbre *Odon d'Orléans*, qui y dirigea les études publiques pendant cinq années, avant 1092.

Le clerc Odon, natif d'Orléans, était un homme d'une grande érudition et ne le cédait en savoir à aucun des maîtres français de son temps [2]. Il avait déjà enseigné publiquement à Toul, lorsqu'il fut appelé à Tournay, par les chanoines de la cathédrale. Sous cet illustre maître, on vit affluer à l'école de Tournay des élèves, non-seulement de la Flandre et des contrées voisines, mais des provinces les plus éloignées, de la Bourgogne, de l'Italie et de la Saxe; on y comptait jusqu'à deux cents élèves. On rapporte qu'un disciple étranger offrit à Odon un anneau d'or, avec cette inscription: *Annulus Odonem decet aureus Aurelionsem.* La ville de Tournay était pleine d'étudiants; on les voyait discutant dans les rues, et si l'on approchait de l'école, on les trouvait tantôt se promenant avec Odon, tantôt assis autour de lui et recueillant sa parole [3].

[1] Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 405, l. 78, c. 91-92, a. 1146.

[2] *A pueritia ita instructus litteris, ut nulli secundus inter Francorum sui temporis magistros haberetur.* Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 299-301, *passim;* l. 68, c. 42, a. 1092.

[3] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 95-96.

Quoique très-versé dans les études sacrées et profanes, Odon excellait cependant dans les arts libéraux et affectionnait surtout la *dialectique*. Il appartenait à l'école des *réalistes*, en opposition, comme on sait, avec celle des *nominalistes* [1]. Il paraît avoir voulu communiquer à ses élèves le goût de la discussion et introniser, à Tournay, la *science* de la scolastique, que ne connut point l'école de Liége. Il composa même, à l'usage de ses disciples, quelques ouvrages sur la dialectique. Dans l'un de ses écrits, qui avait pour titre *le Sophiste*, il enseignait à discerner les sophismes et à les éviter; dans un autre, intitulé : *Complexionum* (des conclusions ou conséquences), il traitait du syllogisme ou de la forme du raisonnement, et conduisait l'élève à raisonner juste; un troisième enfin, intitulé : *De l'être et de la chose*, examinait si l'être est le même que la chose, et la chose le même que l'être [2]. Ce dernier traité touchait plus réelle-

[1] Jean Roscelin, chanoine de Compiégne. Ce maître avait trouvé assez répandue cette doctrine, qui n'était pas cependant toujours explicite, que les noms appelés plus tard abstraits par les grammairiens désignent, pour le plus grand nombre, des réalités, tout comme les noms des choses individuelles, et que ces réalités, pour être inaccessibles à nos perceptions immédiates, n'en sont pas moins les objets sérieux et substantiels d'une véritable science. Il combattit cette idée qu'il contraignit à se développer et à s'éclaircir; et il soutint que tous les noms abstraits, c'est-à-dire tous les noms des choses qui ne sont pas des substances individuelles, que par conséquent les noms des espèces et des genres qui n'existent point hors des individus qui les composent, et les noms des qualités et des parties qui ne peuvent être isolées des sujets ou des touts auxquels on les rattache, les unes sans disparaître, les autres sans cesser d'être des parties, n'étaient en effet que des noms. Puisqu'ils n'étaient pas les désignations de réalités distinctes et représentables, ils ne pouvaient être, selon lui, que des produits ou des éléments du langage, des mots, des sons, des souffles de la voix, *flatus vocis*. Cette doctrine fut appelée la doctrine des noms, le système des mots, *sententia vocum;* les historiens de la philosophie l'appellent le *nominalisme*. — Sur les universaux, la doctrine de Guillaume de Champeaux était le contre-pied de celle du chanoine de Compiègne. Il professait le *réalisme* le plus pur et le plus absolu, c'est-à-dire qu'il attribuait aux universaux une réalité positive; en d'autres termes, il admettait des essences universelles. Dans son système, tout universel était par lui-même et essentiellement une chose, et cette chose résidait tout entière dans les différents individus dont elle était le fond commun, sans aucune diversité dans l'essence, mais seulement avec la variété qui naît de la multitude des accidents individuels. Ainsi, par exemple, l'humanité n'était plus le nom commun de tous les individus de l'espèce humaine, mais une essence réelle, commune à tous, entière dans chacun, et variée uniquement par les nombreuses diversités des hommes. Charles de Rémusat, *Abélard*, t. I, p. 6 et 7, 18 et 19.

[2] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 595.

ment à la scolastique, et les premiers sont plutôt du ressort de la logique.

Le mérite des ouvrages d'Odon en général, a été apprécié par les Bénédictins de St-Maur : « Les travaux philosophiques de Lanfranc, de » saint Anselme et ceux du docteur Odon, depuis évêque de Cambray, » disent ces savants, contribuèrent beaucoup à décrasser la philosophie » de ce temps et à lui donner quelque degré de perfection. On fut re- » devable à ces trois grands philosophes de voir revivre la méthode des » anciens, qui fut alors violemment attaquée par une nouvelle suite de » philosophes inconnus jusque-là [1]. »

Mais une circonstance fortuite vint opérer un revirement complet dans les goûts d'Odon et alla même jusqu'à le détourner entièrement de l'enseignement public et profane. Un jour, un clerc lui offrit l'ouvrage de saint Augustin *De libero arbitrio;* Odon en fit l'acquisition, mais il le relégua aussitôt dans une armoire parmi d'autres livres, sans y attacher de l'importance. Peu de temps après, comme il avait déjà parcouru avec ses élèves, pendant environ deux mois, le livre *De consolatione philosophiae* de Boëce, et étant arrivé au 4me livre, où il est traité du libre arbitre, il se rappela l'ouvrage de saint Augustin et se le fit apporter, afin de voir s'il contenait quelque chose digne de remarque à ce sujet. Après en avoir lu quelques pages, il en fut tellement ému, qu'incontinent, il rassembla ses disciples et leur donna communication du trésor qu'il venait de découvrir. « En vérité, leur dit-il, j'ai ignoré jusqu'à présent combien » saint Augustin est éloquent et plein d'érudition! » Aussitôt il se mit à leur en donner lecture, en y ajoutant des explications, et leur déroula ainsi l'auteur d'un bout à l'autre [2].

C'est, croyons-nous, à cette lecture de saint Augustin que l'on doit attribuer le renoncement qu'Odon fit, peu de temps après, à la carrière pédagogique ou plutôt à l'enseignement public; car il continua à prendre soin de l'instruction de ses subordonnés dans le cloître; c'est elle qui lui

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 131-132.

[2] Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 299-301, *passim;* l. 68, c. 42, a. 1092.

inspira de l'aversion pour la gloire bruyante du monde, et lui fit comprendre que l'obscurité et la vie intime ont aussi leur félicité.

Odon enseignait aussi à ses élèves la science de l'astronomie. Il donnait ordinairement ses leçons, comme autrefois Alcuin, le soir, devant la porte de l'église, en leur montrant du doigt les diverses constellations.

Le régime de l'école de la cathédrale était aussi sévère que pouvait l'être celui du monastère le plus régulier. « Il ne tolérait chez ses élèves,
» ni fréquentation avec les femmes, ni parure en leurs habits ou en leurs
» cheveux ; il les eût plutôt chassés de son école ou l'eût abandonnée lui-
» même. Lorsqu'il les conduisait à l'église, il marchait le dernier pour
» les mieux observer ; aucun n'eût osé parler à son compagnon, quelque
» bas que ce fût, ou rire, ou regarder à droite et à gauche, et quand
» ils étaient au chœur, on les eût pris, à leur modestie et à leur recueil-
» lement, pour des moines [1]. »

Après qu'il eut pris les études scolastiques en aversion, Odon, décidé à se retirer du monde, releva de ses ruines le monastère de S[t]-Martin, qui avait cessé de subsister depuis sa dévastation par les Normands, et s'y installa avec quelques-uns de ses disciples (1092). Il ne laissa point d'y entretenir la culture des lettres, mais il leur imprima, sans doute, un caractère plus mystique. Il fit alors ses principales délices de la lecture des saints Pères et du récit de leurs vies. Il occupa les moines principalement de la copie des livres ; douze des plus jeunes élèves étaient spécialement chargés de la transcription [2] : on y copiait les auteurs anciens et modernes, notamment les œuvres de saint Anselme. Grâce à cette sollicitude d'Odon

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 95 et 96.

[2] *Non minus quam duodecim, qui in claustro sedentes, in cathedris, super tabulas diligenter et artificiose cum silentio scribentes cernebantur.* Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 333, l. 69, c. 16, a. 1095. — En voyant ici la transcription confiée à de jeunes élèves, nous remarquons que cet art, et partant les connaissances linguistiques sont en progrès, puisque, d'après les édits de Charlemagne, la copie des livres ne devait être confiée qu'à des hommes d'un âge mûr. Il est vrai que trois siècles nous séparent de ces dispositions réglementaires : *Et pueros vestros non sinite eos (libros) vel legendo, vel scribendo corrumpere; et si opus est Evangelium, vel Psalterium et Missale scribere, perfectae aetatis homines scribant cum omni diligentia.* Baluze, t. I, col. 237, § 70, cap. a. 789.

pour *la librarie*, la bibliothèque de St-Martin devint une des plus riches de la Belgique, et les copies que l'on y exécuta, se recommandant autant par leur exactitude que par la beauté des caractères, furent recherchées à l'extérieur pour servir de modèles. Parmi les manuscrits qui sortirent des mains des scribes de l'école d'Odon, on cite les *Tétraples du Psautier*, contenant, sur quatre colonnes, les textes hébreu, grec, latin et roman ou français.

On attribue encore à Odon une Introduction à la théologie où l'on cite plusieurs passages de l'Écriture-Sainte en hébreu [1]. Nous n'en conclurons pas qu'on enseignait au monastère de St-Martin une autre langue que le latin, mais nous devons admettre que le grec et l'hébreu n'étaient pas entièrement étrangers ni à Odon, ni au moine d'élite qui a transcrit les *Tétraples* et dont l'histoire ne nous a pas conservé le nom [2].

En 1105, Odon fut appelé à l'évêché de Cambrai, mais ayant refusé d'être renouvelé dans son siége par l'empereur Henri IV, il se retira au monastère d'Anchin (*Aquicinctum*), où il mourut en 1114 [3].

Après qu'Odon eut quitté le monastère, les études n'y jetèrent plus qu'un faible éclat.

Parmi les moines qui excellèrent dans l'art de la transcription, on a conservé les noms de Godefroid, Gilbert et Thierri, tous trois disciples d'Odon; ils s'attachèrent surtout aux écrits des Pères de l'Église [4].

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 116. — Le texte *gallican*, le *romain*, l'*hébreu* et le *grec*. — On voyait encore cet exemplaire à St-Martin du temps de Sanderus. Sand., *Bibl. Belg.*, MS. Par. I, p. 92, n° 30.

[2] Cette copie fut exécutée en 1105 par ordre d'Odon. Il ne serait pas, au reste, extraordinaire, dit l'*Hist. litt. de France*, t. IX, p. 101, que dans une abbaye où l'on faisait une étude particulière des sciences et où l'on comptait alors jusqu'à quatre-vingts moines, il s'en trouvât quelques-uns qui cultivassent les langues orientales.

[3] Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 299-301, *passim*, l. 68, c. 42, a. 1092; p. 350, l. 69, c. 10, a. 1095, et p. 512, l. 71, c. 45, a. 1107. — *Hist. litt.*, t. VII, p. 25, 95, 96, 116, 131, 132, et t. IX, p. 595. — Miraei *Origg. Ben.*, p. 320-322. — Voyez ses écrits dans Foppens, *Bibl. Belg.*

[4] *Godefridus scriptor peritissimus erat, multosque libros manu sua descripsit. . . . . Hujus in scribendis libris socius fuit Gislebertus, ab Odone abbate, cum Theodorico, Rodulfi Tornacencis filio, in schola nutritus et eruditus. . . . .* Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 353, l. 69, c. 16. a. 1095. — *Hist. litt.*, t. IX, p. 101. — *Spicilegium*, t. II, p. 912, 2e col.

D'autres élèves du fameux écolâtre acquirent encore quelque réputation :

Alulfe, moine et chantre, auteur d'un choix des œuvres de saint Grégoire, intitulé : *Gregorialis* (m. 1144) [1];

Hériman, d'abord moine de St-Vincent de Laon, ensuite abbé du monastère de Tournay, renommé par ses écrits et ses prédications, ainsi que par ses négociations près de diverses cours [2];

Galbert, qui devint chanoine de l'église de Tournay et ensuite évêque de Châlons-sur-Marne [3],

Et Hugues, fils spirituel du B. Odon, né en 1102, qui reçut la direction du monastère de Marchiennes [4].

Dans la première moitié du XIIIe siècle, il y eut dans cet établissement un moine du nom de Guillaume, qui, à l'exemple d'Alulfe, fit un choix des œuvres de saint Bernard, intitulé : *Bernardinum* et publié sous le titre de *Flores S. Bernardi* [5].

Au XIVe siècle, on distingue encore dans le monastère de St-Martin les Tournaisiens : Gilles li Muisis (*Mucidus*) et Jacques Mævius. Le premier est connu par divers écrits historiques et par un poëme en vers français, intitulé : *Liber lamentationum*. Il mourut en 1353 [6]. Le second, auteur d'une chronique, succéda dans l'abbatiat à Égide et devint, en 1355, abbé du monastère d'Avignon. Il mourut en 1367 [7].

Après la retraite d'Odon, l'école de la cathédrale soutint encore pendant quelque temps la vogue que lui avait value la présence d'un écolâtre si renommé.

Dans les premières années du XIIe siècle, elle eut pour modérateur le

[1] Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 330, l. 69, c. 10, a. 1095. — *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 97 ; t. IX, p. 101. — Foppens, *Bibl. Belg.*

[2] *Hist. litt.*, t. IX, p. 101, 593. — Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 157, l. 75, c. 20, a. 1127. — Foppens, *Bibl. Belg.*

[3] *Hist. litt.*, t. IX, p. 594.

[4] *Ibid.*

[5] Mab., *Ann. Ben*, t. VI, p. 383, l. 77, c. 43, a. 1144.

[6] Foppens, *Bibl. Belg.*

[7] *Ibid.*

célèbre Guerric qui devint ensuite abbé d'Igny, au diocèse de Reims [1].

L'évêque Étienne, qui avait étudié la jurisprudence à Bologne, et qui, avant d'occuper le siége épiscopal de Tournay, fut abbé et écolâtre de Ste-Geneviève à Paris, signala son administration par une vive sollicitude pour l'instruction. Étant encore abbé de Ste-Geneviève, frappé des inconvénients que présentait l'existence d'une seule école pour ceux qui se destinaient à la vie religieuse, et pour les élèves qui restaient dans le monde, il y établit deux écoles distinctes, l'une interne et l'autre externe.

A Tournay, il publia, en 1197, divers édits concernant l'écolâtrie. On y trouve ces principes : l'écolâtre sera élu parmi les chanoines de la cathédrale et ces fonctions ne seront pas conférées à des étrangers; l'écolâtre doit toujours être un homme d'une moralité reconnue et d'un savoir réel; il ne pourra faire que de courtes absences et du plein consentement du chapitre; il ne se soustraira aux obligations de son emploi que pour cause de maladie ou de grand âge, et même, dans ce dernier cas, il ne sera pas dispensé de faire des lectures sur la Bible et sur les sciences supérieures; il surveillera, en outre, son coadjuteur; l'écolâtre sera remplacé et perdra sa prébende s'il s'absente plus de vingt jours sans l'autorisation du chapitre.

Il publia aussi des dispositions sur la *forancité* ou les absences des chanoines, qui étaient devenues si fréquentes, qu'elles constituaient un grave abus dans l'Église. Ceux-là seulement qui se rendaient à l'étranger pour perfectionner leurs études, étaient dispensés de la résidence fixe. Ces ordonnances furent confirmées par les papes Célestin II et Alexandre IV. Pareil édit sur la forancité avait déjà été publié, en 1155, par Simon, dernier évêque des siéges réunis de Tournay et de Noyon.

Étienne prit aussi fort à cœur l'enseignement de la musique religieuse [2]; mais l'école de Tournay, comme celle de Liége, était condamnée par des circonstances fatales à voir tomber avec le XIIe siècle l'importance, mal-

[1] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 40.

[2] Miraei *Opera dipl.*, ed. Foppens, t. II, p. 850, c. 66, p. 981, c. 74, et t. III, p. 1197, c. 91.—Cramer, *Gesch. d. Erz. in den Niederlanden*, p. 220-225. — Launoi, *De scholis celebr.*, p. 212-215.

heureusement éphémère, dont elle avait joui. Elle traina depuis, dans le cercle des besoins intellectuels de l'Église et de la société, une existence à peine soupçonnée à l'étranger et peu appréciée sans doute par les indigènes que la fortune mettait à même de fréquenter les universités naissantes.

Monastères de S[t]-Pierre et de S[t]-Bavon à Gand.

Au début de ce travail, nous avons cité quelques hommes éminents dont les noms se rattachent aux monastères de S[t]-Pierre et de S[t]-Bavon, antérieurement à la restauration des études par Charlemagne.

A la cour de ce prince se trouvait un personnage qui, par son rang distingué et par ses talents eût pu, et aurait même dû, ce nous semble, contribuer beaucoup au développement des études dans les retraites monacales de la ville de Gand. Cet homme est Eginhard, à qui Charlemagne, en récompense de ses services, avait fait don des monastères de S[t]-Pierre et de S[t]-Bavon, ainsi que de ceux de Maestricht et de Seligenstadt en Allemagne.

Mais Eginhard préféra les bords du Main aux sites moins agréables des Flandres. Il se soucia fort peu, paraît-il, de l'état moral et intellectuel de ses dotations en Belgique; s'il s'en occupa, ce fut une fois l'an, vers l'époque des échéances, pour recommander à ses chargés d'affaires à Gand, « de veiller à ce que le montant de ses redevances lui parvînt in- » tégralement et en bon argent [1]. »

Si nous rapprochons de ces recommandations d'Eginhard, la plainte qu'il adressa un jour à son royal maître de n'avoir point encore reçu de rémunération pour ses services, et l'imputation plus grave dont il tâche

[1] *Epistola* 12ª *Liutardo presbytero et Eremberto vicedomino fidelibus suis scripta, quibus significat se injunxisse Willibaldo presbytero, ut censum suum recipiat ab hominibus suis, tam apud S. Bavonem quam in Blandinio monasterio; eisque mandat ut eidem adjutorium impendant,* ut eumden censum et pleniter et in bono argento recipiat. Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 455, l. 28, c. 92, a. 819.

de se disculper dans une de ses lettres, d'avoir cherché à semer la discorde entre Louis-le-Débonnaire et ses fils et à spolier les lieux sacrés [1], si nous considérons ensuite ce qu'il eût pu faire en faveur des études en Belgique, il faut avouer que notre estime pour le plus élégant écrivain du moyen âge ne peut guère porter que sur ses œuvres [2].

La fin du siècle est marqué par les ravages des Normands.

Les auteurs de l'*Histoire littéraire de France* font une grande réputation de science au monastère de St-Pierre au Xe siècle [3]; mais, pour nous confirmer dans cette opinion favorable, il faudrait des preuves plus manifestes et plus réelles que celles qui sont alléguées par ces érudits : encore une fois, n'oublions pas que les anciens chroniqueurs sont généralement prodigues de qualifications vagues et sonores. Si saint Dunstan, lors de son exil, choisit l'abbaye de St-Pierre pour sa retraite, nous ne pensons pas que ce fût parce que les études y étaient florissantes. Elle a produit cependant quelques noms littéraires. On cite Everelme, d'abord abbé de Hautmont, ensuite de St-Pierre, qui écrivit une Vie du B. Poppon (m. 1069) [4]; Wolmar, autre abbé de la maison, vers le milieu du Xe siècle, que l'on dit avoir travaillé avec succès à y faire fleurir les lettres [5], et enfin le moine Adalard, qui y avait reçu l'instruction. En 1006, il écrivit la vie de saint Dunstan, et, à la prière de saint Elfége, archevêque de Cantorbery, un office pour la fête de ce saint [6].

[1] *Anno circiter* 816, *scripta est ejus ep.* 62, *ad Hermengardem imperatricem augustam, cui purgat accusationem de se factam, quasi discordiam inter Ludovicum ejusque filios sereret*, et loca sacra expilare moliretur. . . . . Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 427, l. 28, c. 48, a. 816.

[2] Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 426, l. 28, c. 47, a. 816; p. 427, l. 28, c. 48, a. 816; p. 453, l. 28, c. 92, a. 819. — Voir Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 200 et ss.

[3] L'abbaye de St-Pierre de Gand, en particulier, était en si grande réputation de science et de régularité, *professione virtutis et philosophiae documentis excellere videbatur*, que saint Dunstan, contraint de sortir d'Angleterre, sa patrie, la choisit préférablement à toute autre pour le lieu de son exil. *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 41, 10e siècle.

[4] Foppens, *Bibl. Belg.*

[5] *Hist. litt.*, t. VI, p. 41.

[6] *Ibid.*

Monastère de Thourout.

Il existait à Thourout, dans la première moitié du IXe siècle, une école qui paraît avoir servi de pépinière aux missions du Danemarck. Elle y fut établie en 834, par saint Anschaire, archevêque de Hambourg et apôtre de ces contrées, à qui Louis-le-Débonnaire donna à cet effet le monastère ou la Celle de Thourout [1].

Saint Anschaire et ses compagnons achetèrent, en Danemarck et en Slavonie, des enfants qu'ils élevèrent au service du Christ, *et en placèrent quelques-uns dans la celle de Thourout* [2].

Saint Rembert, originaire du *pagus* de Thourout, et élève de ce monastère, succéda à Anschaire dans l'archevêché de Hambourg (865-888) [3].

Abbaye d'Afflighem.

Les hommes éminents qui illustrèrent l'abbaye d'Afflighem, fondée en 1083, nous prouvent que les études y étaient en honneur. Tels sont *Fulgence*, qui en fut le premier abbé (m. 1155) [4];

Hugues, homme distingué par sa naissance, son savoir et sa vertu, qui s'y retira sous l'abbatiat de Fulgence [5];

[1] *Quia dioecesis illa in periculosis fuerat locis constituta, ne propter barbarorum imminentem saevitiam aliquo modo deperiret. . . . .* *Acta SS.* 3 *Febr.*, t. I, p. 396. Saint Anschaire était disciple de Paschase Radbert à Corbie-l'Ancienne et avait été plus tard préposé lui-même à l'école de ce monastère.

[2] *Coepit quoque ex Danorum ac Slavorum gente nonnullos emere pueros, quosdam etiam ex captivitate redimere, quos ad Dei servitium educaret : ex quibus aliquos in cella sua Turholtensi collocavit. In his apostolicis laboribus socios et coadjutores habuit ex vetere Corbeia monachos, quorum doctrina et institutione in illis partibus feliciter crevit, adolevitque Christiana religio.* Mab., *Ann. Ben.*, t. II, p. 528 et 529, l. 30, c. 39, ad a. 830. *Acta SS.*, l. c.

[3] Lansens, *Alouden staet van Vlaenderen*, p. 412-414. — Voyez, pour Anschaire et Rembert, Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 234 sqq.

[4] Foppens, *Bibl. Belg.* — *Hist. litt.*, t. VII, p. 97. — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 195-196, 206 et 256.

[5] *Hist. litt.*, t. VII, p. 97. — Mab., *Ann. Ben.*, t. V, p. 256.

Francon, successeur de Fulgence « sous qui il étudia avec succès les » lettres divines et humaines. C'était un génie heureux et l'un des bons » théologiens de son temps, comme en font foi les écrits théologiques de » sa façon. Il avait de plus, de l'éloquence et du talent pour la poésie, » au-dessus du commun [1] » ;

Le moine *Simon*, qui vivait vers 1290, et s'attacha spécialement à l'étude de la Bible et des saints Pères [2] ;

Guillaume de Malines, qui devint prieur de Wavre et abbé de St-Trond (1276-1297) [3] ;

Guillaume d'Afflighem, prieur de la maison, vers 1300 [4] ;

Et *Henri de Bruxelles* (1300) [5].

[1] *Hist. litt. de Fr.*, t. VII, p. 97. — Foppens, *Bibl. Belg.*, qui l'appelle *vir scientia mirabilis.*

[2] Foppens, *Bibl. Belg.*

[3] *Ibid.*

[4] *Ibid.*

[5] *Ibid.*

III.

ÉCOLES CHAPITRALES OU COMMUNALES; ÉCOLES LATINES; ÉCOLES ÉLÉMENTAIRES.

1° DIOCÈSES DE LIÉGE ET D'UTRECHT.

2° DIOCÈSES DE CAMBRAI ET DE TOURNAY.

(XIIe-XVe SIÈCLE.)

ÉCOLES CHAPITRALES.

La présence d'un *écolâtre* dans les fondations de chapitres nous prouve que dans les diverses villes où ces corps religieux étaient institués, il y avait près de la collégiale une *école* dont ce fonctionnaire ecclésiastique avait la direction. L'écolâtre du chapitre exerçait généralement aussi, de droit ou de fait, la surintendance sur toutes les autres écoles de la ville.

Succédant en quelque sorte dans l'histoire de l'enseignement et dans celle de l'humanité à l'action primitive des monastères, les écoles chapitrales suppléent à de nouveaux besoins. De même que les disciples de saint Benoît ont assisté les peuples dans leur développement pour ainsi dire matériel, et qu'ils avaient fait leur éducation morale, les écoles des chapitres continuent ce développement par l'instruction, par l'éducation scientifique. Leur institution représente un nouvel ordre de choses et signale un immense progrès dans la condition des masses. Elle correspond à l'époque de virilité de nos populations, à l'origne des *communes*.

Au XIe siècle encore, « l'ignorance parmi nous était à son comble; les » peuples n'avaient pas la moindre teinture d'instruction et les grands » seigneurs mêmes se faisaient gloire de ne savoir ni lire, ni écrire. Le

» clergé seul avait retenu quelques connaissances, et on doit à un petit » nombre de monastères et de chapitres d'avoir gardé le précieux dépôt » des anciens auteurs, que les moines transcrivaient par un travail pé- » nible et infatigable [1] ».

A cet éloge, ce savant aurait pu ajouter celui que mérite l'organisation pédagogique de ces institutions religieuses.

Chose remarquable! Au moment même où *la féodalité* prenait naissance, où *le seigneur déclarait ne savoir pas écrire, vu sa qualité de gentilhomme,* surgissait aussi la *commune,* et les bourgeois couraient à l'envi aux écoles, *demandant à apprendre à lire et à écrire.*

Cette époque à jamais mémorable est le berceau de notre vie politique, morale et intellectuelle; elle est l'aurore de nos libertés sociales. L'abolition du servage et de la mainmorte; la répression légale des crimes et des cruautés d'une autre génération; l'introduction du tiers état dans les assemblées politiques et dans l'administration des communes; la fixation du droit coutumier; le développement de l'agriculture, l'extension du commerce et de l'industrie; Bruges devenant le centre commercial du monde; l'Angleterre, l'Allemagne et la France tributaires de nos fabriques; nos foires célèbres dans toute l'Europe; la prospérité et l'opulence qui en découlent; la culture des beaux-arts; la magnificence de l'architecture; une langue nationale substituée dans les actes publics au despotisme universel de la langue latine [2]; une littérature originale et féconde; la création de nombreuses chambres de rhétorique, et, dans un ordre de choses plus éclatant, les faits d'armes les plus brillants : Woeringen et Courtray; tels sont en substance les faits nouveaux auxquels prélude la modeste école du chapitre.

[1] De Smet, *Hist. de la Belgique,* t. I, p. 171.

[2] Les plus anciennes lettres scabinales que nous connaissions, datent du milieu du XIII[e] siècle. Depuis cette époque, presque tous les diplômes, ceux des communes rurales surtout, sont écrits en langue vulgaire.

DIOCÈSE DE LIÉGE.

Collégiale de S[t]-Barthélemi à Liége.

—

Indépendamment des écoles de la cathédrale et de ses monastères, il paraît que, vers la fin du XI[e] siècle, il y en avait une quatrième près de la collégiale de S[t]-Barthélemi. Nous trouvons, à cette époque, Alger, diacre de cette église, cité avec le titre d'écolâtre. Alger avait été élevé parmi les clercs de cette collégiale. L'Histoire littéraire de France nous apprend « qu'il étudia avec tant d'application les arts libéraux et la science » de la religion, qu'il en acquit une parfaite connaissance et fut chargé » d'enseigner les autres. La réputation avec laquelle il s'en acquitta, » le fit rechercher par plusieurs évêques de Saxe et de Germanie, qui le » pressèrent d'accepter l'emploi d'écolâtre dans leurs églises, avec des » avantages capables de tenter un homme moins désintéressé [1]. » Mais il préféra s'attacher à l'évêque Otbert, près duquel il semble avoir exercé pendant environ 20 ans les fonctions de secrétaire. Il se retira plus tard au monastère de Cluny, et y mourut en 1130.

On distingue parmi les écrits d'Alger son *De veritate corporis et sanguinis Domini in Eucharistia, libri tres*, dans lequel il combat l'hérésie de Béranger de Tours, comme Adelman l'avait fait au X[e] siècle, dans un traité portant le même titre.

Pierre-le-Vénérable et Érasme font l'éloge de ses œuvres et de son style. Érasme dit qu'il possédait bien la dialectique et la philosophie, qu'il était très-instruit dans la science des canons, et qu'il avait autant d'éloquence qu'on peut en désirer d'un théologien [2].

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 19.

[2] Foppens, *Bibl. Belg.* — *Algerus ab infantia totum se literarum studio tradens, sub clarissimis viris quorum scientia et honestate morum tunc temporis Leodiensis Ecclesia fulgebat, et Francia illustrabatur, nobiliter floruit, adeo ut nulla christianae fidei regula eidem credatur ignota.* — Launoi, *De scholis cel.*, c. 25, p. 108-109. — Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 71-72, l. 73, c. 146 et 147, a. 1121.

École chapitrale de St-Aubain à Namur.

Nous n'avons recueilli aucune particularité sur les écoles de Namur. Nous savons seulement que, dans cette ville, le droit d'écolâtrie appartenait au comte, qui en investissait, *de main à bouche,* un chanoine du chapitre ou tout autre prêtre à sa volonté. Cette dignité constituait un véritable fief dont le relief coûtait *six patars, mais ne valait que six sols* [1]. Il n'y était pas attaché de bénéfice.

DIOCÈSES DE CAMBRAI ET DE TOURNAY.

Bruxelles. — A Bruxelles, la direction suprême de l'instruction publique appartenait à l'*autorité souveraine.*

Un diplôme de Jean I, duc de Brabant, du 3 septembre 1273, relatif aux prébendes du chapitre de Ste-Gudule, nous apprend que le prince nommait l'écolâtre. . . . . . . *scholastria, cujus etiam collatio ad nos dinoscitur pertinere* [2].

[1] Extrait du vieû repertoir des fiefs du souverain bailliage du pays et comté de Namur, auquel folio iiij^xx iij, se trouve ce qui suit :

La scholastrie de St-Albain.

Dudit fief n'est fait aulcune mention ès registres des dénombremens, tant en parchemin que en papier, senon que le tiltre seulement; mais ou registre des reliefs des fiefs en l'an xiiij^c iiij^xx trois, fol. xxvij, est mis le relief que fist maistre Eustace Mahiart, chanone de l'église de St-Albain de Namur, dudit fief del scolastrie d'icelle église, par vertu de certain mandement patent doñé de Monsr le duc illec veu et tenu, dont il fist le serment à ce pertinent, et au marge, il y apostille ainsy : Il n'y a que relief de main à bouche, pour ce qu'il n'y a nul temporel, et *il n'y a que dignité.*

Ou registre Anthoine Groul en l'an xv^c et vij, folio ij^c xlvj, appert que sire Rolant Delhaye, prestre et chanone de l'église St-Albain de Namur, releva le fief del scolastrie d'icelle église, échue à relever par le trépas de feu maistre Eustace Mahiart, dernier possesseur, en vertu de certaines lettres patentes du Roy nostre sire et de Monsr l'archiduc, etc., dont il fut advesty, dont par affirmation fut prins six patars, qu'il ne valoit que syx sols.

Oudit registre de Groul en l'an xv^c xxvij, folio iiij^c, lxvij, appert que maistre Jehan Du Terne, prestre, chanone de l'église St-Albain de Namur, releva le fief del scolastrie d'icelle église, dont il fut advesty, etc.

Ou très-grandt registre en papier lombart, folio LXXIIJ, est escript que Jaqmart de Guistelle a relevé de mons^r le conte le scolastrie de St-Albain, dont les biens gisent à Sorines et sur plusieurs maisons en la rue St-Albain et aultre part.

Il est ainsi audit répertoire, etc., etc.

MARESCHAL.

[2] *Archives du royaume.* Conseil privé, cart. 1727.

Le duc Jean III, en qualité de *défenseur de l'Église et de l'écolâtrie, tant par droit de patronat que par droit de souveraineté* [1], octroya, le 25 octobre 1320, à l'écolâtre de Ste-Gudule des lettres patentes réglant la direction des écoles supérieures et inférieures de la ville de Bruxelles, *auxquelles le doyen et le chapitre de Ste-Gudule donnèrent leur assentiment et attachèrent leur sceau.*

Ces lettres furent confirmées, le 12 avril 1361, par Jeanne et Wenceslas.

Le 15 février 1381, les mêmes souverains rendirent encore, sur cette matière, une ordonnance dans laquelle intervinrent *le doyen et le chapitre, l'écolâtre et le magistrat,* qui tous la confirmèrent et la revêtirent de leur scel respectif.

Le 28 septembre 1451, Philippe-le-Bon publia aussi un édit relatif à l'enseignement [2].

Les ordonnances postérieures émanent également du souverain, et toutes, celles-ci comme celles-là, portent que l'amman de Bruxelles, à qui, on le sait, l'autorité suprême était confiée par le souverain, en surveillera l'exécution.

Il résulte de ces divers documents qu'à Bruxelles l'instruction publique était *administrée, de commun accord, par l'écolâtre, le chapitre et le magistrat,* et que les contrevenants aux prescriptions établies, étaient justiciables de l'amman.

Toutefois ce ne fut, qu'en 1381, que le magistrat intervint pour la première fois dans la direction de l'enseignement. Il semble qu'antérieurement l'écolâtre, investi dans ses fonctions par le duc, dirigeait *seul* les écoles. Aux termes des lettres patentes de 1320, il avait le droit, droit confirmé par l'ancienne coutume *(tam de jure quam de antiqua consuetudine),* de nommer le recteur et le sous-recteur de toutes les écoles, grandes et petites, de la ville et de la franchise de Bruxelles.

[1] *Nos qui dictas Ecclesiam et scholastriam tam ex patronatu quam principatu tenemur defendere et amplecti. . . . .* Ordonnance de 1320.

[2] Ce diplôme concerne une contestation qui avait surgi entre l'écolâtre d'un côté, et le curé et le clerc de la paroisse de Molenbeek de l'autre. Il n'a qu'un intérêt purement local.

Cette omnipotence en matière d'enseignement fut néanmoins méconnue par les bourgeois, par cet élément plébéien, qui, à cette époque, s'agita violemment pour renverser le joug des patriciens et pour arriver à la direction de la commune [1].

« Dans le même temps (vers 1320), les Bruxellois abandonnèrent » pour la plupart les écoles du chapitre, et, méprisant la juridiction » de l'écolâtre, ils fondèrent d'autres établissements d'instruction di- » rigés par des clercs de leur choix. Pour opérer une réconciliation, » il fallut que le chapitre consentît à augmenter le nombre des éco- » les [2]. Il y en eut depuis onze : une école supérieure et quatre infé- » rieures pour chaque sexe, et, en outre, une inférieure pour les gar- » çons à Molenbeek. Chaque élève devait payer une rétribution de 12 » sous, dont le tiers revenait au recteur des grandes écoles ou chef- » recteur [3]. »

Tel fut l'objet de l'édit de 1320. Il statua, en outre, que dorénavant personne, de quelque condition qu'il fût, ne pourrait enseigner à Bruxelles, ni dans la franchise, sans l'autorisation du recteur des grandes écoles. Celui-ci examinait les sous-recteurs et les rectrices des petites écoles, les surveillait, les réprimandait, les destituait, et en nommait d'autres, chaque fois que l'intérêt de l'instruction le réclamait.

Dans les petites écoles l'enseignement n'allait pas au delà de l'introduction au Donat *(ad Donati introitum et non ultra)*; dans les grandes écoles, on enseignait la grammaire, la musique et la morale.

Mais les dispositions de l'ordonnance de 1320 ne terminèrent pas le débat et « les écoles continuèrent à être une cause d'incessantes contes- » tations entre le clergé et la bourgeoisie [4]. »

L'ordonnance de 1361 avait pour but de rappeler aux habitants *les an-*

[1] On ne lira pas sans intérêt le récit de ces grandes luttes communales dans l'*Hist. de Bruxelles*, par MM. Alex. Henne et Alph. Wauters; Périchon, 1845, 3 vol. in-8°.

[2] Il n'y avait eu jusqu'alors à Bruxelles que deux écoles, une supérieure, pour les garçons, et une pour les filles. Ordonnance de 1320.

[3] *Hist. de Brux.*, t. I, p. 88. Ordonnance de 1320.

[4] *Ibid.*, t. I, p. 178-179.

ciens droits de l'écolâtre. Celle de 1381 nous révèle de nouvelles complications au sujet des écoles :

« Les recteurs se plaignirent du recteur en chef qui, disaient-ils, augmentait, à leur détriment, le nombre des établissements d'instruction » publique. De son côté, celui-ci se récriait contre la conduite de ses » subordonnés, qui ne reconnaissaient pas son autorité et ne lui remettaient » pas sa part dans les rétributions payées par les élèves. Un accord conclu » *entre le chapitre de Ste-Gudule et les échevins,* approuvé par le duc et la du- » chesse, fixa le montant de la rétribution à payer par chaque élève à » cinq gros, dont un demi-gros devait revenir au recteur en chef pour » son droit de surveillance. Quand il trouvait un instituteur en faute, il » devait en faire son rapport *au chapitre, à l'écolâtre et au magistrat, qui déci-* » *daient de concert.* Les accroissements de la ville firent porter à treize le » nombre des écoles (15 février 1381 (1382), A Thymo, *l. c.*). Pour » éviter les contestations, on fixa leurs rayons respectifs, et elles prirent » alors le nom des quartiers dans lesquels elles étaient situées [1]. »

Il existait à Reims, depuis le XIIIe siècle, *un collége pour les enfants pauvres, dit des Bons-Enfants* [2].

Ces sortes d'institutions se répandirent aussi en Belgique. En 1358, Pierre Van Huffele, chapelain de Ste-Gudule, érigea à Bruxelles une école de *Bons-Enfants,* et lègua tous ses biens à cette fondation. En 1377, Jean T'Serclaes, archidiacre de l'évêché de Cambrai, ajouta à ce legs plusieurs revenus et sa maison avec les effets mobiliers et les livres nécessaires, afin d'y loger 12 pauvres écoliers de 9 à 18 ans; il attacha à ce collége un directeur et un jeune *pédagogue* chargé de l'instruction des élèves [3].

Anvers. — A Anvers, l'écolâtrie appartenait depuis les temps les plus

[1] Dans le XVIIe siècle, on les nommait écoles de la *Cantersteen*, de la Putterie, de la rue de la Montagne, de la rue de la Fourche, de la rue au Lait, de St-Jean, de St-Géry, du Marché-au-Charbon, de Ste-Catherine, du Marais-aux-Herbes, du Béguinage, de la Chapelle et du Sablon (détails tirés d'un recueil de règlements sur les écoles de Bruxelles, MSS. de la Bibliothèque de Bourgogne). *Hist. de Brux.*, t. I, p. 178-179.

[2] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 39-47.

[3] Manuscrit de la Bibliothèque de Bourgogne, n° 16375, fol. 3 et 4. Cette fondation fut convertie, en 1465, *en une école pour six pauvres enfants de chœur.* Hist. de Brux., t. I, p. 178-179.

reculés au chapitre de Notre-Dame. Un différend s'étant élevé en 1251, au sujet de ce droit, entre deux chanoines, qui chacun se l'arrogeaient, l'évêque de Cambrai, Nicolas de Fontanis, décida : *que le droit de conférer la direction des écoles dans la ville d'Anvers, devait appartenir aux chanoines en commun* [1].

Les fonctions d'écolâtre y subsistaient déjà en 1225, et Diercxsens présume qu'elles furent créées en 1117, lorsque le soin pastoral de la ville fut conféré au chapitre [2].

La première *école latine* (?), qui porta le nom de *Pape school*, fut érigée à Anvers en 1505, sous le décanat de Jean de Bruxelles (m. 1517). La construction du bâtiment destiné à cette école fut décidée sous son prédécesseur Hugues Vanden Cnocke, en 1504. Il est dit dans le diplôme relatif à cet objet : *que ce local servira à perpétuité à une école et à nul autre usage,..... et qu'elle ressortira à la juridiction de l'église et du chapitre* [3].

Il a semblé aux auteurs de l'histoire d'Anvers que cette stipulation eût été complétement inutile *si toutes les écoles de la ville avaient été soumises à l'autorité du chapitre*. Ils ajoutent qu'il ne conste pas qu'il aurait été construit dans la ville des (d'autres?) bâtiments de cette nature, dépendants de quelque abbaye ou monastère, et en tirent cette conclusion *que la bourgeoisie, sinon la ville, avait aussi ses écoles*, quoiqu'il ne soit fait aucune mention de ces dernières dans les documents anciens [4]. Mais l'école de la cathédrale était *une école latine*, et les termes du diplôme de 1504 pourraient aussi ne prouver autre chose si ce n'est que le chapitre attachait une importance spéciale à cette nouvelle institution, qui devait être pour lui une pépinière de jeunes chantres [5].

[1] *Jus conferendi regimen scolarum in Antwerpia, ad predicte ecclesie canonicos communiter pertinere debere.* Geschiedenis van Antw., *door Mertens en Torfs*, 3[de] deel, bl. 639-640.

[2] *Gesch. van Antw.*, 3[de] deel, bl. 500. Nous croyons que ces fonctions se rattachent essentiellement à tous les chapitres en général, et que dans toute institution de l'espèce, le corps des chanoines comprend *un écolâtre*, tout comme un doyen et un chantre.

[3] . . . . . *datmen dat (huus) ewelike orboeren sal tote eenre scole ende tote anders en ghenen sticken* . . . . . dat eene scole sal syn der kerken ende der capitelen recht. . . . . *Gesch. van Antw.*, 3[de] deel, bl. 641.

[4] *Gesch. van Antw.*, 3[de] deel, bl. 502-503.

[5] *Hactenus itaque in hac civitate non nisi unica schola erat, in qua docebatur lingua latina*,

Cependant, la conjecture émise par les auteurs de l'histoire d'Anvers offre beaucoup de probabilité : la bourgeoisie d'Anvers aurait alors, comme l'avaient fait les Bruxellois, méconnu la juridiction du chapitre en matière d'enseignement et rendu nécessaire l'intervention du magistrat. « A » cette époque (1305), dit Diercxsens, l'art *de lire et d'écrire* était négligé » dans la cité (*inter populares*), et comme ces connaissances étaient estimées » très-utiles à la commune (*reipublicae*), *le magistrat et le chapitre* érigèrent, » en l'année 1305, une école paroissiale *dans laquelle cet art serait enseigné* » *gratuitement* [1]. »

Si l'école dite *Papeschool* n'a pas été, dans le principe, destinée à l'enseignement de la langue latine, ou si l'on y a annexé une école pour les principes élémentaires, pour l'art de lire et d'écrire, nous devrions conclure de ces faits, *puisqu'elle était gratuite,* que le chapitre la destinait en même temps à faire concurrence aux écoles privées ou qu'il y recevait les enfants pauvres.

Quoi qu'il en soit, la juridiction des écoles passa, au XV[e] siècle, du chapitre au magistrat. Celui-ci publia, entre autres, en 1468 [2], 1530 [3], 1557 et 1579, des ordonnances au sujet des écoles qui sont qualifiées de *pri-*

nempe schola Ecclesiae Matricis. Hoc autem civibus incommodum erat, qui filios suos magnis suis sumptu et onere foras mittere debebant ad alias scholas. Capitulum et Senatus malo huic obviare volentes, et ut parochialibus ecclesiis melius provideretur de cantoribus, erexerunt tres novas scholas ad tres subalternas parochias. . . . Diercxsens, *Antverpia Christo nascens*, t. III, p. 343, a. 1521.

[1] Diercxsens, *l. c.*, t. II, p. 8-9, a. 1305. *Hoc tempore ars legendi et scribendi neglecta erat inter populares : cumque scientia illius perutilis judicaretur Reipublicae, Senatus et Capitulum a.* 1305, *erexerunt scholam parochialem (puerorum) in qua illa* gratis *doceretur. . . . . Addit Papebrochius :* Schola autem ista, *vulgo* de Papeschool . . . . . hodie . . . tenuioribus erudiendis servit, *etc. — Sic vere res se hodie habet*, et forte *ab origine sic schola ista fuit instituta. Sed decursu temporis haec schola parochialis, sicut et scholae aliarum parochiarum, ad quas dein similes erectae fuerunt, multum floruerunt; ita ut extra illas non liceret docere linguas sacras. . .*

[2] Nous ne possédons qu'un seul article du privilége de 1468; il est ainsi conçu : *Ende eerst, dat niemand Duytsche schole en mach houden sonder Poorter te syne. Wt de privilegie van den jare* 1468.

[3] Le privilége de 1530 nous apprend que les maîtres d'école de la ville s'étaient associés en *confrérie* ou *gulde : Dat Gheestelyck noch Wereltlyck schole en mach houden sonder in de Gulde te comene. Wt de verleeninghe van den jare* 1530.

viléges et émanent de l'écoutète et margrave du pays de Ryen [1], des bourgmestre et échevins et du conseil de la ville.

Nous voyons, dans l'ordonnance générale du 7 septembre 1579, que la surintendance de l'écolâtrie avait été confiée à cette époque au sieur Godevaert Wesels, écolâtre (laïque), à Me Willem Schoyt, ancien échevin, et à Me Jean de Pape, échevin en fonctions; ils étaient chargés du soin d'admettre les instituteurs et d'en recevoir le serment exigé. Les fonctions d'écolâtre du chapitre étaient, du reste, déjà tombées en désuétude en 1480, et le chapitre, en voulant alors les relever, commença par les déprécier lui-même, en ne le considérant plus que comme un emploi *simple et domestique, et n'exigeant pas les ordres de la prêtrise* [2]. L'écolâtre du chapitre en devint l'archiviste.

Gand. — On distinguait dans la ville de Gand trois juridictions en matière d'enseignement :

1° Celle du monastère de St-Pierre;

2° Celle du monastère de St-Bavon;

3° Celle du chapitre de Ste-Pharaïlde.

« Chacun de ces monastères était le centre d'une *villa* qui en dépen- » dait : l'une fut appelée plus tard la ville de St-Bavon, l'autre *Sint-Pie-* » *ters dorp* (le village de St-Pierre).

» . . . Ces *villae* étaient distinctes du *portus* (en flamand *de poort*), plus » tard *oppidum*, auquel on donne quelquefois le nom de *cuve* de Gand. » Le nom de Gand, d'abord exclusivement propre à la *villa sancti Bavonis,* » passa comme le plus connu à ce *portus Ganda* [3]. »

Le caractère séculier de l'enseignement auquel se rapporte la juridiction de ces monastères, nous les a fait comprendre parmi les écoles cha-

[1] L'écoutète était, à Anvers, le représentant du prince; ses fonctions consistaient entre autres à émettre, conjointement avec les bourgmestre et échevins, son opinion dans la rédaction des statuts et ordonnances de la ville, de faire la publication de ces actes et de revêtir de son seel les ordonnances politiques des métiers. La plupart du temps, l'autorité de l'écoutète était subordonnée à celle du magistrat. *Gesch. van Antw.*, t. I, p. 205-208.

[2] *Dictum officium scolastrie, tanquam simplex et servitorium officium, et non requirens presbiteratus ordinem. . . . . Gesch. van Antw.*, t. III, p. 642.

[3] *Histoire de la ville de Gand*, par Warnkœnig, traduit par Gheldolf. Bruxelles, 1846, p. 19.

pitrales plutôt que parmi celles des monastères. Ce que nous avons à en dire ne sera d'ailleurs pas long.

Nous savons seulement, en ce qui concerne le monastère de S[t]-Pierre, qu'il possédait, de temps immémorial, le droit incontesté de conférer l'autorisation d'enseigner dans le *bourg de Gand*, et que, vers le milieu du XII[e] siècle, quelques personnes, s'arrogeant, par *violence laïcale*, la liberté de donner des leçons, s'efforçaient de le dépouiller de ce droit. Ce fait résulte d'une bulle du pape Alexandre III, du 2 mars 1162 [1].

Quant au monastère de S[t]-Bavon, notre opinion repose uniquement sur un acte de donation du 17 novembre 1368, passé devant les baillis et échevins de la *villa* du monastère de S[t]-Bavon, et contenant des legs en faveur des curé, diacre, sous-diacre, clerc, *magister scholarum* et table du S[t]-Esprit de l'église (dite *Sancti-Christi*) de cette *villa* [2].

L'abbé de S[t]-Bavon possédait en outre *la juridiction des écoles de l'Écluse*, ainsi qu'il conste d'un diplôme de 1306, par lequel Jean de Flandre, comte de Namur, autorisé par l'abbé de S[t]-Bavon à disposer pour une fois de la direction des écoles de cette ville, la confère à son chapelain *Mikael Masière Courcy*, pour en jouir sa vie durant [3].

Chapitre de S[te]-Pharaïlde.

« On nous croira à peine, dit M. Warnkœnig, lorsque nous disons que » les questions si retentissantes aujourd'hui en Belgique, sur la liberté » d'enseignement et le droit exclusif d'ouvrir des écoles, ont déjà donné » lieu en Flandre, dans les XII[e] et XIII[e] siècles, à des dissensions sem» blables à celles des années 1828 à 1830.

» Le droit d'enseigner intéresse trois espèces de conditions ou per-

[1] *Hist. de la ville de Gand*, p. 75. — Jules de S[t]-Genois, *Mess. d. sc. hist.*, 1843, p. 187.

[2] Ce diplôme se trouve aux Archives de la Flandre orientale Nous devons la communication de cette pièce, ainsi que des diplômes de 1179 et 1306, à l'obligeance de M. Vander Mersch, archiviste provincial à Gand.

[3] Imprimé dans Dieriex, *Mémoire sur la ville de Gand*, t. I, p. 549, en note. L'original repose aux archives de la Flandre orientale.

» sonnes; savoir : l'État, l'Église et le bourgeois libre. Nous retrouvons » ces mêmes trois parties intéressées aux prises à ce sujet, dans la ville » de Gand, vers la fin du XIII[e] siècle.

» Depuis des temps immémoriaux, le privilége d'ouvrir des écoles ap- » partenait, dans cette ville, au comte même, qui abandonnait l'exercice » de cette prérogative aux chanoines de l'église de S[te]-Pharaïlde, située » dans la *Urbs comitis*. Ceux-ci avaient donc seuls le droit d'ouvrir des » écoles dans la ville de Gand; personne ne le pouvait sans leur consen- » tement. Mais lorsque, vers 1178, cette église et les archives qu'elle con- » tenait furent incendiées, et que les riches Gantois, mécontents de la » *Charta libertatis*, leur octroyée par Philippe d'Alsace, en 1176, s'ar- » rogèrent toute espèce de droits, ils refusèrent de reconnaître encore le » privilége des chanoines, quoiqu'il vînt d'être renouvelé par le comte. » L'archevêque de Reims intervint et confirma le monopole octroyé aux » chanoines par une menace solennelle d'excommunication lancée contre » les Gantois [1].

» Les Gantois ne s'en tinrent pas à cette défense; s'étant eux-mêmes » rédigé une keure après la mort de Philippe (1192), qu'ils firent sanc- » tionner par son successeur, ils y stipulèrent, sous l'art. 15, que : *si* » *quelqu'un a la volonté, la capacité et les moyens de tenir des écoles à Gand,* » *il en a le droit, sans que personne puisse s'y opposer* [2].

» On ne saurait proclamer plus expressément le système de la liberté » absolue d'enseignement; les termes *nec aliquis poterit contradicere* démon- » trent qu'ils ne reconnaissaient le droit d'intervention ni au comte, ni à » l'archevêque, ni au chapitre.

» Toutefois, la prétention hardie des bourgeois de Gand resta, paraît- » il, sans suite. En 1235, nous retrouvons la comtesse Jeanne de nou- » veau en possession du *Magisterium quod ad nos spectabat*, *scholarum Gan-* » *densium, juxta ipsam ecclesiam regendarum*, qu'elle confère aux chanoines » de S[te]-Pharaïlde, sous les conditions suivantes :

[1] Voir ce document dans Miræus, t. II, p. 974-975. Il est de 1178 et contient le récit que nous venons de rapporter.

[2] *Si quis in Gandavo scholas regere voluerit, sciverit et poterit; liceat ei, nec aliquis poterit contradicere.* (Dierickx, *Lois*, t. I, p. 115.)

» Le doyen et le chapitre de S[te]-Pharaïlde conféreront chaque année
» *(in periculo animarum suarum!)* les écoles, *qui doivent être tenues gratuitement*, à un homme capable de remplir ces fonctions, et l'adresseront avec
» des lettres patentes à la comtesse ou à ses successeurs, afin qu'il soit
» investi par elle dans la direction desdites écoles, pour *une* année, à
» échoir à la S[t]-Jean. Si le doyen et le chapitre négligent de faire cette
» présentation avant les Pâques, ils perdront, pour cette même année, le
» droit de présentation, et la comtesse ou le comte nommeront le recteur
» qu'il leur plaira.

» Cette convention fut confirmée par l'évêque de Tournai, dans le mois
» de novembre 1235.

» Il résulte de ce document : 1° que l'écolâtrie appartenait à Gand
» exclusivement au prince, et 2° qu'elle fut exercée par les chanoines du
» chapitre de S[te]-Pharaïlde en conformité d'une concession particulière.
» Si l'on réfléchit que cette école était une institution cléricale, une école
» chapitrale, on doit en conclure qu'au XIII[e] siècle, le droit d'y enseigner
» était une prérogative non pas de l'Église, mais bien du prince.

» Et les chanoines reconnaissaient effectivement cette situation; cela
» résulte de deux autres documents de 1293 et 1295, également extraits
» par nous du deuxième cartulaire de la Flandre, à Lille : dans le pre-
» mier, les chanoines reconnaissent que leur candidat, maître Jean Blec,
» ayant été présenté tardivement, le comte, qui l'avait d'abord refusé
» en qualité de leur candidat, l'agréa néanmoins pour l'année scolaire
» 1283 à 1284; mais de son propre et plein droit, *suo jure et ex gratia*
» *speciali et sine praejudicio juris sui.*

» Dans le deuxième document, les chanoines présentent le clerc *Arnulphum, dictum de Chalons, in artibus licentiatum*, pour l'année scolaire 1295
» à 1296.

» Il n'est plus dit mot de la liberté d'enseignement dans les priviléges
» de la ville du XIII[e] siècle, et nommément dans la grande charte des
» Gantois de 1296 [1]. »

[1] *Flandrische Staats- und Rechtsgeschichte von L.-A. Warnkönig.* Tübingen, 1835, t. I, § 48.

L'autorité dont jouit l'auteur de cette notice sur l'école de Ste-Pharaïlde, nous a dispensés de commenter nous-mêmes les documents intéressants dont nous lui devons la publication.

Nous ajouterons seulement à ces pièces, comme y faisant suite, la commission donnée par Louis de Male, le 27 mars 1359, pour le *regimen des écoles* de Gand, à Me Pierre de Rake, maître ès-arts, sur la présentation du chapitre [1].

Ypres. — Nous continuons à emprunter au savant professeur Warnkœnig, pour les écoles de la ville d'Ypres, les renseignements importants dont il a enrichi l'histoire de l'instruction publique dans notre pays.

« 1° Une bulle papale de l'an 1252, adressée aux avoué, échevins et » conseil de la ville d'Ypres, nous apprend que le Saint-Siége conféra » aux chanoines de St-Martin le droit que personne dans cette ville, ni » dans les limites des paroisses ecclésiastiques de cette ville, ne pourrait » tenir des écoles sans l'autorisation spéciale des prévôt et communauté » susdits [2]; et que l'archidiacre de Tournay, *in Flandria conservator privilegiorum suorum,* prononça plus d'une fois à ce sujet l'excommunication » ecclésiastique contre les échevins et les bourgeois de la ville d'Ypres. » Ces derniers déclarèrent l'archidiacre incompétent en cette matière, et » la cause fut portée pour examen et décision, devant le doyen et official de Cambray.

p. 438-440. Voyez les diplômes dans l'*Histoire de la ville de Gand*, par le même, p. 268-271. Voyez aussi la page 75.

[1] Loys, etc. A notre amé maistre Pierre de Rake, maître ès-art, etc. Nous informes de vie, discrétions, sens et diligence par la présentation de nos amés prévôts, doyen et chapitre de notre église de Ste-Pharahaut de Gand, faite à nous le régimen des écoles de maistres d'église, nous donnons pour ung an seulement, commenchant a le St-Jehan prochain venant et un an durant après et vous en invectons et baillons la permission par la tradicion de ces présentes à vos proffès et droitures deues et accoustumées. Donné à Male, sous notre seel, le xxvije jour de march, l'an LIX. *(Signé)* Jean Godefroi. (Archives générales du royaume, chambre des comptes, vol. n° 775, fol. 55. Extrait du registre des chartes coté 1, commençant en 1358, reposant en la chambre des comptes du roi à Lille.)

[2] . . . . . *A sede apostolica est indultum, ut nullus in eadem villa vel infra fines parochiarum ecclesiarum ipsius villae scolas regere possit absque dictorum praepositi et conventus licentia speciali.* . . . .

» Les autorités municipales étaient probablement en contestation sur » l'étendue du privilége des chanoines; car nous trouvons :

» 2° Un diplôme du 6 novembre 1253, dans lequel les parties en » litige, *intervenientibus probis viris super collatione et regimine scholarum et* » *rebus alis*, conviennent de ce qui suit :

» *a*. Il y aura à Ypres *tres magnae scholae;* le droit de collation en ap- » partient librement au chapitre, qui confiera chacune de ces écoles à un » maître particulier et capable.

» *b*. Les recteurs de ces écoles ne peuvent exiger d'un écolier (*scho-* » *laris*) au delà de 10 sous; ils ne pourront rien prétendre d'eux *nec pro* » *munitione, nec pro stramine, nec pro joncis* [1], *nec pro gallis* [2] *nec aliq. alia* » *de ea ultra dictam summam nec de pane puerorum aliquid accipere, nec tallias* » *in dictis scol. facere.*

» *c*. Tout bourgeois peut faire instruire ses enfants dans sa maison, » par qui il lui plaît; seulement il ne peut admettre à ces leçons des » enfants étrangers.

» *d*. Chacun peut ouvrir de petites écoles, dans lesquelles on n'ensei- » gnera que jusqu'à *Caton,* sans qu'il ait besoin pour cela d'une autori- » sation, soit du chapitre, soit du magistrat.

» *e*. Les recteurs desdites écoles ne pourront, pendant la durée de » leurs fonctions, plaider ni pour les chanoines contre le magistrat, ni » pour le magistrat contre les chanoines.

» 3° En 1289, les parties intéressées firent une nouvelle convention » d'après laquelle :

» *a*. Les trois grandes écoles furent réduites à deux, dans l'intérêt des » enfants, l'une près de St-Martin, l'autre près de St-Pierre.

[1] Nous traduirions *jonca* par parchemin ou papier, d'après un passage de Beda, rapporté par Heeren, *Gesch. d. class. Lit.*, t. I, p. 256, note 2 : *Sed cujusmodi librum? si talem qualis hodie in usu legendi habemus, utique ex pellibus arietum, hircorum vel vitulorum, sive ex biblis, vel* juncis orientalium paludum, *aut ex rasuris veterum pannorum, seu ex qualibet alia viliori materia compactos.*

[2] M. Warnkœnig a *gatlis*, qu'il traduit par gâteaux ou petits pains (*gatellis*). La copie de ce diplôme que nous devons à l'obligeance de M. Diegerick, archiviste à Ypres, porte *gallis*, et nous entendons par ce mot de l'*encre.*

» *b.* Qu'aucun bourgeois ne pourrait envoyer ses enfants mâles à d'au-
» tres écoles, pour apprendre *Donat*, ou quoi que ce soit au delà qui tou-
» che à l'étude de la grammaire et de la logique.

» *c.* Exception faite cependant pour l'instruction privée.

» *d.* Les parties contractantes ont seules le droit de modifier cette con-
» vention, de commun accord.

» Le diplôme est ratifié par leurs sceaux respectifs.

» Il résulte de ces documents :

» 1° Que le droit d'enseigner était entièrement libre à Ypres jusqu'à
» certain degré d'instruction supérieure;

» 2° Que l'écolâtrie n'était ni un droit exclusif de la ville, ni un droit
» exclusif de l'Église; mais qu'elle constituait un intérêt mixte;

» 3° Que le comte n'avait pas de droit spécial sur l'écolâtrie.

» Bien que ces dispositions paraissent entièrement différer de celles éta-
» blies à Gand, les unes et les autres s'expliquent de la même manière.

» A Gand, où l'école se trouvait dans la partie de la ville qui appar-
» tenait exclusivement au comte, celui-ci en avait la juridiction en qua-
» lité de seigneur foncier, et il en confia l'exercice au chapitre; il ne la
» céda pas même à la ville, c'est-à-dire aux échevins, lorsqu'il leur
» vendit cette partie de la ville.

» Il ne possédait pas ce même droit à Ypres, où le magistrat était
» seigneur foncier du terrain de l'école. Celui-ci céda cette juridiction
» aux chanoines de S[t]-Martin aux conditions que nous avons rapportées.

» Les écoles étaient donc, en Flandre, des *écoles chapitrales*, mais rele-
» vant des autorités laïques.

» Peut-être bien les écoles qui font l'objet de l'art. 15 dans la Charte
» des Gantois de 1192, n'étaient-elles que des écoles inférieures ou élé-
» mentaires, tandis que l'école de S[te]-Pharaïlde était une école supé-
» rieure, comme celles d'Ypres; en effet, on enseignait la logique à
» Ypres et l'école de S[te]-Pharaïlde avait un *magister artium* pour direc-
» teur [1]. »

[1] Warnkœnig, *Flandr. Staats- und Rechtsgesch.*, t. I, p. 440-443. Voyez les diplômes cités, t. II, p. 170-172, 179 et 180.

Louvain. — Nous n'avons pas trouvé des renseignements bien précis sur les anciennes écoles de la ville de Louvain [1].

Il paraît cependant qu'au XIIe siècle, cette ville possédait un établissement pour les études supérieures, probablement près de l'église de Saint-Pierre, puisqu'Arnikius, fils d'Arnould de Diest, qui se retira à l'abbaye d'Averboden, vers 1163, fut envoyé dans sa jeunesse à Louvain, avec Bartholomé Vander Aa, fils de Léon, châtelain de Bruxelles, *auprès du savant Héribert,* son parent, pour y faire ses études [2].

Nous ne possédons également que des documents de l'époque moderne sur les écoles inférieures destinées à l'instruction des enfants dans la langue maternelle. Ces documents sont les ordonnances de 1676 et 1734 [3], publiées, à la prière de l'écolâtre de la collégiale de St-Pierre, par le magistrat, qui n'y intervient que pour leur donner force et vigueur. Aux époques où ces pièces ont été publiées, l'écolâtre de St-Pierre avait donc la juridiction des petites écoles à Louvain. Elles mentionnent cependant une convention passée, le 21 février 1457, avec le chapitre de St-Jacques, convention dont nous ignorons les clauses; mais le fait seul de cette mention semble attribuer à ce chapitre quelques droits en matière d'enseignement.

Turnhout. — En 1398, la duchesse Marie érigea, à Turnhout, des écoles latines dont la réputation méritée s'est maintenue jusqu'à nos jours. Elles étaient anciennement beaucoup fréquentées par la jeunesse de la mairie de Bois-le-Duc et de la baronnie de Bréda.

[1] M. Cramer (*Gesch. d. Erz. in den Niederl.*, p. 315) suppose l'existence d'une école importante à Louvain, sur ce que, dans un diplôme de l'an 1200, il est cité un *Francon magister vere idoneus et literatus*, auquel le chapitre de St-Pierre, qui disposait de toutes les chapellenies de la ville, confère le vicariat de l'église de Ste-Gertrude. Nous nous bornons à faire mention de ce Francon, qui pourrait aussi bien avoir reçu son instruction et avoir enseigné ailleurs. Il y avait certainement dès lors des écoles, grandes ou petites à Louvain, puisque ce même diplôme a été souscrit par un Balduinus, cantor et *magister scholarum.* Voir Miræi *Opp. dipl.*, t. I, p. 725.

[2] *Notice historique sur l'ancienne abbaye d'Averboden*, p. 24-25. Gand, Ghyselynck, 1849. Il est dit dans la chronique latine de Nicolas Altaterra : Arnoldus de Diest. . . . . *Ambos suos filios sub disciplina Hereberti, cognati sui, sui temporis in spirituali* (?) *doctrina longe peritissimi, Lovanii dedit instruendos, in consortio beati Bartholi de Aa.*

[3] Nous devons ces documents à l'amabilité de M. Van Ophem, secrétaire communal à Louvain.

La duchesse disposa *de son droit de seigneur* [1] sur les écoles de Turnhout, en faveur du doyen et du chapitre de l'église de St-Pierre, tant dans la *franchise* même que dans la paroisse de *Vieux-Turnhout : Regimen quoque scholarum utriusque parochiae ad dispositionem decani et capituli pertinebit, qui annuatim providebunt de idoneo rectore qui scholas in Turnhout cum emolumentis libere habeat et regat* [2].

Courtray. — Le comte Baudouin de Flandre institua, en 1203, à Courtray un chapitre de chanoines dont l'écolâtre était à la nomination de l'évêque de Tournay [3].

Audenaerde. — Il est fait mention d'écoles à Audenaerde, en 1394 [4].

Il conste d'un document de l'an 1329, qu'il y avait à cette époque deux écoles à *Cassel*, celles de St-Pierre et de Notre-Dame, une à *Hazebrouck*, et une à *Mernigem* [5].

L'école de Cassel date de l'an 1085, année où Robert Ier y érigea le chapitre. Le diplôme de cette fondation porte qu'il y aura un chanoine *qui scholas regnet* [6].

Mons. — Il y avait aussi à Mons *une grande école*, que nous supposons avoir été l'école du chapitre et dont il est fait mention dans l'histoire de cette ville par De Boussu, à l'année 1462. Elle prit plus tard le nom *d'école au surplis* [7].

Nous ne pouvons parler du Hainaut, sans consacrer quelques lignes à l'influence que ses comtes exercèrent, sous le rapport pédagogique, sur un pays qui leur échut par héritage et dont les destinées ont été si longtemps unies aux nôtres.

[1] *Ecclesia prochialis S. Petri. . . . . quae infra Dominium Patrimonii nostri Dominae Mariae situatur.*

[2] Miraei *Opp. dipl.*, t. III, p. 437. Diplôme de 1398, par lequel la duchesse Marie institue, dans l'église de St-Pierre, un chapitre de douze chanoines.

[3] Miraei *Opp. dipl.*, t. I, p. 563; t. II, p. 837-838.

[4] Cramer, *Niederl.*, p. 255, d'après Delprat, p. 113.

[5] *Inventaire analytique des chartes du comte de Flandre*, par le baron Jules de St-Genois. Gand, 1843-1846, fol. 437, n° 1525. Voyez aussi le n° 981, qui est un diplôme concernant *Denis Nappin* d'Ypres, clerc de Guy, comte de Flandre, et écolâtre de l'église de St-Pierre. (A. 1298.)

[6] Miraei *Opp. dipl.*, t. II, p. 1137.

[7] *Histoire de Mons*, p. 153, in-4°, 1725.

Vers la fin du XIIIe siècle, la puissance des communes avait fait surgir en Hollande, à côté des écoles cathédrales, monacales et chapitrales, telles que celles d'Utrecht, de Nimègue, d'Egmond, de Middelbourg, d'Aduwert, etc., des écoles communales qui avaient plus particulièrement pour but l'instruction de la bourgeoisie, l'enseignement laïque.

Les écoles municipales de la Hollande relevaient immédiatement du comte, et il octroya le droit de les établir, soit sous forme de privilége, à certaines villes, soit comme faveur spéciale, à des particuliers.

En ceci, les écoles de la Hollande ne diffèrent guère du principe généralement établi en Belgique en matière de juridiction seigneuriale. Mais tandis que dans nos provinces, à l'exception peut-être des écoles élémentaires dans quelques villes, le droit de l'écolâtrie était partout dévolu en fait à l'écolâtre du chapitre, l'enseignement dans les écoles communales de la Hollande était entièrement soustrait à l'inspection légale du clergé, et leur caractère était essentiellement laïque.

Le premier privilége de cette nature fut accordé, en 1290, à la ville de Dordrecht, par le comte Floris V.

Guillaume III octroya de semblables priviléges à St-Gravezande, en 1322, à Leyden, en 1324, à Rotterdam, en 1328, à Vlaardingen et à d'autres villes.

Guillaume IV en concéda à Delft et à Amsterdam, en 1342.

Mais le prince qui donna le plus d'extension aux écoles communales fut Albert de Bavière : il accorda des priviléges à Leyden, en 1357, à Haarlem, en 1389, à Alkmaar, en 1390, à Hoorn, en 1358 et 1390, à La Haye, en 1393, à Schiedam et à Oudewater, en 1394, à Rotterdam, en 1402, et probablement à d'autres villes encore.

Ces écoles sont désignées généralement sous le titre de *school en schryfambacht schoole en kosterie*, et les *scoelmysters* étaient compris parmi les *ambachts lieden* de l'époque.

Il n'en était pas autrement en Belgique; les maîtres d'école étaient compris parmi les artisans (*ambachts lieden*), et comme ceux-ci, ils formaient des corporations et des confréries. Nous croyons ne pas nous tromper en appliquant ces qualifications seulement aux écoles élémentaires et à leurs maîtres.

Les écoles communales de la Hollande se divisaient aussi en grandes et en petites écoles *(groote en byschoolen)*; les premières étaient affectées à l'enseignement de la *langue latine*. Une des plus importantes, au XIVe siècle, était l'école de Zwolle, sous la direction du célèbre Jean Cele.

Thomas à Kempis et Ten Bussche rapportent que son école était fréquentée par 800 à 1000 élèves, parmi lesquels on en comptait de Cologne, de la Frise, du pays de Liége, d'Utrecht, du Brabant, de la Flandre, de la Westphalie, de la Hollande, de la Saxe, du pays de Clèves, de la Gueldre, etc. [1].

[1] *Geschiedenis van opvoeding en onderwijs in de Nederlanden,* door Buddingh. 'S Gravenhage, 1847, p. 40, sqq. *et passim.* Cet ouvrage, ainsi que les autres traités de M. Buddingh, sur l'éducation et l'instruction, est de la plus grande importance pour l'*Histoire intellectuelle et morale des Pays-Bas.* Voyez quelques-uns des diplômes des comtes de Hainaut, *l. c.*, p. 48-49, 50-65 et suivantes.

IV.

LES BELGES PROFESSANT ET ÉTUDIANT AUX UNIVERSITÉS ÉTRANGÈRES.

UNIVERSITÉ DE LOUVAIN.

(XII[e] SIÈCLE — 1426.)

Vers la fin du XIII[e] siècle, la Belgique renfermait donc dans son sein quatre sortes d'établissements d'instruction publique :

1° Les écoles cathédrales de Liége et de Tournay, et si l'on veut, celles de Cambray et de Térouanne;

2° Les écoles monastiques des Bénédictins, des Prémontrés et d'autres ordres;

3° Les écoles latines des chapitres;

4° Les écoles chapitrales et communales pour l'enseignement élémentaire.

Les trois premières catégories d'écoles conduisaient à la prêtrise ou préparaient la jeunesse aux études supérieures près des universités étrangères; la dernière satisfaisait aux besoins de la vie commune, du commerce et de l'industrie.

Les universités généralement fréquentées alors étaient :

1° Celle de Paris, la plus ancienne de toutes. Elle était composée d'abord de deux facultés, celle des arts libéraux et celle de la théologie et des *juristes* ou du droit, mais, dès le XIII[e] siècle, d'après une bulle papale de l'an 1221, elle comprit quatre facultés : la théologie, le droit canon, la médecine et les arts libéraux.

Les étudiants y étaient divisés par faculté en quatre nations, savoir : la française, la picarde, la normande et l'anglaise.

Chaque faculté avait un doyen, chaque nation un préposé ou *procu-*

rator; l'université elle-même était dirigée par un recteur, qui se concertait avec les doyens et les préposés à l'administration générale.

Chaque faculté et chaque nation avait en outre sa constitution et son administration particulière, ses statuts, ses assemblées, ses fêtes, son église et sa salle d'audience.

Les diverses nations étaient encore subdivisées en provinces, qui chacune avaient leur doyen particulier. Les *Brabançons* et les *Flamands* appartenaient à la *nation anglaise.*

Si à l'université de Paris les études étaient brillantes, il paraît que la discipline n'y était pas en général très-sévère. S'il faut en croire les auteurs contemporains, il y régnait, même au XIIIe siècle et encore au XVe, la plus grande corruption [1].

Cette université se recommandait principalement pour l'étude de la philosophie et de la théologie.

2° L'université de Salerne, qui était célèbre pour l'étude de la médecine.

3° L'université de Bologne qui était le siége principal de la jurisprudence. On y comptait 17 nations de *citramontani*, et 18 nations d'*ultramontani.* Les Flamands s'y sont fait la réputation d'être *les plus remuants parmi* les habitans des Pays-Bas [2].

4° Enfin l'université de Cologne qui, fondée en 1385, était renommée pour l'étude de la théologie.

[1] Les querelles et les injures parmi les étudiants y étaient à l'ordre du jour. Il est curieux de voir les épithètes dont les diverses nations se gratifiaient entre elles. Le cardinal Jacques de Vitry nous en a conservé un échantillon, et nous le donnons en entier, parce que c'est détruire tout le tableau que d'en détacher une seule de ses teintes :

Les Anglais étaient ivrognes et poltrons; les Français fiers, mous et efféminés; les Allemands (Teutonicos) furibonds et obscènes dans leurs propos de festins; les Normands, vains et orgueilleux, les Poitevins étaient traîtres et avares; les Bourguignons, brutaux et sots; les Bretons, légers et inconstants, et on leur objectait souvent la mort d'Arthur; les Lombards, avares, méchants et lâches; les Romains, séditieux, violents et se rongeant les ongles (*manus rodentes?*); les Siciliens, tyranniques et cruels; *les Brabançons, sanguineux, incendiaires et voleurs; les Flamands, prodigues, aimant le superflu, adonnés à la table, mous comme du beurre et faibles.* Launoi, *De schol. cel*, p. 214-215. On doit bien remarquer que ce n'est pas le cardinal de Vitry qui caractérise de la sorte les écoliers des diverses nations, comme des écrivains l'ont rapporté, mais que ces injures émanaient *des étudiants mêmes*, qui s'en gratifiaient réciproquement.

[2] Cramer, *Niederl.*, p. 202.

C'étaient là les universités les plus fréquentées, celles où les Belges se portèrent en assez grand nombre pour y former corps.

Plusieurs de nos compatriotes ont professé à Paris et se sont rendus célèbres dans l'histoire de l'enseignement. Nous avons déjà cité Hucbolde de Liége, qui enseigna près de Ste-Geneviève, vers la fin du Xe siècle [1]; Alain de Lille (1109-1202) y enseigna la philosophie et la théologie avec tant de succès qu'il fut surnommé *doctor universalis*, et qu'on inscrivit sur son tombeau : *Totum scibile scivit* [2];

La science de Henri de Gand (Goethals, *Bonicollius*, *Mudanus*, Van der Muyde) lui valut, du suffrage unanime de l'académie, le titre de *Doctor solemnis*. Il enseigna, vers 1280, la philosophie et la théologie dans le collége de la Sorbonne. Mézeray l'appelle *le plus savant de la faculté de théologie*. Henri prit part à la fameuse dispute entre l'université et les ordres mendiants [3].

Gilbert ou Guibert de Tournay, moine franciscain, enseigna la théologie à Paris, vers 1270 [4].

Simon de Tournay ou Simon Thurveus, chanoine de Tournay, vers 1201, ne fut pas moins célèbre.

« Tous les auteurs s'accordent sur le mérite de ce théologien, lequel,
» après avoir joui pendant dix ans de la plus grande réputation dans les
» écoles de philosophie de l'université de Paris, passa dans la faculté de
» théologie, où il obtint de tels succès, qu'en peu de temps il fut jugé
» digne d'y remplir une chaire d'enseignement (vers 1221). Il s'y fit re-
» marquer par la subtilité, la clarté et la justesse avec laquelle il expo-
» sait sa doctrine, et donnait les solutions les plus inattendues des diffi-
» cultés qui lui étaient proposées. Sa réputation devint si grande que les

[1] *In brevi multarum scholarum instructor fuit. . . . . Compulsus est redire (Leodium), pluribus ibi (Parisiis) relictis studiorum ac moralitatis insignibus.* Launoi, *De scholis celebr.*, p. 189, d'après Anselme.

[2] Cramer, *Niederl.*, p. 204.

[3] *Henri de Gand*, par Huet. On suppose qu'Henri avait été initié aux études dans un monastère de Gand. Il suivit à Cologne les leçons d'Albert-le-Grand. Piccion avance qu'Henri fut le premier à Gand qui enseigna dans des leçons ou lectures publiques la philosophie et la théologie (?).

[4] Cramer, *Niederl.*, p. 224.

» écoles ne pouvaient contenir le grand nombre de personnes et surtout » de docteurs qui se mêlaient aux étudiants pour entendre ses leçons [1]. »

Le dominicain Guillaume de Tournay s'illustra aussi près de l'université de Paris, vers l'an 1260 [2].

Les Belges, comme la plupart des autres nations, avaient établi à Paris des maisons ou colléges pour servir à l'entretien de leurs nationaux. Nous savons qu'un Anversois, nommé Hugues de Smit, tenait à Paris une *pension* pour les étudiants d'Anvers [3].

Le nombre de jeunes Belges qui se rendirent à Paris et dans les centres scientifiques de l'Europe, avant l'érection de l'université de Louvain, paraît avoir été considérable; on conçoit toutefois, qu'il fallait une certaine position de fortune pour ces émigrations que favorisaient, du reste, la prospérité de notre commerce et l'opulence générale de notre bourgeoisie.

Le moment arriva enfin où la Belgique s'affranchit de cette servitude envers les universités étrangères; à son tour elle voulut aussi entrer dans la grande société pédagogique et brilla bientôt des reflets d'un foyer scientifique auquel l'Europe entière paya son tribut.

L'œuvre fut commencée par le duc de Brabant Jean IV, qui choisit la ville de Louvain pour le siége de cette université nationale, après que Bruxelles eut décliné la préférence qui lui avait été offerte.

« Mais le consentement du prince ne suffisait pas. Les souverains pon- » tifes, qui s'étaient arrogé le droit de distribuer et de retirer les cou- » ronnes, exerçaient sur le haut enseignement une surveillance suprême, » soit que la plupart des États ou princes qui, dans le principe avaient

[1] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 391-392.

[2] Foppens, *Bibl. Belg.* Il écrivit: *in Libros IV sententiarum; in Universa Biblia; in Matthaeum; in Epistolas D. Pauli; Tractatum de modo docendi pueros; Sermones de tempore et sanctis.*

[3] *Gesch. v. Antw.*, t. III, p. 504. Hugues de Smit fut accueilli avec distinction par le magistrat d'Anvers, lorsqu'en 1404, il rendit une visite à sa ville natale. On lit dans les comptes de la ville de cette année : *Item XX daghe in Meye dat meester Huyghe de Smit van Pariis comen was, daer goeder lieder kinderen van hier mede woenen ende ter scolen legghen, ende selve occ van eenter stad gheboren es, die men presenteerde ij ghelten wits wiins uten* galeyen, *ende ij ghelten roets wiins uter* Eyke, *beide van vj gr. de ghelt, quam tsamen ij sch. gr. vl.*

» désiré fonder des universités, jouissant d'une puissance bornée, eussent » cherché un appui dans la protection du Saint-Siége, et par ce recours » reconnu implicitement un droit; soit que l'enseignement profane parût » indissolublement lié à l'instruction religieuse, soit enfin, que les pro- » fesseurs fussent en possession des priviléges de clergie, obtinssent des » bénéfices et exerçassent quelquefois une juridiction ecclésiastique. Ce » n'était pas, dans tous les cas, sans une politique très-adroite que les » papes s'étaient emparés de ce nouveau moyen d'influence, et placés à » la tête d'un mouvement qu'ils prévoyaient peut-être leur devoir être » tôt ou tard funeste. On considérait donc en Europe, comme un prin- » cipe de droit public, la nécessité de demander à Rome la confirmation » des nouvelles universités, principe en vertu duquel Urbain V érigea » l'université de Vienne, en 1365; Urbain VI, celle de Cologne, en » 1388; Alexandre V, celle de Leipzig, en 1409.

» La négociation fut dirigée par le prévôt, le doyen, l'écolâtre et le » chapitre de St-Pierre, conjointement avec les magistrats de Louvain.

» En conséquence, la ville de Louvain se fit donner, le 31 août 1425, » des lettres de recommandation du duc de Brabant au souverain pon- » tife, à l'effet d'obtenir ce qu'elle désirait si impatiemment, et le duc, » de son côté, par différentes ambassades, sollicita la même faveur.

» Ceux de Louvain avaient envoyé à Rome l'écolâtre de St-Pierre, » Guillaume Nepotis ou de Neefs.... Celui-ci arriva de Rome à Louvain, » le 25 avril 1426, portant avec lui les bulles de Martin V, données » le V des ides de décembre, ou le 9 du même mois, la 9e année de son » pontificat.

» Ces bulles sont au nombre de quatre. Dans la première, le pontife » déclare que, mu, etc. . . . . de son autorité apostolique, il établit à » perpétuité dans Louvain une *étude générale dans toutes les facultés, excepté* » *celle de théologie;* accordant aux docteurs, maîtres ès-arts et écoliers, » ensemble et en particulier, les libertés, immunités et indulgences que » ceux des universités de Cologne, de Vienne, de Leipzig, de Padoue et » de Mersebourg tenaient du siége apostolique ou d'ailleurs; voulant que » la connaissance et la décision de toutes les affaires dans lesquelles in-

» terviendraient les officiers, membres ou suppôts de l'université, n'ap-
» partinssent qu'au recteur, et en aucun cas au duc, à ses successeurs,
» aux prévôts, doyen, écolâtre, chapitre de St-Pierre, bourgmestre,
» échevins, communauté de Louvain, ni à aucun de leurs mandataires;
» lesquels duc, prévôt et autres ci-dessus désignés, devaient, comme ils
» s'y étaient obligés dans leurs requêtes, endéans l'espace d'une année,
» à partir de la date des bulles, et sous peine de nullité des susdites,
» transférer au recteur et à l'université toute leur juridiction quelconque.

» Les autres bulles réglaient que les membres de l'université, titulaires
» de bénéfices, en toucheraient les revenus, sans être assujettis à résider,
» et que ceux d'entre eux, pourvus de bénéfices à charge d'âmes ou né-
» cessitant la prêtrise, ne seraient point astreints à prendre les ordres
» avant sept ans de paisible jouissance, sauf à recevoir le sous-diaconat
» la première année.

» Ces bulles, quoique sollicitées par le duc de Brabant, devaient,
» pour sortir leur plein et entier effet, être munies du *placet* de ce
» prince.... Elles le furent le 18 août 1426.

» L'installation de l'université eut lieu, le 7 septembre 1426 [1]. »

En 1431, Philippe-le-Bon, duc de Bourgogne et de Brabant, obtint du pape Eugène IV l'autorisation d'y adjoindre une *faculté de théologie* [2].

[1] Baron de Reiffenberg, *Nouveaux mémoires de l'Académie*, t. V, p. 15-19, *passim*.
[2] Vernulaeus, *Acad. Lov.*, l. 2, c. 1. — Valère André, *Fasti*, p. 75.

V.

APPENDICE.

COUP D'OEIL SUR LES ÉCOLES DES HIÉRONYMITES OU FRÈRES DE LA VIE COMMUNE.

(1396—XVI[e] SIÈCLE.)

—

Nous ne terminerons pas ce travail sans parler des institutions pédagogiques de l'ordre des Hiéronymites ou frères de la vie commune, dont Gérard Groote, de Deventer, fut le fondateur.

Les écoles des Hiéronymites, il est vrai, ne se répandirent en Belgique qu'à une époque postérieure à celle dont nous nous sommes occupés dans ce mémoire, et c'est en Hollande qu'ils eurent leurs principaux établissements; toutefois, comme ces établissements forment la transition entre les études du moyen âge et celles de la renaissance, que leur caractère participe de l'une et de l'autre époque, et que leur influence sur la restauration des études classiques a été des plus importantes, nous avons cru qu'un aperçu sur leurs effets salutaires dans notre pays ne serait pas tout à fait ici hors de propos.

Laissant de côté la tendance philanthropique et ascétique de l'institution de Gérard Groote, pour laquelle nous renvoyons à l'intéressant mémoire de M. Delprat, auquel, du reste, nous avons fait maint emprunt, nous ne l'envisagerons que sous le rapport pédagogique.

L'origine authentique de la communauté des Hiéronymites peut être reportée à l'année 1396, et son développement fut si considérable que, vers la fin du XV[e] siècle, leurs établissements s'étendirent comme un réseau sur tous les Pays-Bas et l'Allemagne du nord, de Cambray à Culm, dans la Prusse occidentale, de l'Escaut à la Vistule.

L'enseignement dans leurs écoles présente deux périodes et deux caractères bien distincts, opposés même, et l'on en trouve la cause dans les changements qu'éprouva l'esprit primitif de l'institution. La première de ces périodes est *mystique*, la seconde *scientifique*.

Gérard avait étudié à Paris la scolastique, la théologie et particulièrement la magie, étude qui eut pour lui le plus grand attrait. Il enseigna plus tard à Cologne, avec beaucoup de succès, et il poursuivit ses études avec une grande ardeur. Mais un jour arriva où Gérard faisant un retour sur lui-même, rompit avec la vie mondaine et avec l'ambition de la science, et brûla ses livres de magie dans les rues de Dordrecht. Ce jour de dégoût pour ce qu'il avait aimé, décida de la fondation de la communauté des Hiéronymites et engendra le caractère ascétique de leurs études.

L'institution entière est une réaction contre la philosophie scolastique : « Que la base de tes études, dit Gérard, et le miroir de ta vie soient » d'abord les Évangiles, car ils renferment la vie du Christ; puis les » vies des saints et les sentences des saints Pères; les lettres de saint » Paul et les actes des apôtres, ensuite les écrits édifiants de saint Ber- » nard, d'Anselme et de saint Augustin.

» Ne perds pas du temps, dit-il ailleurs, à la géométrie, la rhétorique, » la dialectique, la grammaire, la poésie et l'astrologie... Tout ce qui ne » nous rend pas meilleurs ou ne nous détourne pas du mal, est nuisible. »

Ce n'est pas en adhérant constamment à de pareils principes que les frères auraient contribué si puissamment au progrès des études positives, à la propagation des études classiques dans les Pays-Bas.

Une institution qui n'avait pas de centre d'action et dont les membres n'étaient pas liés par des vœux solennels, ne pouvait persister longtemps dans l'esprit que le fondateur lui avait imprimé. Ce fut le sort de la communauté des Hiéronymites, après la mort de Gérard et de ses premiers disciples.

Alors s'ouvrit la seconde période de l'institution. La dispersion des frères fut telle qu'on ne reconnaît pas toujours avec certitude quelles ont été leurs écoles : ici ils enseignaient eux-mêmes, là ils s'attachaient aux écoles existantes.

De même que les Hiéronymites, personnifiés dans Gérard, avaient pris les études scolastiques en aversion, pour suivre le sentier de l'ascétisme, les Italiens avaient, dès le XIVe siècle, renoncé à ces mêmes études et à leur latinité corrompue, pour embrasser les beautés poétiques et oratoires des classiques païens.

Or, le goût des auteurs anciens, qui faisait renaître en Italie la belle latinité, se transmit dans le nord par des habitants des Pays-Bas et par des Allemands, qui avaient visité la patrie de Virgile et de Cicéron et qui avaient généralement étudié dans les écoles des Hiéronymites.

C'est à la période scientifique que se rattache l'activité pédagogique des Frères de la vie commune dans notre pays; mais les écoles qu'ils y établirent ne furent pas nombreuses. Nous les passerons succinctement en revue :

Bois-le-Duc. — A la demande du magistrat de Bois-le-Duc, les Hiéronymites y ouvrirent une école en 1425. On y enseignait le *latin* et le *grec*. Les élèves étaient divisés en trois classes, selon leur fortune : les riches, la classe moyenne et les pauvres. L'instruction fut donnée gratuitement à ces derniers, en vertu d'une autorisation de l'évêque de Liége, du 28 juin 1501.

Un diplôme du légat apostolique Honorius, en date du 10 janvier 1469, accorda aux frères plusieurs priviléges ecclésiastiques et les autorisa à continuer à vivre en communauté de biens.

Le nombre des élèves qui fréquentaient cette école, s'élevait quelquefois à 1,200.

Les principaux professeurs qui y ont enseigné, sont :

Rumboldus (vers 1484), qui fut le maître d'Érasme;

Gerardus Canisius (Cannyf), auteur d'une grammaire latine, destinée, par son auteur, à remplacer le doctrinal d'Alexandre de Ville-Dieu, qui y enseignait encore en 1512 [1];

Jean Despautère (Van Pauteren), un des plus judicieux linguistes de l'époque, élève et successeur de Canisius; il enseigna dans la suite à Lille, à Berg-St-Winocx et à Comines (m. vers 1520);

[1] On doute cependant s'il appartenait à la congrégation.

Georgius Macropedius (Van Langeveldt, né à Gemert, en 1475, mort en 1558). Il enseigna aussi à Liége, et, en 1559, à Utrecht;

Christophorus Vladeraccus (Vladerack), qui avait enseigné à Amersfoort avec le plus grand mérite;

Petrus Vladeraccus, qui enseigna non-seulement le *latin* et le *grec*, mais aussi l'*hébreu;*

Lambertus Berchem, qui fut le dernier professeur de la communauté à Bois-le-Duc.

Liége. — Il y avait eu de bonne heure à Liége une école des Hiéronymites, mais la conduite déréglée du frère chargé de la direction de cette maison la fit supprimer par l'évêque en 1428. La communauté de Bois-le-Duc y ouvrit une nouvelle école en 1496, et l'évêque Jean de Hornes donna aux frères une maison agréablement située sur la Meuse.

A l'exception de Macropedius, on ne connaît pas les noms des autres professeurs qui y enseignèrent.

L'école de Liége et ses revenus passèrent, en 1581, aux Jésuites.

Gand. — L'école de Gand date de 1429.

On distingue parmi les professeurs :

Égide et *Gilles de Wilde* (XV[e] siècle),

Et *Christianus Massaeus* (Masseeuw), né à Warneton, auteur d'une grammaire latine *(Grammaticae praeceptiones et Ars versificatoria).* Il quitta cette école en 1509 et mourut en 1546. On compte parmi ses élèves Josse Badius d'Assche, le célèbre imprimeur et l'ami intime d'Érasme.

A l'école de Gand fut substitué, en 1570, le séminaire archiépiscopal.

Louvain. — Les Hiéronymites s'établirent à Louvain et y ouvrirent une école en 1433, sur l'invitation qui leur en fut faite par H. Wellens, chapelain de S[t]-Pierre. Mais elle n'eut pas longue durée; la communauté se transforma, en 1477, en un couvent de moines Augustins.

Grammont. — Il est fait mention d'une communauté d'Hiéronymites, établis en cette ville, dans le diplôme du légat apostolique Honorius, du 10 janvier 1469, en faveur des frères de Bois-le-Duc.

On ne possède pas de particularités sur cette maison; nous savons seulement qu'on y enseignait le latin, qu'il y accourait grand nombre d'élèves, et l'on vante les professeurs qui y enseignèrent. Les troubles du XVIe siècle causèrent sa décadence, et le nombre des frères étant considérablement diminué, les revenus de l'institution furent réunis au collége épiscopal de Gand.

Malines. — En 1490, Jean Standonck, de Malines, appela en cette ville quelques frères pour y ouvrir une école en faveur de pauvres écoliers. Le nombre des élèves ne paraît pas y avoir été très-considérable, et la fondation fut réunie, en 1581, au séminaire archiépiscopal.

Bruxelles. — Vers 1460, le magistrat de Bruxelles fit venir en cette ville quelques frères de l'Overyssel, et Philippe Van den Heetvelde fut leur principal bienfaiteur.

Le légat Honorius leur accorda, en 1469, les mêmes priviléges qui avaient été concédés aux communautés de Bois-le-Duc, d'Amersfoort, de Gand, etc. Ils s'occupèrent principalement, comme partout ailleurs du reste, de l'instruction de la jeunesse et de la copie des livres. Ils s'empressèrent d'utiliser l'invention de l'imprimerie, et c'est de leur presse que sortit le premier livre imprimé à Bruxelles (1476). Les frères rencontrèrent cependant des difficultés de la part de l'écolâtre, qui leur défendit d'enseigner sans sa permission (1495).

Ils furent autorisés, en 1515, à donner des leçons de *grammaire*, de *logique* et de *musique*, mais à 60 enfants de la ville seulement et à tous les étrangers : les pauvres devaient être instruits gratuitement. C'est à cette école qu'*Aubert le Mire* reçut l'instruction. La communauté fut supprimée en 1569, au profit d'un séminaire épiscopal qui fut projeté à Bruxelles, mais qui paraît ne jamais avoir été établi.

Cambray. — La dernière communauté qui s'établit dans les Pays-Bas, fut celle de Cambray, ouverte, en 1505, par l'intermédiaire de Jean Standonck, de Malines.

La maison de Gand y envoya cinq frères, parmi lesquels se trouvait *Chrétien Masseeuw*.

L'évêque de Cambray leur donna des revenus suffisants. Mais déjà

en 1554, leur école et leurs biens étaient occupés par un couvent de religieuses de l'ordre de St-Augustin.

Anvers. — Il ne paraît pas que les Hiéronymites se soient jamais fixés dans cette ville. En 1310, un homme pieux, du nom de Geeraerds ou *Gerardus*, y ayant ouvert un pénitentiaire, la ressemblance du nom a fait supposer que ce Gérard était un Hiéronymite, un *collationarius* ou frère de la vie commune. De toute manière, nous semble-t-il, cette conjecture est fausse, puisque la fondation de Geeraerds est non-seulement antérieure aux Hiéronymites de Deventer, mais encore à l'ordre des religieux connus sous ce même nom ou sous celui d'Érémites de saint Jérôme, qui fut créé par Pecha, vers 1370 [1].

[1] Voir *Gesch. v. Antw.*, t. II, p. 201.

PARTIE DIDACTIQUE.

LIVRES, MATIÈRES, MÉTHODE.

Nous avons décrit « l'état des écoles et autres établissements d'instruc-
» tion publique en Belgique, jusqu'à la fondation de l'Université de Lou-
» vain ; » nous avons signalé, chemin faisant, « les professeurs qui s'y
» distinguèrent le plus aux différentes époques. » Il nous reste à « exa-
» miner quels étaient les matières qu'on y enseignait, les méthodes qu'on
» y suivait, les livres élémentaires qu'on y employait. »

Les anciens avaient divisé les sciences en deux parties, auxquelles ils donnèrent les noms de *trivium* et de *quadrivium*, et cette classification prévalut pendant tout le cours du moyen âge.

Le *trivium* comprenait :

La grammaire, la rhétorique (et la poésie) et la dialectique.

Le *quadrivium* embrassait :

Les sciences mathématiques, l'arithmétique, la géométrie, l'astronomie et la musique.

Les deux classes formaient les arts libéraux. Elles servaient d'introduction à la théologie, à laquelle elles étaient subordonnées.

La théologie était le but du *trivium* et du *quadrivium;* elle en était le terme et le couronnement.

Quelques auteurs, et nommément Alcuin, divisèrent les études, à la manière des stoïciens, en éthique, correspondant au *trivium,* et en phy-

sique, répondant au *quadrivium*, convergeant également l'une et l'autre vers la théologie.

« Toutes les études, dit saint Foix, se rapportaient à la religion qui » les sanctifiait : le but de la grammaire était de mieux lire l'Écriture » sainte et de la transcrire plus correctement : celui de la rhétorique et » de la dialectique, d'entendre les Pères et de réfuter les hérésies : celui » de la musique, de pouvoir chanter dans les églises, car alors on était » musicien quand on savait le plain-chant. On y enseignait encore l'arith- » métique, la géométrie et l'astronomie, et toutes ces sciences compo- » saient les arts libéraux [1].

La division des études en *trivium* et *quadrivium* était encore en usage au XV[e] siècle, comme il conste, entre autres, d'un diplôme accordé en

[1] *Essais sur Paris*, t. III, p. 339. *OEuvres complètes*, Paris, 1791, ou plutôt 1778. Passage rapporté par le baron de Reiffenberg, 3[e] *Mém.*, p. 4. On énuméra ces sciences dans ce distique barbare :

GRAM. *loquitur :* DIA. *vera docet :* RHET. *verba colorat.*
MUS. *canit :* AR. *numerat :* GEO. *ponderat* : AST. *colit astra.*

On résuma les objets qu'elles se proposent dans les vers suivants :

GRAMMATICA. *Quidquid agunt artes, ego semper praedico partes.*
DIALECTICA. *Me sine doctores frustra coluere sorores.*
RHETORICA. *Est mihi docendi ratio cum flore loquendi.*
MUSICA. *Invenere locum per me modulamina vocum.*
GEOMETRIA. *Rerum mensuras et rerum signo figuras.*
ARITHMETICA. *Explico per numerum quid sit proportio rerum.*
ASTRONOMIA. *Astra viasque poli vindico mihi soli.*

Cantu, *Hist. univ.*, t. VII, p. 466. — Le docteur universel, Alain de Lille, dans son poëme intitulé *Anti-Claudianus*, traduit ou plutôt refait en français, et dont un chanoine de Lille, nommé Adam de la Bassée, qui mourut vers 1294, donna un abrégé en latin, ne pouvait manquer d'adopter la division des sept arts. La version citée ci-dessus les figure par sept pucelles qui se complaisent à doter l'homme comme les fées douent leurs favoris dans les contes dont on amuse notre enfance. — GRAMMAIRE lui apprend *Donat*; — LOGIQUE, *Boèce;* — RHÉTORIQUE, *Tulle* (Cicéron); — ARITHMÉTIQUE, *Pythagore ;* — MUSIQUE, tout *Milésion* *; — GÉOMÉTRIE, *Euclide ;* — et ASTRONOMIE, *Albumasar.* Le baron de Reiffenberg, 3[e] *Mém.*, p. 5-6. — Consulter aussi *Ducangii Gloss.* — Cramer, *Gesch. d. Erz. in den Niederl.*, p. 5, sqq. — Raumer, *Die Einwirkung des Christenthums auf die Althochd. Sprache*, 199-200.

* Peut-être Timothée le Milésien, à qui Boèce attribue l'invention de la chromatique.

1428, par le duc Philippe de Brabant à l'Université de Louvain, et rédigé par le chancelier Jean Bont. Ce document nous apprend aussi de quelle manière on envisageait alors les arts libéraux : « on y proclame » que la science du *trivium* et du *quadrivium* contient en soi la vérité; » cependant on ajoute que ce n'est pas la science proprement dite, mais » qu'elle est fort utile pour l'intelligence de la sainte Écriture, point » de vue que nous avons signalé tout à l'heure [1] ».

Cependant nous devons distinguer dans cette époque *deux degrés d'instruction* bien différents l'un de l'autre : *l'instruction des savants, celle du petit nombre, et celle de la masse des clercs.*

Celui qui possédait la somme des connaissances que nous venons d'énumérer, était réputé *savant dans les sciences divines et humaines, dans l'une et l'autre science, dans les lettres ecclésiastiques et profanes ou mondaines.* Mais le nombre de ces hommes d'élite était assez rare.

Il n'est pas même prouvé que les sept arts libéraux s'enseignaient réellement dans toutes les écoles [2].

On peut certainement affirmer que l'enseignement de la philosophie ne fut pas poussé bien loin en Belgique, et si nous en exceptons l'Académie éphémère de Tournay, nos écoles ne retentirent guère du bruit de la *scolastique.* La France, Paris surtout, était le principal théâtre de cette science (Odon de Tournay lui-même était Français), et, l'époque où elle eut le plus de retentissement est aussi celle où l'élite de nos compatriotes studieux émigrèrent pour aller grossir la foule des auditeurs d'Abélard et de ses successeurs.

L'instruction du commun des clercs était beaucoup plus limitée; elle était purement pratique, et les connaissances exigées d'eux se rapportaient plutôt à la liturgie qu'à la science proprement dite. Il est vrai qu'à côté de la carrière cléricale, de la prêtrise, il y avait encore la carrière

[1] *Quanquam scientia trivii et quadrivii in se habet veritatem, non tamen est scientia proprie dicta, sed bene valet ad sacram Scripturam intelligendam.* Cité par le baron de Reiffenberg, 2e *Mém.*, pièces justificatives, p. 32; 3e *Mém.*, p. 7.

[2] Raumer, *Die Einwirkung, etc.*, p. 199-200, dit qu'elles l'étaient positivement à Fulde et à St-Gall.

administrative; celle-ci réclamait la connaissance des lois civiles, qui ne furent pas l'objet d'un enseignement public avant l'érection des universités. Il en fut de même du droit canon et de la médecine.

Les connaissances à donner au prêtre en général, avaient déjà été isolément recommandées dans les nombreux capitulaires de Charlemagne sur l'instruction. Elles furent réunies en un *programme officiel* au concile d'Aix-la-Chapelle, en 802. Ce programme comprend les matières suivantes :

1. Le symbole de saint Athanase et tout ce qui concerne la foi catholique;
2. Le symbole des apôtres;
3. L'oraison dominicale avec les explications;
4. Le psautier en entier;
5. Le rituel du baptême;
6. La bénédiction de l'âme;
7. L'exorcisme;
8. Le pénitentiel;
9. Le sacrementaire;
10. Le comput;
11. Le plain-chant romain;
12. L'Évangile ou les lectures du livre *Comes*, avec les explications;
13. Les homélies des saints Pères, pour la prédication;
14. Les Saintes-Écritures, avec les explications;
15. Le livre pastoral et le livre des devoirs;
16. La lettre pastorale de Gélase;
17. La rédaction de documents et de lettres [1].

Les décisions de ce concile forment la base de l'instruction cléricale pour les premiers temps du moyen âge. Tous les capitulaires et les synodes postérieurs se bornent à recommander de nouveau des dispositions partielles de ce concile [2].

[1] Pertz, *Cap. Aquisgr.*, 802, t. III, p. 105, sqq. — Voyez aussi l'ouvrage remarquable de Rudolf von Raumer, *Die Einwirkung des Christenthums, etc.*, p. 209, qui contient des renseignements précieux sur l'état intellectuel de cette époque.

[2] Théodulf, évêque d'Orléans (786-794) estimait qu'il suffisait à un ecclésiastique « de savoir

En retranchant de ce programme les connaissances purement rituelles et de mémoire, nous réduirons la somme des études ecclésiastiques à :

1° La *grammaire;*

2° La *rhétorique;*

3° Le *comput*, art de fixer le jour des Pâques et les autres fêtes mobiles, auquel se restreint toute l'arithmétique usuelle de l'époque [1];

4° La *musique*, savoir : la note et le plain-chant romain;

5° L'*art d'écrire;*

6° La *théologie*, qui comprenait : l'Écriture sainte et les saints Pères, dont l'étude et l'explication donnaient lieu à une certaine dialectique et à des notions sur la *logique*. Elles amenaient encore des dissertations sur

» réciter le symbole et l'oraison dominicale, administrer le baptême, chanter les hymnes et les » psaumes et d'observer les heures canoniques. » Cantu, *Hist. univ.*, t. VIII, p. 441. — Hincmar, archevêque de Reims, exige seulement des prêtres qu'ils sachent dire le *pater* et les trois symboles des apôtres, de Nicée et de saint Athanase, en détachant les paroles et en comprenant le sens; les formules du baptême et de l'exorcisme; les liturgies pour la bénédiction de l'eau, pour l'extrême-onction et pour les funérailles; il les invite en outre à faire en sorte de comprendre les quarante homélies de saint Grégoire. *Capit. de presbyteris*, de 852. — *Statuts de Riculfe*, évêque de Soissons, en date de 889 : il exige d'abord que les curés soient instruits des lettres sacrées, sans quoi ils seraient hors d'état d'instruire les simples fidèles. Il cite à cette occasion un endroit des capitulaires de nos rois, qui ordonne qu'on prive de leurs bénéfices les prêtres ignorants ou qui négligeraient d'acquérir le savoir qui leur est nécessaire. . . Il veut, de plus, qu'ils sachent par cœur les psaumes, le symbole *quicumque*, le canon de la messe, et qu'ils possèdent à fond le comput; qu'ils aient à leur usage le plus qu'ils pourront de livres, tant de l'Écriture que des auteurs ecclésiastiques, sans oublier les livres nécessaires pour le service divin, le missel, le lectionnaire, le livre des Évangiles, le martyrologe, l'antiphonaire, le psautier, le recueil des quarante homélies de saint Grégoire, le tout corrigé sur les exemplaires de la cathédrale; qu'ils aient un soin particulier de leurs écoles et qu'ils ne soient pas moins attentifs à former leurs élèves aux bonnes mœurs qu'à la connaissance des lettres. *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 83-84. (Xe siècle.)

[1] La connaissance du comput était tellement jugée nécessaire aux prêtres et aux clercs, que les statuts ecclésiastiques ou des évêques à leur diocèse, la prescrivent presque tous avec une grande sollicitude. — Ducange, *Gloss. : Compoti notitiam presbyteris et clericis adeo necessarium consuerunt veteres, ut statuta ecclesiastica seu episcoporum pro suis dioecesibus, pene omnia, illud iis magna cum sollicitudine ediscendum praescribant.* — Computus. *Notitia cursus lunae ac kalendarum, seu scientia certificandi tempus secundum solis et lunae progressum.* (Durandus, l. 8, *Rational*, c. 1). — *In computo autem praesertim docentur tempus Paschalis, cyclus decemnovennalis, Epactae, Bissextus, saltus lunae, 4 tempora, kalendae, idus, etc. Concurrentes, et alia hujusmodi.*

le terrain de la géographie, de l'histoire et des autres connaissances humaines qui n'étaient point alors parvenues à l'état de sciences.

Parmi les ordonnances sur l'instruction émanant des prélats de l'Église, le document le plus important que nous ayons rencontré est le capitulaire publié par Rathères de Lobbes, vers le milieu du Xe siècle, lorsqu'il était évêque de Vérone. Il résume d'une manière si frappante la législation de Charlemagne, qu'il nous a paru intéressant de le mettre en parallèle avec cette dernière.

Capitulaire de Rathère.	*Capitulaires de Charlemagne.*
1. *Ut unusquisque vestrum, si fieri potest, expositionem* symboli *et* orationis dominicae *juxta traditionem orthodoxam penes se scriptam habeat et eam pleniter intelligat, et inde si novit praedicando populum sibi commissum sedulo instruat; si non, saltem teneat vel credat.*	1. *Ut sacerdos Dei divina scriptura doctus sit, et* fidem trinitatis recte credat, *et* alios doceat, *et suum officium bene possit implere*, cap. de 804. *Ut fidem* rectam teneat, 789. *Ut* orationem diminicam ipsi intelligant et omnibus praedicent intelligendam, *ut quisque sciat quid petit a Deo.* 789. *Symbolum etiam apostolicum.* 802. Pertz, t. III; p. 107. *Orationem dominicam ad intelligendum pleniter cum expositione sua.* Ibid.
2. Orationes Missae et canonum *bene intelligat et si non, saltem memoriter ac distincte proferre valeat.*	2. *Ut* missarum preces *bene intelligant.* 789. *Librum* sacramentorum pleniter tam canonem missasque speciales *ad commutandum pleniter.* Pertz, t. III, p. 167.
3. Epistolam et evangelium *bene legere possit et utinam saltem ad litteram ejus sensum posset manifestare.*	3. *Presbyter* epistolam et evangelium *bene legere possit atque saltem ad litteram ejus sensum manifestare. Regino de synod. causis qu.* 84, p. 25, ed. Wasserschleben, cité dans Raumer, p. 220, note 465. *Evangelium intelligere, seu lectiones libri comitis.* Pertz, t. III, p. 167.
4. Psalmorum verba et distinctiones *regulariter ex corde* cum canticis consuetudinariis *pronuntiare sciat.*	4. *Ut* totum psalterium memoriter *teneat.* 804. *Ut* psalmi digne secundum divisiones versuum modulentur. 789.
5. Sermonem, *ut superius dixi,* Athanasii *episcopi* de fide trinitatis, *cujus initium est « quicunque vult, » memoriter teneat.*	5. Fidem catholicam S. Athanasii *et caetera quaecunque de fide.* 802. Pertz, t. III, p. 107.
6. Exorcismos et orationes ad catechumenum faciendum, ad fontem quoque consecrandum et reliquas preces super masculum et faeminam pluraliter ac singulariter, *distincteque proferre valeat,* similiter ordinem baptizandi, ad succurrendum infirmis, ordinem quoque reconciliandi, *juxta modum sibi canonice reservatum, atque* ungendi infirmos; *orationes quoque eidem necessitati competentes bene saltem sciat legere.*	6. Ut signaculum et baptisterium *memoriter teneat.* 804. Ut baptisma catholicum *bene observet.* 789. Exorcismos super caticuminum sive super demoniacos. Pertz, t. III, p. 167. Commendationem animae. *Ibid.* *Quomodo* catecuminos de fide christiana instruere *soleant, ac deinde quomodo* missas speciales sive pro defunctis vel etiam pro vivis sciant commutare rationabili-

	ter secundum utrumque sexum sive in singulari numero sive in plurali. Pertz, t. III, p. 106. *Cap. gen. Karoli*, a. 802. *Aquisgr.*, n° 4.
7. *Similiter* ordinem et preces in exequiis agendis defunctorum.	Voyez 6.
8. Similiter exorcismos et benedictiones salis et aquae *memoriter teneat.*	Voyez 6.
9. Canticum nocturnum atque diurnum *noverit.*	9. Ut canticum et compotum *sciat.* 804. Cantum *Romanorum in nocte.* Pertz, t. III, p. 167.
10. Compostum minorem, *id est*, epactas, concurrentes, regulares, terminum paschalem *et reliquos, si est possible, sapiat.*	10. *Ut canticum et* compotum *sciat.* 804. Compotum. Pertz, t. III, p. 167.
11. Martyrologium et paenitentialem, *habeat et caetera.* *Ex Ratherii Veronensis episcopi synodica ad presbyteros et ordines caeteros forinsecus, id est, per universam dioecesim constitutos.* Specilegium, t. I, p. 378.	11. Ut de canonibus doctus sit et suum *paenitentiale bene sciat.* 804. Paenitentialem. Pertz, t. III, p. 167.

A ces études, qui étaient obligatoires pour le clergé, quelques écolâtres du premier ordre joignaient l'astronomie et, comme complément de la rhétorique, l'*étude des auteurs anciens* (?). Ainsi fit, entre autres, Alcuin. Dans une lettre qu'il écrivit, en 796, à Charlemagne, il dit : « Moi, votre Flaccus, selon votre exhortation et votre sage volonté, je m'ap- » plique à servir aux uns, sous le toit de saint Martin, le miel des » saintes Écritures; j'essaie d'enivrer les autres du vieux vin des *anciennes* » *études* [1]; je nourris ceux-ci des fruits de la *science grammaticale;* je tente » de faire briller aux yeux de ceux-là l'*ordre des astres*..... Au matin de » ma vie, j'ai semé, dans la Bretagne, les germes de la science; main-

[1] *Satago, alios vetere* antiquarum disciplinarum *mero inebriare studeo.* Nous ferons cependant remarquer qu'Alcuin défendit à ses élèves la lecture de *Virgile* et des autres auteurs profanes. Sigulfe, au contraire, qui enseignait à Ferrières, du vivant d'Alcuin, recommandait à ses deux élèves particuliers Adalbert et Aldric, qu'il élevait comme ses fils, *de lire Virgile en secret en évitant soigneusement que cela ne parvînt aux oreilles d'Alcuin.* Celui-ci l'apprit, et Sigulfe en fut sévèrement réprimandé. Mab., *Ann. Ben*, t. II, p. 356, l. 27, c. 4. — Ailleurs, Alcuin reproche à Richbode, évêque de Trèves : *quod se neglecto*, totus sit in Virgilio. *Flaccus* (Alcuin) *recessit*, dit-il, *Virgilius accessit, et in locum magistri nidificat Maro.* Il termine la lettre par ces mots : *Utinam Evangelia quatuor, non Æneides duodecim pectus compleat tuum, et te avehat quadriga ad caeleste palatium.* Mab., *l. c.*, p. 256. Il est vrai qu'Alcuin ne paraît pas avoir usé de la même rigueur envers soi-même, quant à la lecture de Virgile, de Cicéron et d'autres auteurs anciens qu'il cite dans ses écrits. Nous croyons donc qu'il ne faut voir dans l'expression *antiquarum disciplinarum* que l'étude des *auteurs chrétiens*, des saints Pères *et des poëtes*, et non pas les *anciens auteurs romains*, comme on est tenté de le croire au premier abord. Heeren, *Class. Litt.*, t. I, p. 136, glisse sur cette expression sans la traduire.

» tenant, sur le soir, et bien que mon sang soit refroidi, je ne cesse pas » de les semer en France, et j'espère, qu'avec la grâce de Dieu, ils pros- » péreront dans l'un et l'autre pays [1] »

Nous avons déjà vu qu'Odon d'Orléans enseignait aussi l'*astronomie* à l'école cathédrale de Tournay.

L'histoire littéraire nous apprend que Duncan, écolâtre à St-Remy, « fit des commentaires sur le 1er livre de Pomponius Mela, touchant la » situation de la terre. On voit par là, ajoutent les Bénédictins, que ce » professeur tâchait de donner à ses disciples quelque goût pour la *géo-* » *graphie, qui était alors si universellement négligée* [2]. »

Pour prouver que les prescriptions de Charlemagne recevaient une exécution fidèle, au moins près des principales églises, nous citerons encore un rapport au sujet des études, adressé à ce prince par Leidrade, archevêque de Lyon :

« Lorsque j'eus, suivant votre ordre, pris possession de cette église, » j'agis de tout mon pouvoir, selon les forces de ma petitesse, pour ame- » ner les offices ecclésiastiques au point où, avec la grâce de Dieu, ils » sont à peu près arrivés...... On a établi dans ladite église une *psal-* » *modie* où l'on suit, autant que nous l'avons pu, le rit du sacré palais, » en tout ce qui comporte l'office divin. J'ai des *écoles de chantres*, dont » plusieurs sont déjà assez instruits pour pouvoir en instruire d'autres. » En outre, j'ai des écoles de *lecteurs*, qui non-seulement s'acquittent de » leurs fonctions dans les offices, mais qui, par la méditation des *livres* » *saints*, s'assurent les fruits de l'intelligence des choses spirituelles. » Quelques-uns peuvent expliquer le sens spirituel des Évangiles; plu- » sieurs ont l'intelligence des prophéties; d'autres, des livres de Salomon, » des psaumes et même de Job. J'ai fait aussi tout ce que j'ai pu dans » cette église pour la *copie des livres* [3]..... »

[1] Guizot, *Hist. de la civilisation en France*, t. II, p. 189-190, 22e leçon.— Launoi, *De scholis celeb.*, c. 5, p. 33.

[2] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 549.

[3] Launoi, *De scholis celeb.*, c. VII, p. 39. Traduction de M. Guizot, *Hist. de la civil. en France*, t. II, p. 206-207, 23e leçon.

Voyons maintenant quels étaient les ouvrages où l'on puisait, au moyen âge, les éléments de la science; en les passant en revue, nous aurons l'occasion de signaler la méthode qui était suivie dans leur enseignement.

En premier lieu se présentent pour l'étude des sept arts libéraux en général, deux auteurs qui jouèrent un grand rôle dans l'enseignement :

Marcianus-Minucius- (ou Mineus) Felix Capella, et Magnus-Aurelius Cassiodorus ou Cassiodorius. Tous deux sont auteurs d'une *Encyclopédie* ou Traité général des sept arts.

Capella, né à Madaura, en Afrique, vécut vers la fin du Ve siècle; il fut élevé à Carthage et occupa dans la suite, la charge de proconsul romain. Il écrivit à Rome, vers 470, dans un latin boursouflé et corrompu, un ouvrage singulièrement combiné de prose et de vers, sous le titre de *Satiricon* ou *Satira.* C'est une espèce d'encyclopédie rédigée en 9 livres : les 2 premiers : « *De nuptiis Philologiae et Mercurii,* » doivent être considérés comme une introduction mythologique à l'ouvrage. Les autres traitent des sept arts libéraux, y compris la poésie. Cet écrit, qui forme la base de l'enseignement et de la science au moyen âge, a joui d'une grande vogue dans les écoles et obtint souvent les honneurs du commentaire [1].

« Martianus, » dit M. de Reiffenberg, « a dû jouir d'une grande autorité, puisque Grégoire de Tours, qui termine le 10e livre de ses histoires en priant les prêtres de ne point supprimer ses propres ouvrages, et de ne pas faire des palimpsestes des copies qui en tomberaient entre leurs mains, » ajoute : « Qui que tu sois, ô prêtre du Seigneur, si notre Martianus t'a instruit dans les sept arts, c'est-à-dire, s'il t'a enseigné à lire la grammaire, à remarquer dans la dialectique les propositions qui fournissent matière à dispute, à connaître en rhétorique les différents mètres, à tirer de la géométrie la science de la mesure de la terre et des lignes; à observer par le moyen de l'astrologie le cours des astres, enfin, à marier, par la musique la modulation des instruments aux accords harmonieux du chant, si, dis-je, tu es tellement versé

[1] Pauly, *Real Encyclop.* — Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, t. II, § 395.

» dans ces études, que mon style te paraisse rude et grossier, n'en fais » pas moins grâce, je t'en conjure, à ce que j'ai écrit [1]. »

On cite parmi les commentateurs de Capella :

Remy d'Auxerre, qui, « non-seulement commenta le Traité des sept arts » libéraux, mais expliqua aussi ses deux livres sur les noces de Mercure » et de la Philologie [2]; » et Duncan, évêque régionnaire hibernois, qui enseigna au monastère de St-Remy, et commenta également les neuf livres de Marcianus pour ses élèves [3].

On attribue aussi « des Notes et un commentaire succinct sur Martianus » Capella » à Réginon, abbé de Prume (m. 915) [4], mais cela, paraît-il, sans fondement.

Plus tard, Grotius, âgé de 14 ans, le commenta, avec l'érudition d'un homme fait [5].

Il existe des traductions allemandes de Capella qui datent du commencement du XIe siècle [6].

Cassiodore était né à Squillace en Calabre, vers 460, après J.-C.

Son Traité sur les sept arts libéraux, qui est une compilation d'ouvrages plus anciens, est intitulé : *De artibus ac disciplinis liberalium artium* (ou *literarum*). Il obtint également beaucoup de vogue dans les écoles du moyen âge [7].

[1] 3e *Mémoire sur l'université de Louvain*, p. 5.

[2] « On les trouve encore aujourd'hui dans divers manuscrits de la Bibliothèque du Roi et » autres. Arnoul Wion témoigne que, de son temps, on voyait aussi ces commentaires à Zurich. » *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 120 (Xe siècle). Remy paraît avoir ouvert à Paris la première école publique, d'où surgit plus tard l'université. Il y enseigna, jusqu'à sa mort (908), la grammaire et les arts libéraux d'après Martianus Capella. Baehr, *Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 526.

[3] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 549 (Xe siècle).

[4] « M. Du Boulay, dans son *Hist. sur l'Université de Paris*, prétend que Réginon, abbé de Prom » (m. 915), a fait des notes et un commentaire succinct sur Martianus Capella; mais cet auteur » aurait bien pu écrire un nom pour un autre. Il est au moins vrai qu'aucun autre écrivain de notre » connaissance n'a compté cet ouvrage entre ceux de Réginon. » *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 47-48, 120, 153-154 (Xe siècle).

[5] Baron de Reiffenberg, 3e *Mém.*, p. 4.

[6] Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, t. II, p. 607, § 395.

[7] Pauly, *Real Encycl.* — Baehr, *Röm. Lit.*, t. II, p. 610, § 396. Les œuvres de Cassiodore ont été publiées en 2 vol. in-fol., par le Bénédictin J. Garet. Rouen, 1679.

Parmi les autres auteurs de *Traités généraux* on distingue : Isidore, évêque de Séville (m. 636); Hraban Maur et Alcuin.

L'ouvrage encyclopédique d'Isidore, intitulé : *Originum seu etymologiarum libri XX*, jouissait d'une haute réputation et fut utilisé au moins par Alcuin et par Hraban Maur : c'est un abrégé de toute la science de l'époque et qui ne se borne pas au *trivium* et au *quadrivium*. Les cinq premiers livres contiennent la grammaire, la rhétorique, une introduction à la philosophie, la dialectique, l'arithmétique, la musique, l'astronomie, la médecine, la jurisprudence; quelques notions de chronologie et d'histoire; le 6me livre traite de l'Écriture sainte; le 7me et le 8me de Dieu, des anges, etc.; le 9me des diverses langues, des noms des peuples, des dignités de l'État, etc.; les derniers livres renferment des étymologies.

Aucun ouvrage, dit M. Baehr, ne fait mieux connaître le degré de civilisation, l'état intellectuel ainsi que le goût de cette époque. Les *Origines* sont un des rares écrits qui, pendant tout le cours du moyen âge, contribuèrent à tenir encore en circulation quelque peu de connaissances de l'antiquité classique. Mais ce mérite avait aussi son côté nuisible; car il fut cause qu'on ne lut ou transcrivit plus guère les écrits des anciens auxquels Isidore avait puisé son Traité.

Isidore composa encore un opuscule : *De differentiis seu proprietate verborum*, en trois livres, qui est en partie emprunté à Agrötius et à d'autres grammairiens anciens; ensuite un : *Liber glossarum,* d'un mérite tout à fait secondaire [1].

Les *Origines* d'Isidore donnèrent sans doute naissance au livre : *De universo* de Hraban, qui poussa ses investigations encyclopédiques au delà du cercle tracé par son prédécesseur.

Le but de Hraban a été aussi de réunir en un seul corps d'ouvrage tout ce qui faisait l'objet des connaissances humaines de son temps. Il s'attacha particulièrement à l'explication des mots et à des définitions qui ont surtout en vue la compréhension historique et allégorique de la Bible.

Dans le traité *De universo*, il est parlé de Dieu, des anges, des pa-

[1] Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, t. II, p. 621-622, § 401.

triarches, des prophètes, des personnages remarquables de l'Ancien Testament, des évangélistes, des apôtres, des martyrs, des clercs, de la doctrine de l'Église, des livres de la Bible en particulier, de la version des Septante et d'autres versions, de quelques autres écrits sur la religion et des sacrements. Mais la majeure partie de l'ouvrage traite de matières profanes : de la création en général, de l'homme, des animaux, de l'astronomie, de la physique et de la chronologie; de la terre, de l'eau, des phénomènes de la nature; des édifices, des philosophes, des poëtes, des divinités païennes, des langues; des métaux, des poids, des mesures et des chiffres; de la musique; des maladies, de la médecine; des plantes, de l'agriculture, de l'art militaire, de la navigation; des chambres, des tableaux, des vêtements, des mets et des ustensiles [1].

Alcuin a rédigé, dans le goût des *Origines* d'Isidore, un traité en forme de dialogue entre lui et Charlemagne, intitulé : *De dialectica,* qui n'est qu'une série de raisonnements sur une foule d'objets; des définitions vulgaires, sans ordre, et ne pouvant avoir d'autre but que celui d'aiguiser la faculté de réfléchir et de la tenir éveillée. Il a le mérite de la clarté et se tient éloigné des raisonnements spécieux qui caractérisent la scolastique. On pourrait ranger sous la même catégorie trois autres écrits d'Alcuin : *Disputatio puerorum per interrogationes et responsiones; Propositiones Alcuini doctoris Caroli magni imperatoris ad acuendos juvenes,* et *Disputatio Pipini cum Albino scholastico* [2].

Les *Origines* et le *De universo* sont l'image fidèle de l'activité intellectuelle de l'époque carolingienne, et leur influence s'étend sur tout le moyen âge. Si nous voyons Isidore et Hraban sortir du cercle du *trivium* et du *quadrivium*, si nous les voyons s'enquérir de chronologie, d'histoire, de physique, d'art militaire, de linguistique, et s'attacher à une foule d'autres notions sans base rationnelle, sans ordre, sans cohérence, c'est que toutes ces notions s'offraient dans la lecture de la Bible; c'est qu'il fallait donner à l'élève certaine somme de connaissances pour ainsi dire matérielles, afin de le conduire à l'intelligence spirituelle, allégorique et mystique des

[1] Baehr, *Röm. Lit. i. Karol. Zeit*, 3e suppl., p. 419-421.
[2] *Ibid.*, p. 339.

saintes Écritures, selon l'esprit et le goût général du siècle. On prenait de chaque branche de savoir tout juste ce qu'il fallait pour leur compréhension, et on ne prenait que cela, rien au delà.

Trivium : *grammaire; rhétorique; vocabulaires; auteurs classiques.*

L'étude de la langue latine ouvrait naturellement le cours des études.

Parmi les grammairiens du moyen âge, on doit ranger en première ligne Aëlius Donatus, professeur de rhétorique et de grammaire *(orator)*, à Rome, vers le milieu du IVe siècle; il y jouit d'une grande réputation, et compta, en 353, saint Jérôme parmi ses élèves. Il fit des commentaires sur les comédies de Térence qui ne nous sont pas tous parvenus; mais son principal ouvrage, celui sur lequel se fonde sa célébrité, est un traité de la grammaire, intitulé : *Ars seu editio prima de literis, syllabis, pedibus et tonis; editio secunda de octo partibus orationis, et de barbarismo, soloecismo, schematibus et tropis*, publié de nos jours sous le titre de : *Donati ars grammatica tribus libris comprehensa.* Ce traité comprend un système complet de grammaire latine, telle qu'on la concevait à cette époque.

Aucune grammaire n'a été aussi universellement répandue que celle de Donat, aucune n'a été aussi souvent commentée qu'elle; elle a servi de base à toutes les grammaires postérieures. Le nom de *Donat* était devenu synonyme de *grammaire* [1].

Cassiodore lui-même écrivit un traité spécialsur la grammaire qu'il intitula : *De arte grammatica ad Donati mentem*, et un autre : *De ortographia liber* [2].

Un grammairien qui, pour la vogue, le cède peu à Donat, est Priscianus, surnommé *Cæsariensis*, de Césarée, où il reçut la naissance ou du moins l'instruction. Il enseigna publiquement à Constantinople, sous le règne de Justinien, et était célèbre pour ses connaissances approfondies sur la grammaire. Son ouvrage intitulé : *Commentariorum grammaticorum*

[1] Ainsi la grammaire en langue romane de Hugo Faedit, du XIIIe siècle, porte le nom de Donatus *provincialis.* Une faute de grammaire s'appelle encore aujourd'hui en allemand *Donatschnitzer.* Baehr, *Röm. Lit.*, t. II, p. 599. — Pauly, *Real Encycl.* — Cramer, *Gesch. d. Erz. u. d. Unt. in den Niederlanden*, p. 257.

[2] Pauly, *Real-Encycl.*

libri XVIII ad Julianum, ou : *De octo partibus orationis earundemque constructione,* est le travail de ce genre le plus complet que nous ait transmis l'antiquité. Les seize premiers livres traitent d'une manière très-étendue des huit parties du discours en détail, des lettres, syllabes, noms, adjectifs, etc.; les deux derniers (συντάξεως) ont pour objet la construction, la syntaxe.

Nous avons aussi de Priscien quelques traités grammaticaux de moindre étendue : *Partitiones versuum XII principalium : De accentibus; De declinatione nominum; De versibus comicis; De praeexercitamentis rhetoricae;* ce dernier écrit est une traduction des προγυμνάσματα d'Hermogènes; Priscien y fit plusieurs additions et remplaça les citations grecques par des exemples tirés d'auteurs latins [1]. On pouvait avoir pour auxiliaires dans l'art de la rhétorique les écrits de Boèce : *Communis speculatio de rhetoricae cognatione,* et *Locorum rhetoricorum distinctio.* Ces deux ouvrages ont été récemment découverts par Monseigneur A. Maï, dans la Bibliothèque du Vatican, en manuscrit du XI[e] siècle [2].

Nous devons encore mentionner parmi les grammairiens de l'Empire, dont l'emploi dans les écoles du moyen âge nous est connu, Flavius Sosipater Charisius, qui vécut vers la fin du IV[e] ou le commencement du V[e] siècle. Il était né en Campanie, et était chrétien. Il enseigna la grammaire à Rome, et composa des *Institutiones grammaticae* en cinq livres, dont le premier et le cinquième en partie, sont seuls parvenus jusqu'à nous. Son ouvrage est une compilation de ce qu'il avait trouvé de plus exact dans une quantité d'autres auteurs et notamment dans Comminianus, C. Julius Rumanus et Diomèdes [3].

Saint Boniface, archevêque de Mayence, fondateur du monastère et de l'école de Fulde, le premier qui s'offre à nous parmi les grammairiens chrétiens proprement dits, est auteur d'un traité grammatical dans lequel sont compilées les règles de Donat, Charisius et autres [4].

[1] Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, t. II, p. 611-615, § 397. — Pauly, *Real-Encycl.* — Cramer, *Gesch. d. Erz. u. d. Unt. i. d. Niederl.*, p. 258.

[2] Pauly, *Real-Encycl.*

[3] *Ibid.*

[4] Cramer, *l. c.*, p. 66, note 176. Elle a été publiée sous ce titre : *Ars domini Bonifacii ar-*

Nous avons de Beda, le Vénérable, une grammaire intitulée : *Cunabula grammaticae artis Donati restituta*, et trois autres traités sur le même sujet : *De octo partibus orationis; De orthographia*, et *De metrica ratione* [1].

Alcuin rédigea aussi un traité *De grammatica* à l'usage de ses élèves. Il est en forme de dialogue et a principalement pour objet la forme et la déclinaison des mots. Cassiodore, Donat, Priscien, Beda et d'autres servirent de base à cet opuscule.

Alcuin composa encore un écrit : *De orthographia*, qui n'est qu'une liste de vocables rangés par ordre alphabétique; il détermine l'orthographe de chaque mot, en faisant remarquer surtout ceux qui se prononcent de même et s'écrivent différemment. Son *Dialogus de rhetorica et virtutibus*, destiné à Charlemagne, est une espèce de guide pour le style judiciaire [2].

On lui attribue aussi un traité sur les arts libéraux en général [3].

Hraban Maur fit un extrait du grand ouvrage de Priscien, qu'il destina à ses élèves et intitula : *Excerptio de Arte grammatica Prisciani.* Ce travail ne fut pas sans influence sur le sort du Priscien et lui donna l'accès dans un grand nombre d'écoles [4].

Hraban est encore auteur des ouvrages grammaticaux suivants : *Glossae latino-barbaricae de partibus humani corporis; De inventione linguarum ab hebraea usque ad theotiscam*, et d'un *Glossarium latino-theotiscum*, principalement destiné à l'intelligence de la Bible [5].

Le poëte irlandais Sedulius, qui séjourna à Liége avec d'autres missionnaires ses compatriotes, sous l'épiscopat de Hartgaire ou Hircaire [6], est auteur de quelques traités grammaticaux qui paraissent avoir servi

chiepiscopi et Martyris, dans le t. VII des *Classicorum auctorum e Vaticanis editorum curante A. Mai*, n° 8.

[1] Putsche, *Samml. der lat. Gramm.*, fol. 2327 ff, 2350 ff. — OEuvres de Beda, éd. de Cologne, fol. 1612 et 1688. Rapporté dans Pauly, *Real-Encycl.*

[2] Baehr, *Röm. Lit. i. Kar. Zeit.*, 3[er] suppl., p. 339.

[3] Baehr, *l. c.*, p. 337-338.

[4] Baehr, *l. c.*, p. 419; *Hist. litt. de France*, t. V, p. 155.

[5] Baehr, *l. c.*, p. 423.

[6] Nous avons tout lieu de croire que ce Sedulius est le même que celui dont parle Baehr, *l. c.*, et qu'il doit avoir vécu au commencement du IX[e] siècle.

dans les écoles de Liége; ce sont : *Commentarii in primam,* d'après d'autres auteurs, *secundam artem Donati et in majus volumen Prisciani,* et *Commentarii in artem Eutychii* [1].

Erchambert, premier abbé d'Hirsauge et évêque de Frisingen (m. 853), qui enseigna sans doute, composa un traité sur Donat le grammairien, que l'on conserve encore en manuscrit à la bibliothèque de la cathédrale de Frisingen; il commence ainsi : *Omnes artes liberales grammaticam merito dignitatis principalitem tenere nemo ignorat* [2].

Smaragde, abbé de St-Mihiel, au diocèse de Verdun (m. 817), « écri» vit un commentaire sur Donat, qui était une espèce de grammaire, et » servit beaucoup à avancer les études des jeunes élèves [3]. »

Remy, moine et écolâtre d'Auxerre, que nous avons déjà vu commenter Marcianus, « fit aussi des gloses ou un commentaire sur Donat le gram» mairien, que les siècles postérieurs ont estimé comme utile. » On lui attribue également un commentaire sur Priscien [4].

Le Xe siècle ne fut pas moins fertile en grammairiens ou commentateurs que le IXe. Les plus connus sont :

1° Gunzon. « Son écrit, dit l'*Histoire littéraire,* contient de bonnes » choses, et put être fort utile pour perfectionner les leçons qu'on don» nait de la grammaire [5]. »

2° Rathère de Lobbes. Nous avons vu qu'il composa une grammaire ayant pour titre : *Sparadorsum* ou *Servadorsum;* mais cet ouvrage paraît

[1] Baehr, *Röm. Lit.,* 3er suppl., p. 365. Cet Eutychius ou Eutyches paraît avoir été un grammairien latin distingué, qui enseigna à Constantinople; on le dit élève de Priscien ; il ne nous est connu que par un écrit : *De discernendis conjugationibus libri duo.* — Pauly, *Real-Encycl.* (Baehr).

[2] *Hist. litt. de France,* t. V, p. 128-129.

[3] *Ibid.,* p. 128. — Baehr, *l. c.,* p. 364, d'après Honorius et Trithème : *Grammaticam majorem, Donatum exponendo, explicuit. — Sed et Donatum majorem exposuit et multos secularium literarum autores explanavit.*

[4] *Hist. litt. de France,* t. VI, p. 119. « Il y traitait, suivant le génie de son siècle, de la gram» maire, de la dialectique, de la rhétorique, de la géographie, de l'arithmétique, de l'astronomie » ou astrologie, comme porte le texte, et de la musique. » *Ibid.,* p. 47-48.

[5] *Hist. litt. de France,* t. VI, p. 47-48. « Les ouvrages des anciens que cet auteur avait apportés » d'Italie, y furent peut-être encore d'un plus grand secours. Entre ces livres était le fameux » recueil de Martianus Capella *Sur les sept arts libéraux.* »

avoir été uniquement destiné au fils du seigneur provençal, Rœstagne ou Rostaing, et rien ne nous apprend qu'il eut accès dans les écoles, pas même dans celle de Lobbes. Cette grammaire n'est malheureusement pas parvenue jusqu'à nous, et nous ne la connaissons que parce que Sigebert et Trithème la mentionnent [1].

3° Salomon, troisième du nom, évêque de Constance (890 ou 892-920). On lui attribue un traité sur les arts libéraux [2], ainsi qu'un *Glossarium* ou *Lexicon* cité par Goldast, probablement celui qui est indiqué dans un inventaire de la bibliothèque de la cathédrale de Constance, de 1343, sous le titre : *Liber magnus qui vocatur abecedarius et continet derivaciones omnium vocabulorum et sic incipit A litera in omnibus gentibus et finitur in litera capitali V Z.* » (*S. Serapeum*, 1840, p. 57.)

4° Hilpéric ou Hildéric, dont la grammaire se trouve encore en manuscrit dans quelques bibliothèques [3]. Peut-être aussi cet *Abecedarius* est-il l'ouvrage du moine Iso ou Yso de St-Gall, surnommé *Magister*, mort en 871 [4].

5° Lambert, moine de Poitiers, au diocèse de Langres [5].

6° Et enfin, Abbon de Fleury. Il réunit en un ouvrage des réponses aux questions grammaticales que lui avaient proposées les moines anglais qu'il était allé instruire [6].

Au XIe siècle, l'anglais Johannes de Garlandia composa des synonymes et équivoques et un traité ayant pour titre : *Metricus de verbis deponentibus*

[1] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 571-576. — Baehr, *Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 552-553. — Lucæ d'Achéry *Specilegium*, t. II, p. 736-737.

[2] *Hist. litt. de France*, p. 47-48. — Baehr, *Röm. Lit.*, *l. c.*, p. 121.

[3] *Ibid.*

[4] Baehr, *l. c.*, p. 218-219, 618. Rud. von Raumer l'attribue aux moines de St-Gall, Ison, Notker Balbulus (m. 912) et Tutilon (m. 912), qui l'auraient confectionné sur les ordres de l'évêque Salomon. *Die Einwirkung, etc.*, p. 128. Le dictionnaire dit de *Salomon* n'est pas le plus ancien. Il en existe un du VIIIe siècle, dont l'auteur est inconnu, mais qui, ayant toujours été attribué au moine Keron de St-Gall, porte encore aujourd'hui le nom de *Glosses Keroniennes*. Rud. v. Raumer, *l. c.*, p. 123, sqq.

[5] « Quoique son ouvrage fût fort court, on en pouvait tirer beaucoup de fruit. » *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 47-48.

[6] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 47-48.

libellus cum commento; le premier de ces ouvrages fut imprimé à Cologne, en 1490, le second à Anvers, en 1486, ce qui fait supposer qu'ils étaient en usage en Belgique avant l'imprimerie [1].

Parmi les grammairiens du XIIe siècle, on distingue :

1° Pierre Hélie, dont les écrits grammaticaux eurent un grand succès et devinrent célèbres dans les écoles [2];

2° Le lombard Papias, auteur de *Elementarium doctrinae erudimentum* [3];

3° Maximien; sa grammaire, au dire un peu suspect, il est vrai, d'Alexandre de Ville-Dieu, ne contient que des minuties épineuses [4].

4° Et Éverard de Béthune, auteur d'une grammaire en vers latins, intitulée: *Graecismus*, à cause de ses explications des mots grecs; le fond en est emprunté à Priscien. Éverard fut le premier qui revêtit la grammaire d'une forme poétique, afin de l'imprimer plus facilement dans la mémoire de la jeunesse [5]. Cette méthode, qui a joui d'une vogue générale, s'est perpétuée jusque dans les ouvrages élémentaires de Simon Verepæus; elle n'a été entièrement abandonnée que de nos jours.

Le XIIIe siècle produisit une *Exposition de Priscien* et une *Somme grammaticale* par Albert-le-Grand, qui paraissent ne pas avoir obtenu beaucoup de vogue [6]; le *Traité de la manière d'instruire les enfants,* de Guillaume de Tournay, qui concerne plutôt l'éducation en général [7]; le *Doctrinale pue-*

[1] Baron de Reiffenberg, 3e *Mém.*, p. 15.

[2] *Hist. litt. de France,* t. IX, p. 144-147.

[3] *Ibid.* Ouvrage où il y a autant de fautes que de mots, dit Jos. Scaliger. — Baron de Reiffenberg, 3e *Mém.*, p. 15. — Cantu, *Hist. univ.*, t. IX, p. 445, avance « que le lexique de Papias a » servi de modèle aux dictionnaires, cette richesse des siècles modernes. » Il nous a paru que cet historien pousse généralement à l'excès l'esprit de patriotisme (souvent même au préjudice des autres nations). C'est ainsi qu'il nous apprend très-sérieusement que ce fut, je ne sais quel italien, qui inventa la méthode de séparer par une virgule le quatrième chiffre qui, dans les nombres, représente les millièmes! Cantu fait mention de Papias à l'année 1053. Le baron de Reiffenberg dit : « Il passe pour avoir vécu dans le même temps que Balbi (m. vers 1298); d'autres, néanmoins, le » font vivre un siècle plus tôt, mais la seconde de ces assertions n'est pas plus fondée que la pre- » mière. »

[4] *Hist. litt. de France,* t. IX, p. 144-147; t. XVI, p. 142-144.

[5] Cramer, *Gesch. d. Erz. u. d. Unt. in den Niederl.*, p. 258-259.

[6] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 142-144.

[7] *Ibid.*

rorum du franciscain Alexandre de Ville-Dieu (*Alexander Gallus ou Dolensis de Villa Dei*), qui éclipsa Éverard de Béthune. Ce doctrinal tiré de Priscien, est un recueil de citations bibliques en vers hexamètres léonins, qui a servi de texte à de longs commentaires et est resté entre les mains des élèves presque jusqu'au temps de Despautère. Il fut imprimé plus de cinquante fois dans le premier âge de l'imprimerie [1].

Le Doctrinal de Ville-Dieu est divisé en deux parties : *Opus minus*, qui comprend deux degrés (pars 1ª, pars 2ª) et *Opus majus.*

L'auteur nous fait connaître ce qu'il comprend sous chacun de ces titres dans les vers suivants :

PARS Iª. — OPUS MINUS.

Voces in primis quos per casus variabis
Ut levius potero te declinare docebo.
Istis confinem retinent heteroclita sedem,
Atque gradus triplicis collatio subditur istis,
Cuique sit articulo, quae vox socianda notabo.
Huic de praeteritis petrum sequar atque supinis;
His defectiva suberunt et anomala verba
Verborum formas exinde notabo quaternas.

PARS IIª.

Huic pro posse meo vocum regimen reserabo,
Quo junguenda modo constructio sit sociabo.

OPUS MAJUS.

Post haec pandetur quae syllaba quanta locetur,
Accentus normas ex hinc variare docebo;
Tandem grammaticas pro posse docebo figuras.

Les préceptes de ce grammairien sont fréquemment appuyés par des

[1] *Hist. litt. de France*, *l. c.* — La grammaire d'Alexandre parut à Anvers en 1506, sous ce titre : OPUS MINUS *primae* (et 2ᵃᵉ) *partis (Grammaticae) Alexandri(de villa Dei) cum quaestiunculis de optimis moribus et virtutibus pro pueris clare breviterque instituendis, per Wilhelmum Zenders de Werdt collectum. Antv. Henricus Eckert de Homberch, in* 4° (Bibl. Van Hulthem, n° 10, p. 415). Baron de Reiffenberg, 3ᵉ *Mém.*, p. 21. L'*Opus majus* fut publié à Cologne, en 1494, conjointement avec l'*Opus minus*, par Henri Quentell.

exemples, tirés des auteurs anciens, tels que Cicéron, Térence, Horace, Boëce.

Pendant le cours du XVe siècle, divers grammairiens s'efforcèrent de détrôner le Doctrinal de Ville-Dieu. Tels furent : Joannes Custos ou de Coster de Brecht, Hermannus Buschius, Joannes Sintius, Gerardus Canisius et Hermannus Torrentinus ou Vander Beeke de Zwolle; mais la tâche était difficile. Elle réussit enfin à Jean Despautère; et un synode tenu à Malines au commencement du XVIe siècle, statua que les *Rudimenta* de Despautère seraient exclusivement employés à l'instruction de la jeunesse. « Les écoles étant généralement envisagées comme des établis- » sements religieux, » dit Cramer, « il semblait qu'on ne pouvait s'é- » carter d'une méthode sans toucher au dogme de l'Église. C'est ainsi que » Torrentinus (m. 1520) fut accusé d'hérésie, pour avoir travaillé, quoique » avec circonspection, à simplifier la grammaire latine, et pour s'être élevé » contre le Doctrinal de Ville-Dieu. [1] »

« Une fois en possession, » dit M. de Reiffenberg, « Despautère (lui-même) » ne fut pas moins difficile à expulser qu'il ne l'avait été à introduire : » *on eût cru que chacun le mettait sous la protection des souvenirs du premier* » *âge et que la maturité lui tenait compte même des dégoûts dont il avait abreuvé* » *l'adolescence. D'ailleurs l'esprit de routine, qui est commun à presque tous les* » *hommes, grands et petits, est une des plus fortes raisons de stabilité et fait vivre* » *longuement jusqu'à ce qui paraît n'avoir en soi aucun élément de persistance.* [2] »

Cependant l'innovation dans la grammaire ne porta que sur la forme, et elle était déjà bien hardie dans des temps aussi éminemment conservateurs. Priscien resta toujours l'oracle et le modèle des pédagogues. Cet auteur fut divisé dans le courant de ce siècle en *petit* et en *grand* Priscien, à l'usage des commençants et des élèves plus avancés[3].

Les *Doctrinaux* étaient alors de mode pour l'enseignement littéraire, comme les *Sommes* l'étaient surtout pour la théologie. Ces sortes d'ouvrages

[1] Cramer, *Gesch. d. Erz. in den Niederl.*, p. 281-282. — Baron de Reiffenberg, 5e *Mém.*, p. 24-27.

[2] Baron de Reiffenberg, *l. c.*

[3] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 142-144.

élémentaires n'étaient pas des grammaires; ils constituaient ce qu'on appelle aujourd'hui l'*auteur*. De même que l'étude de la Bible offrait un caractère plutôt spirituel et moral que scientifique, l'*auteur*, qu'au moyen âge, on analysait, expliquait, commentait et livrait à la mémoire de la jeunesse, était toujours un livre de *préceptes moraux*.

Les doctrinaux ont pour source commune les *Distiques de Caton*, comme Priscien est le type des grammaires.

Depuis la renaissance, l'*auteur* est devenu *historique* et il est représenté de nos jours par les *Epitome historiae sacrae, graecae, romanae*, par Cornelius Nepos, les Commentaires de César, Salluste, Tacite, etc., etc.

Le traité connu sous le titre de *Distiques de Caton* [1] est une collection de sentences morales en distiques latins, divisée en quatre livres. Le style en est simple et clair, et le latin en est assez pur. On croit devoir l'attribuer à un grammairien nommé Denis Caton, qui vécut quelque temps avant Constantin-le-Grand. Les distiques de Caton, quoiqu'ils soient l'œuvre d'un païen, ont été enseignés dans les écoles depuis les temps de Charlemagne et ont joui de la plus grande vogue, grâce à leur forme et à la morale pure qu'ils renferment. Ils ont été traduits de bonne heure en anglo-saxon, en anglais, en français, en allemand et en flamand; Planudes et Scaliger en ont même fait des versions grecques [2]. Le Caton a été durant tout le moyen âge le livre par lequel on débutait dans la langue latine, comme ses versions ont servi de base à l'enseignement des langues vulgaires, depuis l'époque où ces langues ont fait partie de l'instruction.

Après le Doctrinal de Ville-Dieu, nous devons citer comme ayant été universellement répandu, celui d'Alain de Lille, intitulé : *Doctrinale altum*

[1] *Dionysii Catonis Disticha de moribus ad filium.* — *Ethica seu Disticha de moribus.* — *Praecepta et Disticha moralia.* — *Cato, moralissimus* ou *moralizatus, etc.* — Pauly, *Real Encycl.*

[2] La réputation de Caton se soutint même après la Renaissance. Voici quelques-unes des éditions qui en furent données depuis la fin du XVe siècle : *Editio princeps a Philippo de Bergamo, August. Vindelic.* 1475; — *cum scholiis D. Erasmi, Coloniae*, 1528; — *cum interpret. graeca Jos. Scaligeri. Lugd. Bat.* 1626; — *cum expositione D. Erasmi, interp. graec. et notis Jos. Scalig. Syro et Mimiambo graece redditis et M. Zuerii Boxhornii dissert. Amstel.* 1646; — *cum interp. graec. Planudis et Jos. Scalig. et interp. germ. M. Opits et C. Daumii. Cygneae*, 1662. Voir pour Caton : *Pauly, Real Encyclopädie der classischen Alterthumswissenschaft. Stuttgart*, 1842, t. II, p. 1089 et 1090.

seu liber parabolarum Alani metrice descriptus cum sententiis et metrorum expositionibus utilis valde ad bonorum morum instructionem [1].

Cet ouvrage se compose de six chapitres, comprenant chacun un certain nombre de distiques. Les sentences sont isolées par distique dans le premier chapitre, par deux distiques dans le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au nombre de six distiques. Ces distiques sont suivis d'abord d'une translation en prose, ensuite de la construction mot à mot : à côté des locutions figurées, l'auteur donne la signification propre ; les mots sont souvent rendus plus intelligibles par un synonyme ou équivalent, et enfin quelques briéves explications sur le sens des vers complètent la leçon. Nous joignons ici une de ces leçons pour mieux en faire saisir la nature et la portée [2].

[1] *Impressum Colonie per Henricum Quentell.*

[2] *Ut perpendiculo paries equetur oportet*
Ne domus hoc ipso deficiente ruat.

Quomodo stare potest titubantis machina muri,
Si fundamentum debile fallat opus.

A Simili. Si quis sublimes tendit ad artes,
Principio partes corde necesse sciat.

Artes post partes veteres didicere poete,
Idcirco magnum promeruere decus.

Primo dictantes et postes versificantes,
Tendentes ferule supposuere manus.

Partibus imbutos sapientia duxit athenas
Quadrivium trivio continuando sibi.

Ponit aliam parabolam dicens, quod si aliquis nititur facere domum, illa domus non poterit sustineri, nisi habeat bonum fundamentum, et quod paries sive muri equentur perpendiculo, ne muri titubantes cadant propter defectum fundamentorum et opus fallat i. deficit. Ad propositum dicit quod si aliquis tendat ad artes sublimes, necesse est ut primo sciat principia et partes cordetenus, quare qui nescit partes in vanum tendit ad artes. Construe (oportet ut paries equetur), i. aptetur (perpendiculo) id est mensure (ne domus ruat) i. cadat (hoc ipso) scilicet muro (deficiente, quomodo machina muri titubantis), i. trementis (potest stare, si debile fundamentum opus fallat), i. destruit (A simili, si quis tendit ad sublimes artes), i. ad majores scientias : necesse) s[e] est (ut sciat primo partes corde, i. corde tenus (veteres poete didicere), i. didicerunt artes post partes, idcirco) id est ideo (promeruere) id est promeruerunt (magnum decus) id est honores (primo dictantes) id est componentes (et postea versificantes manus tendentes supposuere) id est supposuerunt (ferule partibus imbutos sapientia) id est arte (continuando sibi) id est partibus (trivio) id est scientie triviali : scilicet grammatica, logica et rethorica (quadrivium), i. geometriam, astrologiam, arithmeticam et musicam. (Doctrinale altum Alani, Coloniae per Henricum Quentell ; DDiiij, verso.)

On cite encore parmi les compositions du genre de celles de Ville-Dieu et d'Alain de Lille, le *Doctrinal de Bernardin-le-Sauvage*, qui écrivit aussi au XIII[e] siècle [1].

On attribue à Thomas de Cantimpré, brabançon (m. 1273), un ouvrage important de pédagogie théorique, ayant pour titre : *De disciplina Scholarium*. Il se servit d'un subterfuge pour obtenir du crédit parmi les savants, en publiant son traité sous le nom de Boëce [2].

Cramer rapporte une encyclopédie rimée, sous le titre de *Miroir du monde*, de Gautier (ou Omons, Osmond) de Metz, également importante pour la pédagogie de cette époque [3]. On pourrait rattacher à ce genre de traités didactiques le *Leekenspiegel* [4] et le *Dietsche doctrinael* de Van Maerlant [5], qui illustrèrent notre littérature nationale au XIII[e] siècle.

Les dictionnaires que produisit ce siècle sont :

1° le *Catholicon* de Balbi ou Jean de Gênes. Il contient, après quelques pages de grammaire : *Dictiones quae saepe inveniuntur in Biblia et in dictis sanctorum et etiam poetarum secundum ordinem alphabeti ordinate subjunctae*. Il fut imprimé pour la première fois à Mayence en 1460. « Puisque l'impression de toutes les parties de cet ouvrage a été, dès 1460, l'un des » premiers essais de l'art typographique, nous avons tout lieu de croire, » dit l'*Histoire littéraire*, qu'on en faisait depuis la fin du XIII[e] siècle un » très-grand usage. »

Cet ouvrage a été très-diversement apprécié par les savants : Érasme entre autres, le traite de pitoyable, tandis que d'autres auteurs distingués en font l'éloge [6].

[1] Cramer, *Gesch. d. Erz. u. d. Unterr. in den Niederl.*, p. 260.

[2] Il fut imprimé plusieurs fois sous le nom de Boëce, et parut vraisemblablement d'abord à Cologne (1485, in-fol.), ensuite à Louvain (1489, in-4°) et à Strasbourg (1491, in-4°) *et cum commentario notabili* (1495, in-4°). Cramer, *l. c.*, p. 206. — Baehr, *Gesch. d. Röm. Lit.*, t. II, p. 491-492, § 354, note 10.

[3] Cramer, *l. c.*, p. 260.

[4] Achevé en 1330.

[5] Achevé en 1343. Imprimé à Delft en 1489. Snellaert, *Verhandeling over de Nederlandsche dichtkunst in België*, p. 126-128.

[6] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 142-144. — Baron de Reiffenberg, 3[e] *Mém.*, p. 11-13. Voir surtout ce dernier philologue. — Cantu, *Hist. univ.*, t. XII, p. 667.

2° Le vocabulaire de Guillaume Breton : Guilielmi Britonis, *Ordinis fratrum minorum, opusculum difficilium vocabulorum Bibliae* [1];

3° Celui de Hugutio ou Ugutio, évêque de Ferrare, qui mit à contribution Papias et fut copié par Balbi [2];

4° Un dictionnaire *provençal latin* et un *Dictionarium locupletissimum*, en manuscrit (1286), cité par Montfaucon [3].

En 1466, parut un ouvrage très-important encore pour les études à cette époque et « destiné, comme le *Catholicon*, à faciliter l'intelligence des » Saintes Écritures, des hymnes sacrées et des homélies » : c'est le *Mammotrectus (mammetrectus, mammotractus)* ou *Gemma Gemmarum* de Jean de Garlandia ou Jean Marchesini.

Il eut l'approbation du caustique Érasme, c'est beaucoup dire. Il fut imprimé par Pierre Schoeffer en 1470 [4].

L'essor qu'avaient pris les langues modernes, aidé de l'imprimerie. donna enfin le jour à des dictionnaires qui n'étaient plus exclusivement conçus en langue latine.

Nous ignorons si, avant le XV[e] siècle, il y eut en Belgique des vocabulaires flamands; nous en doutons. Le premier *Dictionnaire latin-flamand* fut imprimé vers 1477, par Jean de Westphalie à Louvain : on faisait encore usage en Belgique du *Gemmula Vocabulorum*, imprimé à Anvers. en 1488, par Gérard Leeu, et en 1494 par T. Martens [5]. Parmi les livres élémentaires destinés à l'enseignement de la langue maternelle, les *Distiques de Caton* occupèrent encore le premier rang : Van Maerlant fait mention d'une traduction de cet ouvrage en langue thioise ou flamande, qui était très-répandue de son temps :

[1] Baron de Reiffenberg, 3[e] *Mém.*, p. 18-19. Nous n'oserions assurer, ajoute cet auteur, qu'il fût en usage en Belgique.

[2] *Ibid.*, p. 13-15.

[3] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 142-144.

[4] Baron de Reiffenberg, 3[e] *Mém.*, p. 15-16. . . . . *Mammetrectus vulgo corrupte dictus, quum vero nomine dicatur* Mammothreptos, *quasi dicas aviae alumnum. . . . . ut intelligas, in libro nihil inveniri praeter meras delicias; quod mammae, hoc est, aviae soleant indulgentius habere nepotes, quam matres liberos suos, etc. D. Erasmi Colloquia, Synodus Grammat. Lipsiae*, t. II, p. 92 (1829).

[5] Baron de Reiffenberg, 3[e] *Mém.*, p. 18-19.

Catho screef eenen bocc van seden,
Dien vint men in vele steden
In dietsche ghemaect.....

Il fut imprimé pour la première fois vers la fin du XV[e] siècle, à Anvers, chez Henrick Eckert Van Hombercli, sous le titre de : *Den dietschen Cathoen uten latine.*

Cette version paraît dater du XIII[e] siècle [1].

Il circula aussi une traduction thioise de *Donat*, ou du moins un poëme didactique revêtu de ce nom [2].

Les distiques de Caton furent traduits en français, vers 1145, par Éverard de Béthune [3].

L'étude des auteurs anciens n'était pas comprise dans le programme scolaire du moyen âge; cette sentence de Grégoire-le-Grand : *la même bouche ne peut contenir les éloges de Jupiter et ceux du Christ* [4] semble avoir été le mont Atlas de la littérature païenne.

Cultivée par quelques-uns, combattue par d'autres avec une ardeur égale, elle ne parvint jamais à s'asseoir publiquement dans la chair doctorale.

Il n'en était pas de même des poëtes chrétiens de l'âge d'argent. Plusieurs d'entre ceux-ci furent adoptés pour l'instruction de la jeunesse. On se servait surtout des poésies de *Prudence*, né à Saragosse en Espagne en 348, mort vers 415.

Ces poëmes sont :

1° *Liber Cathemerinon;*

[1] Snellaert, *l. c.*, p. 128.

[2] Voir Buddingh, *Gesch. van opvoeding en onderwys in de Nederlanden*, p. 96 et *passim*. Nous regrettons de ne pouvoir nous étendre un peu sur les opuscules en langue maternelle que l'on mettait à cette époque entre les mains des enfants. Buddingh range encore parmi les écrits de ce genre : *Het boekken van den Houte, ofte de drie gaerden* de Jacob Van Maerlant, imprimé à Anvers, *in de Cammerstrate, in den Mol, bi de weduwe van Henrick Peetersen van Middelburch.* Malheureusement nous n'avons pu nous procurer le *Geschied-en letterk. Mengelwerk*, dans lequel Buddingh traite de ces ouvrages.

[3] Cramer, *Niederl.*, p. 255-257.

[4] *Quia in uno se ore cum Jovis laudibus Christi laudes non capiunt. . . .* Mab., *Ann. Ben.*, t. I, l. 10, c. 2, p. 240-241, a. 601.

2° *Liber Peristephanôn;*

3° *Apotheosis;*

4° *Hamartigenia;*

5° *Psychomachia;*

6° *Libri duo contra Symmachum;*

7° *Diptychôn* [1].

L'évêque Baldéric d'Utrecht se servit des poésies de Prudence pour l'instruction de saint Brunon. Après avoir appris les principes de la grammaire, le jeune Brunon prit tant de goût à ces poésies, à cause de la religion sincère et de la grâce qu'elles respirent, qu'il les apprit non-seulement par cœur, mais s'attacha à en comprendre le sens intime [2]. Chrétien Druthmar, écolâtre à Stavelot, mentionne Prudence dans le commentaire qu'il rédigea pour ses élèves sur l'Évangile de saint Mathieu.

On se servait encore dans les écoles des poésies d'Alcimus Avitus, évêque de Vienne en France (m. 523) : *De mundi principio et aliis diversis conditionibus* [3]; des *Carmina* d'Arator, sous-diacre à Rome vers 550 [4]; de Juvencus, prêtre espagnol (vers 332) [5]; des *Épigrammata* de Prosperus

[1] Baehr, *Gesch. der röm. Lit.*, 1er suppl. — Band, p. 41-49. — Rudolf von Raumer, *Die Einw.*, p. 104-105.

[2] *Eo tempore, Bruno, generosa regum proles, annos circiter quatuor habens, liberalibus literarum studiis imbuenda Baldrico venerabili Episcopo, qui adhuc superest, Trajectum missa est. (Et infra eodem cap.) Deinde, ubi prima grammaticae artis rudimenta percepit, sicut ab ipso, in Dei omnipotentis gloriam, hoc saepius ruminante didicimus,* Prudentium *poetam, tradente magistro legere coepit. Qui sicut est et fide intentioneque catholicus, et eloquentia veritateque praecipuus, et metrorum librorumque varietate elegantissimus, tanta mox dulcedine palato cordis ejus complacuit, ut jam non tantum exteriorum verborum, verum intimi medullam sensus et nectar, ut ita dicam, liquidissimum, majori quam possit dici, aviditate hauriret. (Hactenus Rogerius.) Haec studiose adscripsi, ut intelligas quos libros docere curarit, aut docuerit ipse Baldericus, quantumque fructum in unico discipulo S. Brunone reportarit.* Chapeauville, *Anselm.*, t. I, p. 187. Nous ferons remarquer en passant que Chapeauville, et des savants modernes d'après lui, ont pris ici erronément l'évêque d'Utrecht (*Trajectum ad Rhenum*) pour celui de Liége (*Traj. ad. Mosam*). — Hist. litt. de France, t. IX, p. 144-147. (XIIe siècle.) — Mabillon en a fait aussi la remarque : *Quem nonnulli cum Baldrico Trajecti ad Mosam antistite, longe ante Brunonem vita functo, perperam confundunt.* Mab., *Ann. Ben.*, t. III, p. 5736.

[3] Rud. Von Raumer, *Die Einw.*, p. 102.

[4] *Ibid.*, *l. c.*

[5] *Ibid.*, p. 103.

l'Aquitain (m. vers 465)[1]; des *Carmina* de Sedulius (vers 430)[2]; de saint Paulin de Nole (m. 431)[3], et de Théopiste[4].

S'il faut en croire les auteurs de l'*Histoire littéraire de France*, il circulait aussi quelques auteurs profanes dans les écoles, savoir, au XIe siècle : *Chrysippe, Cicéron, Quintilien* et *Victorin-le-Rhéteur*, et au XIIe siècle : *Horace, Virgile, Salluste* et *Stace*[5].

Nous aimons encore à nous en référer, à cet égard, au jugement d'un de nos plus savants philologues : « Les anciens auteurs latins étaient à peine » connus, encore moins savait-on en apprécier le mérite relatif. Henri de » Gand, qui mourut en 1293, dit que de son temps l'*Alexandréide* de » Gautier de Lille leur était préférée dans les écoles[6]. »

Logique, dialectique, philosophie, métaphysique, morale.

Indépendamment des traités généraux de Marcianus Capella, de Cassiodore, d'Isidore de Séville, de Hraban Maur, d'Alcuin et de leurs commentateurs, on avait, depuis le IXe siècle, pour guides dans l'art du raisonnement un assez grand nombre d'écrits :

1° *Aristote*. En général on ne connaissait en Occident et on ne lisait, jusqu'au commencement du XIIIe siècle, que les écrits *logiques* d'Aristote, dans les traductions de Boëce et dans celle qu'on a attribuée à tort à saint Augustin, et qui, grâce à ce patronage, a joui d'une grande faveur. Boëce traduisit l'*Organon*, qui comprend :

a. In Aristotelis categorias libri IV (Κατηγορίαι);

b. In Aristotelis librum de interpretatione commentarr. minorr. libri duo et commentt. majorr. libri IV (Περι ἑρμηνείας);

[1] Rud. Von Raumer, *Die Einw.*, p. 103.

[2] *Ibid.*, p. 106. *Sedulius l'Ancien*, qui vécut vers 430.

[3] *Ibid.*, p. 106.

[4] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 144-147. (XIIe siècle.)

[5] *Ibid.*, t. VI, p. 64; t. VII, p. 122, et t. IX, p. 144-147.

[6] *Qui liber in scholis grammaticorum tantae dignitatis est hodie, ut prae ipso veterum poetarum lectio negligatur.* Baron de Reiffenberg, 3e *Mém.*, p. 17-18.

c. *Analyticorum priorum libri II* (Ἀναλυτικὰ πρότερα);

d. *Analyticorum posteriorum libri II* (Ἀναλυτικὰ ὕποτερα);

e. *Topicorum Aristotelis libri VIII* (Τοπικά);

f. *Elenchorum sophisticorum Aristotelis libri II* (Περὶ τῶν σοφιστικῶν ἐλεγχων) [1].

L'ouvrage qui passa longtemps sous le nom de saint Augustin, n'est autre que la traduction des Catégories d'Aristote [2];

2° *Saint Augustin* (345. m. 430). Les traités spéciaux de saint Augustin sur la dialectique et la philosophie, ont malheureusement péri. Son fameux ouvrage *De civitate Dei* et celui *De libero arbitrio* se trouvaient probablement entre les mains de tous les savants du moyen âge et étaient sans doute commentés et invoqués sans cesse, dans l'enseignement de la philosophie et de la théologie [3]. Rival d'Aristote dans les écoles, saint Augustin représente particulièrement le dogme catholique [4];

3° *Boëce* est un des hommes qui, conjointement avec Marcianus, Capella, saint Augustin et Aristote, a exercé une grande influence sur la didactique du moyen âge. Son caractère dominant est l'étude des philosophies de Platon et d'Aristote, dont il chercha, sous un certain rapport, à fondre les systèmes. C'est principalement par lui que la philosophie d'Aristote s'in-

[1] Pauly, *Real Encycl.*, Aristoteles, Boëthius. (*Zell.*)

[2] *Categoriae decem ex Aristotele decerptae.* Il circula encore, sous le nom de saint Augustin, deux autres écrits : *De grammatica* et *Principia dialecticae et rhetorices libri III.* Baehr, *Röm. Lit.*, 2er suppl., p. 241.

[3] Baehr, *Röm. Lit.*, 2er suppl., p. 260 et sqq.

[4] Rathier, évêque de Vérone, pour faire connaître que ce n'était point pour quelque erreur contre la foi qu'il avait été chassé de son siége, a soin d'établir (dans une longue lettre écrite de sa prison) ce qu'il croyait sur nos mystères, conformément au symbole attribué à saint Athanase, et *de protester qu'il n'avait point d'autre croyance que saint Augustin.* Hist. litt. de France, t. VI, p. 350. (Xe siècle.) Ailleurs, les Bénédictins de St-Maur, en citant la *Somme* de saint Thomas d'Aquin, où « *partout Aristote est cité comme le maître par excellence*, lui en font reproche et » disent : on a peine à concevoir comment l'un des plus habiles théologiens du christianisme » attribue en de telles matières, tant d'autorité à un philosophe païen, dont l'Église avait déjà » condamné quelquefois les livres. » *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 72-74. Nous ne citerons que *pour mémoire* la source du jansénisme et l'importance dogmatique de saint Augustin aux temps de la réforme. — Les disciples de Guillaume de Champeaux, voulant découvrir de l'hérésie dans les doctrines de Rupert de Liége, lui opposent des textes de saint Augustin, et Rupert, de son côté, se sert des mêmes textes pour appuyer l'hortodoxie de ses principes. Mab., *Ann. Ben.*, t. VI, p. 19-20, l. 73, c. 39, a. 1118.

troduisit dans la science du moyen âge, surtout dans son côté dialectique. Elle fut la première et principale source de la scolastique. Boëce naquit à Rome vers l'an 470 de notre ère; il étudia à Athènes pendant 18 ans la philosophie et la littérature grecques, et fut élevé plus tard aux plus grands honneurs à la cour de Théodéric. Il eut une fin malheureuse : il fut décapité, en 524, pour des raisons politiques.

Outre la traduction de l'*Organon* d'Aristote, Boëce traduisit ou composa plusieurs autres ouvrages de logique :

a. In Porphyrii Isagogen de praedicabilibus a Victorino translatum, libri II;
b. Commentarium in Porphyrium a se translatum, libri V;
c. In Topica Ciceronis, libri VI;
d. Introductio ad categoricos syllogismos, libri I;
e. De syllogismo categorico, libri II;
f. De syllogismo hypothetico, libri II;
g. De divisione, libri I;
h. De definitione, libri I;
i. De differentiis topicis, libri IV[1].

Mais l'ouvrage le plus important de Boëce, est le *De consolatione philosophiae*, en 5 livres, qu'il composa pendant son emprisonnement, peu de temps avant sa mort. Il est conçu en forme de dialogue entre Boëce et la philosophie. Celle-ci lui apparaît dans sa prison et lui apporte des consolations, en lui faisant entrevoir une Providence, une sagesse divine qui régit l'univers; elle lui démontre qu'il ne convient pas de se plaindre des vicissitudes du sort, que les biens terrestres sont périssables, que l'homme ne doit chercher son bonheur que dans ce qui est immuable, que le bonheur enfin ne consiste que dans la vertu, et que, par conséquent, le méchant est toujours malheureux et que l'homme vertueux seul doit être réputé heureux. Cet écrit est donc une espèce de théodicée, ayant pour but de concilier la bonté divine avec l'existence du mal, et de prouver la coexistence de la divine Providence et du libre arbitre de l'homme. La philosophie platonicienne en constitue le fond.

[1] Pauly, *Real Encycl.* — Ch. de Rémusat, *Abélard*, t. I, p. 372-373.

Le *De consolatione philosophiae* était généralement répandu au moyen âge; non-seulement on l'expliquait dans les écoles, non-seulement il était le livre des savants, mais il fut aussi le livre le plus populaire du moyen âge, le livre de la bourgeoisie. Alfred-le-Grand (871-901) le traduisit en langue anglo-saxonne; il en existe une imitation en langue romane, que M. Raynouard a placée dans la deuxième moitié du Xe siècle [1]; on en fit une traduction haut-allemande à St-Gall, au commencement du XIe siècle; il en subsiste une ancienne traduction flamande en manuscrit à Paris, et il paraît avoir été translaté dans la plupart des langues modernes [2];

4° *Platon.* Valère André a avancé que Mannon ou Nannon de Frise, qui enseigna à l'école palatine sous Charles-le-Chauve, commenta les livres *De coelo, de mundo*, et la *Morale universelle* (l'Éthique d'Aristote), ainsi que *les Lois* et *la République* de Platon.

« Il ajoute que ces commentaires se trouvaient autrefois dans les bi-
» bliothèques de Hollande et de Frise [3]. »

On attribue aussi à Scot Erigène un commentaire sur *la Morale* d'Aristote [4].

Il ne paraît pas cependant que ces ouvrages aient été fort répandus, et leur usage dans l'enseignement n'est nullement constaté.

5° *Beda.* On croit pouvoir attribuer à ce savant des *Sententiae seu Axiomata philosophica*, extraits des philosophes anciens et principalement d'Aristote, et un écrit : *Ex selectis Ciceronis sententiis liber*, tiré des œuvres philosophiques de Cicéron [5];

6° *Hraban Maur* avait fait des gloses : *In Porphyrium et Aristotelem de Interpretatione* [6];

7° *Alcuin* composa, sous forme de dialogues entre lui et Charlemagne, un abrégé de la logique, intitulé : *De Dialectica.* Cet écrit se recommande

[1] Baehr, 3er suppl., p. 63.
[2] Pauly, *Real Encycl.* — Baehr, *Boëthius.*
[3] *Hist. litt. de France*, t. V, p. 658. — Ch. de Rémusat, *l. c.*
[4] Ch. de Rémusat, *l. c.*
[5] Pauly, *Real Encycl.*
[6] Baehr, *Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 423.

par sa clarté et ne porte pas l'empreinte de ces subtilités qui caractérisent les scolastiques [1];

8° *Porphyre*. Nous venons de mentionner les traductions avec commentaires que Boëce fit de ce philosophe. Il fut encore commenté au Xe siècle par Gerbert [2].

Odon d'Orléans composa pour ses élèves de l'école de Tournay, sur la fin du XIe siècle, trois traités de dialectique : *le Sophiste*, *Des conclusions et conséquences*, *De l'être et de la chose*. Il leur expliqua le *De consolatione philosophiae* de Boëce, auquel il substitua ensuite le *De libero arbitrio* de saint Augustin [3].

Au XIIe siècle, Guillaume de Conches « donna un corps entier de » *philosophie*, où il semble que les philosophes de ce siècle puisaient, » comme les canonistes dans le décret de Gratien, et les théologiens dans » le recueil de Pierre Lombard [4]. »

Au traité sur *la dialectique* ou *la logique*, attribué à saint Augustin, et à ceux d'Aristote, vinrent s'ajouter, au XIIIe siècle, la *Summula logica* de Pierre d'Espagne, « qui avait l'avantage d'être la plus courte, » et *une dialectique* de Jean Holywood ou Sacro Bosco [5].

La dynastie des Abassydes en Arabie, qui, dès le VIIIe siècle, donna un grand essor à l'étude des sciences, avait fait traduire en Perse les ouvrages grecs de médecine, de mathématiques et d'histoire naturelle qu'on put y découvrir, et parmi ceux-ci les œuvres d'Aristote. Ces versions furent faites, soit directement sur les sources grecques, soit indirectement sur des traductions syriaques. Avicenne (*Al Rays*) s'érigea parmi les Abassydes, vers 1160, en principal commentateur d'Aristote, tandis que Averrhoës (*Ibn Roschd.*) se distingua, vers 1170, par des études analogues parmi les Ommiades en Espagne.

Les populations chrétiennes de l'Espagne, la Sicile, le midi de la France, communiquèrent ces conquêtes littéraires à l'Europe occidentale,

[1] Baehr, *l. c.*, p. 339.

[2] *Hist. litt. de France*, t. VI, p. 65.

[3] Voir *Cathédrale de Tournai*.

[4] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 183-187.

[5] *Ibid.*, t. XVI, p. 103-104.

et, vers 1230, Michel Scot traduisit Aristote de l'arabe en latin. Vers la même époque, l'empereur Frédéric II envoya des traductions latines des écrits *logiques, physiques* et *mathématiques* de ce philosophe à l'Université de Bologne et à d'autres écoles [1].

Cependant Aristote resta toujours le maître par excellence et il constituait presque sans bornes la puissance intellectuelle au XIII[e] siècle. Ses écrits qui, jusqu'alors n'avaient été connus qu'en partie et par les traductions de Boëce, furent enfin connus en entier et présentés d'une manière plus fidèle.

Vers 1270, saint Thomas d'Aquin fit exécuter par le dominicain belge Guillaume Van Moerbeke (Guillaume de Brabant), sur les originaux, une traduction nouvelle des œuvres d'Aristote, qui porte le nom de *Translatio vetus* et qui, par sa fidélité littérale, jouit de l'autorité des manuscrits grecs même. Cette traduction latine fut seule étudiée et expliquée dans la suite. Ce n'est que vers l'époque de la renaissance des lettres au XV[e] siècle, qu'il surgit de nouvelles traductions et qu'on étudia Aristote dans le texte original.

Saint Thomas d'Aquin écrivit aussi des commentaires sur les œuvres d'Aristote.

Le dominicain Albert-le-Grand publia des études sur Aristote, avec des analyses étendues et, tout en conservant les divisions établies par Aristote, il eut soin de donner séparément ses propres additions [2].

Avec le XIII[e] siècle, on commença, paraît-il, à lire dans les écoles de Paris la *Métaphysique* d'Aristote, *nouvellement apportée de Constantinople* [3].

Quadrivium *ou sciences mathématiques : Comput (arithmétique et calcul en général), astronomie, musique.*

Il existait aussi des écrits spéciaux sur ces matières, dont il y a tout lieu de croire qu'on faisait usage dans les écoles :

[1] Pauly, *Real Encycl.*, Aristoteles.

[2] *Ibid.*, et les sources y citées.

[3] Ch. de Rémusat, *Abélard*, t. I, p. 330. (Rigord; — Launoy, *De varia Aristotelis fortuna*, c. I, p. 174.) Note 2 : « Je crois ce fait acquis à l'histoire. »

1° Le traité : *Computus Paschalis seu de indictionibus, cyclis solis et lunae, etc.*, de Cassiodore [1];

2° Le *De figuris et nominibus numerorum et de nummis ac ponderibus ad Symmachum liber*, de Priscien [2];

3° Un ouvrage de saint Augustin : *De musica* [3];

4° Les traités de Boëce :

a. Arithmetica, en 2 livres, d'après le grec *Nicomachus;*

b. De Geometria, 2 livres, dont le premier n'est qu'une traduction d'*Euclide;*

c. De musica, en 5 livres, rédigé principalement sur des écrits de philosophes pythagoriciens [4];

5° Ceux de Beda :

a. De computo;

b. De divisionibus temporum;

c. De arithmeticis numeris;

d. De diversis speciebus numerorum et mensa Pythagorica;

e. De arithmeticis propositionibus;

f. Libellus de asse et partibus ejus et de ratione calculi;

g. De numerorum divisione;

h. De loquela per gestum digitorum et de temporum ratione. (L'art d'exprimer de grands chiffres au moyen des doigts [5].)

i. De ratione computi;

j. Decem novales circuli;

k. De cyclo paschali;

l. De mundi coelestis terrestrisque constitutione;

m. De circulis sphaerae et polo;

n. De planetarum et signorum ratione, etc.;

o. De tonitruis;

[1] Pauly, *Real Encycl.* (Baehr.)

[2] *Ibid.*

[3] *Ibid.*

[4] *Ibid.*

[5] Cet écrit est contesté.

p. Mensura horologii;

q. De temporibus ratione (sic);

r. De temporum liber (sic);

s. De paschae celebratione liber seu de aequinoctio verno [1];

6° On attribue aujourd'hui à un autre *Beda* les traités suivants :

a. De ratione unciarum;

b. De argumentis lunae computus vulgaris;

c. Musica theoretica et practica seu mensurata [2].

7° Le traité du *comput* d'Alcuin, intitulé : *De cursu et saltu lunae ac bissexto* [3].

8° Celui de Hraban Maur : *De computu.*

Il ne sera pas inutile, croyons-nous, de donner ici la description de ce traité qu'on trouve dans l'*Histoire littéraire de France*, par les Bénédictins de St-Maur. Elle fait parfaitement connaître la portée de ces sortes d'écrits : .... « — Traité *du calcul* ou supputation des temps que Hraban composa au » mois de juillet 820, comme il le dit lui-même, à la prière d'un moine » nommé Macaire..... Comme le sujet qu'il y traite a ses épines et ses em- » barras, il a choisi le genre de dialogue et divisé sa matière en 96 cha- » pitres, afin d'en rendre la lecture moins rebutante. Il y entre dans un » grand détail, jusques là même qu'il s'arrête quelquefois à des minu- » ties. Mais on s'aperçoit qu'il écrivait pour des commençants comme » pour d'autres plus avancés, et qu'il fallait les mettre au fait de tout ce » qui regarde la science dont il entreprend de traiter. Il la donne pour la » maîtresse de toutes les autres sciences, et dit que sans elle tout est enve- » loppé dans une aveugle ignorance et que tous les faits se trouvent con- » fondus. En traitant la première partie de cette science, qui est *l'arithmé-* » *tique,* Hraban s'arrête à faire connaître *les chiffres à l'usage des Grecs et des* » *Romains*, et *les figures* dont ils se servaient *pour marquer les différents poids.* » Il passe de là à ce qui regarde *le temps et ses parties :* sur quoi il explique » en abrégé la manière dont les anciens peuples comptaient *les mois et les*

[1] Baehr, *Röm. Lit.*, 2er suppl., p. 478-479.

[2] Baehr, *l. c.*

[3] *Ibid.*, 3er suppl., p. 340.

» *années.* Au travers de ce qu'il dit ici, on voit qu'il admettait des atomes, » et qu'il croyait la matière divisible jusqu'à l'infini. Il vient ensuite *à » l'astronomie ou l'observation du cours du soleil et du mouvement des autres corps » célestes.* Il croit que non-seulement la lune, mais que les étoiles aussi » n'ont qu'une lumière empruntée du soleil. Quelque éclairé que fût Hraban » d'ailleurs, il ne laisse pas de donner dans *l'astrologie judiciaire*, comme » il le fait voir dans ce traité. Du reste, il montre partout beaucoup d'éru- » dition. Il avait lu, pour le composer, les auteurs profanes comme les » autres. Il cite entre les premiers Pitheas de Marseille, soit que ses écrits » subsistassent encore alors, soit qu'il ne le cite que d'après d'autres qui » en rapportaient quelques endroits. On a déjà observé plus d'une fois » que *le sujet dont traite cet écrit, était fort au goût du siècle de Hraban*, où l'on » écrivit beaucoup sur cette matière. On se proposait pour but principal » dans cette étude, *la connaissance des temps, afin de découvrir le véritable jour » où il fallait célébrer la fête de Pâques et de fixer les autres solennités qui en » dépendent* [1]; »

9° Le traité du *Comput* de S. Adalhard, abbé de Corbie (né vers 755 m. 826) [2];

10° Celui de Hincmar, archevêque de Reims, sur le même objet (né vers 806, mort en 882) [3];

11° Les traités de Hériger de Lobbes, pour l'intelligence de *l'Abacus* de *Gerbert et celui sur les Cycles de Pâques* [4];

12° Les écrits de Hucbald de St-Amand, *sur la musique :*

a. De harmonica institutione;

b. De musica enchiriadis;

c. Commentatio brevis de tonis et psalmis modulandis [5].

[1] *Hist. litt. de France*, t. V, p. 182-183. — Baehr, *Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 425.

[2] *Ibid.*, t. V, p. 585.

[3] *Ibid.*

[4] *Epistolaris responsio de cyclo 1° pascali, et ejusmodi contra Dionysium exiguum abbatem.* — Hist. litt. de France, t. VII, p. 207. — Goethals, *Lectures*, t. II, p. 15-26.

[5] Imprimés dans les *Scriptt. eccles. de Musica sacra* (1784, 4), t. I, p. 104 et suiv., 152 et suiv., 213 et suiv. — Baehr, *Röm. Lit.*, 3er suppl., p. 534. — Goethals, *Lectures*, t. I, p. 1-9.

13° Le traité du *Comput* et le traité *Sur la quadrature du cercle* de Francon de Cologne, écolâtre à Liége[1];

14° Le *Liber decennalis* ou *Computus ecclesiasticus* de Sigebert de Gembloux [2].

THÉOLOGIE. — *Saintes Écritures; Droit canon; Hymnes; Saints Pères; Histoire des Saints et de l'Église; Ouvrages ascétiques.*

A défaut de renseignements particuliers à la Belgique, sur la marche pratiquée dans l'enseignement de la Bible, ainsi que sur les gloses et les livres scolaires en usage dans l'étude de la théologie, nous empruntons à M. Rudolf Von Raumer les précieuses données qu'il a recueillies pour l'Allemagne sur cette partie de nos investigations [3]. Elles sont le fruit de longues et consciencieuses études; elles sont basées sur des preuves positives, et quoiqu'elles aient pour objet direct l'Allemagne méridionale et le haut-allemand, elles ne sont pas moins applicables à notre pays, au point de vue général.

Le livre par excellence, l'étude principale, était la Bible [4]; c'était sur la Bible que, du VIII[e] au XI[e] siècle surtout, se portait toute l'activité des professeurs et des élèves. On n'attendait pas pour s'y livrer qu'on eût d'abord achevé des études générales; on se mettait à étudier la Bible dès qu'on savait lire et qu'on possédait les premières notions de l'art d'écrire et de la grammaire latine.

On commençait alors par les livres les plus faciles. Les explications se donnaient partie en latin, partie en haut-allemand [5]. Il semble qu'on dé-

[1] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 18. — Launoi, *De scholis ecl.*, c. 25, p. 106.

[2] Foppens, *Bibl. Belg.*

[3] *Die Einwirkung des Christenthums auf die althochdeutsche Sprache.* Stuttgart, 1845, p. 218 et suivantes.

[4] *Fundamentum autem, status et perfectio prudentiae scientia est sanctarum scripturarum* (Hraban Maur, *S. Instit. cler.*, t. III, p. 2, col. 628, ed. Hittorp.)

[5] *Voyez* l'auteur même sur les gloses, p. 82 *et passim.* Généralement, dit Von Raumer, le texte biblique est accompagné d'une explication continue des mots latins dans laquelle les gloses allemandes sont insérées; ou, si on l'aime mieux, le texte est accompagné d'une explication dont la langue est un mélange de mots allemands et latins.—J. Grimm, *Gött. Gel. Anz.* 1835, p. 911,

butait ordinairement par la Genèse; on parcourait ensuite tout l'Ancien Testament et une partie du Nouveau. Les Évangiles sont souvent traduits en entier en langue allemande, afin, sans doute, de préparer le futur ecclésiastique à l'explication de l'Évangile au peuple. On trouve aussi des gloses latino-allemandes sur les Épîtres de saint Jacques, de saint Pierre, de saint Jean et de saint Jude, ainsi que sur les épîtres de saint Paul : cependant quelques-uns des principaux commentaires de la Bible ne donnent presque pas de gloses allemandes sur ces dernières, qui sont généralement en latin : preuve certaine qu'on ne les lisait d'ordinaire qu'avec les élèves les plus avancés, auxquels on les expliquait en latin seulement. « Les gloses haut-allemandes interlinéaires sont le produit immédiat de l'activité pédagogique du moyen âge; elles prouvent qu'on » s'efforçait à obtempérer aux prescriptions émanées de Charlemagne et » des conciles, au sujet de l'instruction des prêtres. » Le professeur, pour se faciliter la tâche durant la leçon, écrivait dans le texte biblique en interlinéaire des explications. Un manuscrit glosé de la sorte tenait lieu d'ouvrage didactique. C'était un précieux trésor, qui pouvait servir successivement à plusieurs générations. Souvent aussi on écrivait les interprétations dans des volumes séparés en forme de commentaires-manuels. Comme les élèves, à cause de la rareté et de la grande cherté des livres, devaient souvent, durant les leçons, se servir du même exemplaire que le professeur, on leur cachait parfois le sens des gloses, en employant des caractères symboliques [1] : il existe un grand nombre de manuscrits pareils en haut-allemand.

Le professeur avait également besoin de recueils alphabétiques de gloses, qu'il pût consulter, lorsqu'un mot peu ordinaire lui était échappé; on possède de même beaucoup de ces glossaires alphabétiques latino-allemands.

mentionne l'existence à Bruxelles d'une *rhétorique de S[t]-Gall* du XI[e] siècle, et contenant des passages en haut-allemand. (Rud. Von Raumer, p. 74.)

[1] Souvent au lieu de la voyelle, on se servait de la consonne qui la suit dans l'ordre de l'alphabet; ainsi, on écrivait *b* pour *a*, *f* pour *e*, etc. *Nkdbrnkgp*=*Nidarnigo*, dans un codex de Munich du IX[e] siècle, représente le mot *adoravero*. On remplaçait quelquefois aussi la voyelle par la deuxième consonne. Rud. Von Raumer, *Die Einw.*, p. 81.

Parmi les livres dont on se servait dans les écoles monastiques, après la Bible, il en est trois qui, à juste titre, méritent le premier rang. Ce sont les *poésies de Prudence* [1], les *Canones apostolorum et conciliorum* [2] et le *Liber pastoralis* de Grégoire-le-Grand [3].

Ces trois ouvrages caractérisent le véritable esprit des études théologiques de cette époque. Prudence représente l'amour de la poésie chrétienne. Ses hymnes et celles de saint Ambroise forment en quelque sorte, avec les auteurs lyriques chrétiens [4], le livre des cantiques du clergé au moyen âge.

Les *Canones* sont la source principale du droit canonique; tandis qu'ils apprenaient au prêtre sa position dans l'Église, le livre de *saint Grégoire* l'instruisait dans les devoirs inhérents à ses fonctions pastorales.

Tels étaient les livres les plus usités dans les écoles cléricales du moyen âge, du VIIIe au XIe siècle. On comprenait encore dans le cercle de l'enseignement : les saints Pères : saint Augustin, Beda, saint Jérôme, et principalement saint Grégoire-le-Grand, dont les *Vies des Saints* (*Dialogi*) et les *Homélies* étaient très-répandues. On lisait encore des extraits des anciens historiens de l'Église, des légendes, des offices ecclésiastiques d'Isidore, enfin divers ouvrages ascétiques, entre autres le traité *De Virginitate* de l'anglo-saxon Aldhelm (m. 709), qui était très-recherché dans les monastères [5].

[1] Les gloses allemandes de Prudence viennent immédiatement après la Bible pour leur importance numérique, quoiqu'il y ait néanmoins encore une très-grande distance entre celles-ci et les gloses de la Bible. Cette différence est du double, tant l'étude des saintes Écritures surpassait celle des autres matières! Nous avons trouvé vingt et un manuscrits de Prudence avec des gloses allemandes, et ce nombre représente à peu près le double de tous les auteurs classiques romains pourvus de gloses allemandes. Ces auteurs romains sont : Horace, Juvénal, Perse, Salluste, Térence et Virgile. (Rud. Von Raumer, *l. c.*, p. 104.)

[2] Les gloses allemandes des *canones* sont au nombre de seize. Elles prouvent le zèle qu'on mettait à instruire dans le droit canon des élèves qui ne possédaient pas encore assez la langue latine pour pouvoir se passer du secours de la langue maternelle. (Rud. Von Raumer, *l. c.*, p. 114.)

[3] Les manuscrits avec gloses allemandes de cet ouvrage sont au nombre de dix-sept, toutes du VIIIe au XIe siècle. (Rud. Von Raumer, *l. c.*, p. 109.)

[4] Ces lyriques sont : Alcimus Avitus, Arator, Juvencus, Prosper, Sedulius, saint Paulin de Nole, les *Versiculi* de saint Valentin et les hymnes de saint Ambroise. (Rud. Von Raumer, *l. c.*, p. 102 et suiv.)

[5] Rud. Von Raumer, *l. c.*, p. 218 et suiv., *et passim.*

Nous avons vu la *marche* suivie dans l'étude de la Bible. Il importe surtout de connaître la *méthode* qui y présidait.

Dans le système dominant qui guida les savants et les écolâtres pendant tout le cours du moyen âge, on s'attacha de préférence à l'interprétation spirituelle, allégorique, morale et même mystique des Saintes-Écritures : pour cette méthode, on négligeait généralement l'étude littérale, grammaticale, philologique et historique. Le chef de cette première école était saint Augustin, le père de la théologie scolastique. Elle se fortifia et se maintint par le goût et par l'esprit des temps.

C'est dans ce sens que sont rédigés presque tous ces nombreux commentaires qui surgirent dans la suite. Beda, Alcuin, Hraban Maur, Walafried Strabon, Smaragde, Haymon, Angelome, Remy d'Auxerre, Florus, Atton, sont les principaux représentants de cette tendance.

La *méthode historique* qui, à côté de l'exégèse essentiellement spirituelle, désirait une interprétation critico-rationnelle, qui tendait à faire précéder les études par l'intelligence grammaticale du texte, eut cependant aussi des sectateurs de mérite. Tels furent Chrétien Druthmar, écolâtre à Stavelot, Paschasius Radbert, deux élèves de Corbie; Odon de Cambrai et Vazelin II, abbé de St-Laurent, à Liége [1]. Cette méthode plus positive, préconisée surtout *par des maîtres belges,* semble dessiner ainsi, depuis des temps fort reculés, les caractères propres du Nord et du Midi.

« Chrétien Druthmar expliqua dans les monastères de Stavelot et Mal-
» médy, l'*Évangile de saint Mathieu,* mais ayant remarqué que ses élèves
» n'avaient pas retenu ses explications, malgré qu'il les eût plusieurs fois
» répétées, il les rédigea par écrit, en suivant la même méthode que celle
» dont il s'était servi dans l'explication de vive voix. Il suivait le texte de
» verset à verset; et il dit lui-même dans le prologue : qu'il s'attacha
» plus au sens littéral qu'au spirituel, pour la raison qu'il lui paraissait
» absurde de rechercher le sens spirituel d'un livre sans en connaître le
» sens littéral, puisque celui-ci étant le fondement de l'autre, on doit
» commencer par s'en instruire, faute de quoi on ne parviendra jamais à

[1] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 203-206.—Baehr, *Röm. Lit.*, 3er suppl., § 109.

» acquérir une parfaite intelligence du sens spirituel. Cette manière de » procéder en s'attachant au sens littéral, lui a ouvert un grand champ » pour y faire entrer ce qu'il savait de l'histoire sacrée et profane, et qui » convenait à ce sujet [1]. »

Le milieu du XI[e] siècle vit naître, avec la scolastique, une troisième méthode qui exerça une funeste influence sur les études, en ce que, par ses excès, elle distrayait les esprits de tout travail long et sérieux. Ce nouvel élément fut l'introduction dans l'interprétation de la Bible, de la dialectique et de la métaphysique.

« On regarde communément Lanfranc et Anselme, son disciple, comme » les pères de cette nouvelle méthode [2]. »

Rappelons-nous que ces mêmes hommes furent combattus dans leurs doctrines par Adelman et Rupert de Liége.

Dans ce siècle, parurent les *Sommes de théologie* ou *Livres des sentences.* Le plus célèbre de ces ouvrages fut celui de Pierre Lombard. « Ceux qui » enseignèrent la théologie dans les siècles suivants, ne prirent point » d'autre texte que le *Livre des sentences* pour lire et expliquer à leurs » écoliers [3]. » Le *Maître des sentences* servit à l'enseignement de la théologie à l'Université de Louvain jusqu'en 1596, année où il fut remplacé par la *Somme de saint Thomas d'Aquin* [4]. Parmi les nombreux commentateurs de Pierre Lombard se distinguent saint Thomas, saint Bonaventure, Albert-le-Grand, Augustin Triomphe, Jean Duns, Scot et nos compatriotes : *Simon de Tournay* et le franciscain *Gautier de Bruges*, qui est lui-même auteur d'une *Somme de théologie* (vers 1250) [5]. Nous ne pouvons passer sous silence un autre ouvrage qui, du XII[e] au XVI[e] siècle, eut encore une

[1] *Hist. litt. de France*, t. V, p. 87. Il y a dans le texte : *Studui autem plus* historicum *sensum sequi quam* spiritalem : *quia irrationabile mihi videtur spiritalem intelligentiam in libro aliquo quaerere et historicum penitus ignorare : cum historia fundamentum omnis intelligentiae sit et ipsa primitus quaerenda et amplexenda, et sine ipsa perfecte ad alia non possit transiri.* — Baehr, *Röm. Lit. in Kar. Zeit.*, suppl. 3, p. 402-404.

[2] *Hist. litt. de France*, t. VII, p. 147-148.

[3] *Ibid.*, t. IX, p. 209-212.

[4] Valère André, *Fasti*, p. 79.

[5] *Hist. litt. de France*, t. XVI, p. 71-72.

grande vogue dans les écoles de théologie : c'est l'*Historia scholastica* de *Petrus Comestor* ou *Pierre-le-Mangeur*[1].

Au siècle suivant, les bonnes études théologiques avaient totalement dépéri en France. A la théologie morale se substitua l'art des casuistes, et Guibald de Stavelot mérita seul d'être cité pour son étude assidue et édifiante des saints Pères[2].

A cette époque, Hugues de St-Cher publia la première *Concordance des Saintes-Écritures*, dans laquelle il groupa tous les textes où un même mot est employé et les disposa dans un ordre alphabétique[3].

En droit canonique, on suivit, depuis le XIIe siècle, la *Collection de décrets de Gratien*[4], et l'Université de Louvain continua à en faire usage.

Étienne, évêque de Tournai, qui avait étudié la jurisprudence à Bologne, fut réputé au commencement du XIIIe siècle, un des premiers canonistes de France[5].

Nous croyons avoir réuni dans cet aperçu sur les matières et sur les méthodes d'enseignement, tout ce qu'une prudente critique permet, ce nous semble, d'attribuer aux études en Belgique. Nous avons tâché de suppléer au silence presque constant de nos annales, au sujet de l'enseignement, en appliquant aux écoles belges ce qui se pratiquait à l'étranger; mais toujours nous nous sommes attachés à distinguer ce qui en pouvait être affirmé avec certitude de ce qui n'était fondé que sur une grande probabilité. D'ailleurs, on ne doit pas se faire illusion sur le moyen âge; le voile qui le couvre à nos yeux, est un peu l'effet que produit la distance. Ce qui dans cette assertion est vrai, sous des rapports de la plus haute importance, l'est aussi pour la communication des savants entre eux, pour la dispersion des livres. Les routes qui sillonnaient l'Europe au moyen âge étaient peu nombreuses,

[1] *Hist. litt. de France*, t. IX, p. 209-212. La Bible scolastique a été traduite en vers flamands par Van Maerlant, sous le titre de *Rymbybel*.

[2] *Ibid.*, t. IX, 206-208. « Rien de plus édifiant que l'ardeur avec laquelle il lisait ces ouvrages, » et la manière dont il parle du respect qu'il avait conçu pour leur doctrine. »

[3] *Ibid.*, t. XVI, p. 70.

[4] *Ibid.*, p. 74.

[5] *Ibid.*, p. 75.

mauvaises et dangereuses. Et nonobstant cela, nous trouvons, dès le VIII[e] siècle, les bons ouvrages répandus sur toute la surface du monde chrétien; de Rome à Tours, à Liége, à Utrecht, à Hambourg; de Fulde et S[t]-Gall, à Yorck et Cantorbéry; au X[e] siècle, nous trouvons toute la librairie scolastique de l'époque jusqu'à Skalholt en Islande [1]. C'est qu'à côté des distances et des dangers, il y avait le dévouement de la foi et aussi le dévouement de la science; il y avait de plus une langue unique, une religion universelle. « Les peuples germaniques et romains, dit Karl Von » Raumer, avaient au moyen âge, à part leur caractère national propre, » un caractère européen commun (*Ranke's Päbste*, I, 34 vgl. A. W. Schlegel, » *An die südlichen Dichter*). Ils formaient en même temps, sous le rapport » intellectuel, un royaume unique et universel. C'était surtout le lien de » l'Église qui les embrassait tous. Ce qui y contribuait beaucoup aussi, » c'est que le Pape, comme l'Empereur et les Rois, avaient, dans le latin, » une langue européenne commune pour l'Église et pour l'État. Tous les » prêtres parlaient et écrivaient le latin. Des prêtres allemands pouvaient » être préposés dans l'Église d'Angleterre et de France, et réciproque- » ment [2]. » Nous pourrions nous étendre beaucoup sur les voyages et sur les communications scientifiques du moyen âge : nous devons nous borner ici à constater qu'un livre utile, en quelque coin de l'Europe qu'il existât, était bientôt entre les mains de tous les savants.

Alors, comme aujourd'hui, un certain choix d'ouvrages éminents constituait le fonds général de toute bibliothèque. Autour de ces grands maîtres venait s'échelonner, dans une sphère plus circonscrite, plus locale, variant suivant le pays, la province ou l'école, la foule des auteurs et commentateurs secondaires. Ainsi, de nos jours, les livres élémentaires d'un mérite non universel, varient d'après l'esprit des établissements, le goût des professeurs et souvent même d'après des influences qui ne sont pas toujours désintéressées.

[1] On y rencontre même le *De arte amandi* d'Ovide.

[2] Karl Von Raumer, *Gesch. der Pädagogik vom wiederaufblühen klassischer Studien, u. s. w.* Stuttgart, 1843, t. I, § 1. *(Mittelalter.)*

TABLE DES MATIÈRES.

PARTIE HISTORIQUE.

I. Aperçu général sur l'état de l'instruction dans la Gaule, et particulièrement en Belgique, pendant les règnes de Charlemagne, de Louis-le-Débonnaire et de Charles-le-Chauve.

ÉCOLES CATHÉDRALES ET MONASTIQUES.

(VIIIe-IXe siècle).

II. État de l'instruction publique en Belgique, depuis l'époque carolingienne jusqu'à la décadence des études dans notre pays.

(IXe-XIIe siècle.)

Évêché de Liége.

Diocèse de Liége.

ÉCOLES MONASTIQUES.

Évêché d'Utrecht.

ÉCOLES CATHÉDRALES, CHAPITRALES ET MONACALES.

—

Diocèses de Cambray et de Tournay.

CATHÉDRALE DE TOURNAY ET MONASTÈRE DE St-MARTIN.

—

III. Écoles chapitrales ou communales, écoles latines, écoles élémentaires.

1° Diocèses de Liége et d'Utrecht;
2° — de Cambray et de Tournay.

(XII[e] au XV[e] siècle.)

IV. Les belges professant et étudiant aux universités étrangères.

UNIVERSITÉ DE LOUVAIN.

(XII[e] siècle. — 1426).

V. Coup d'oeil sur les écoles des Hiéronymites, ou frères de la vie commune.

(1390.—XVIe siècle.)

PARTIE DIDACTIQUE.

LIVRES; MATIÈRES; MÉTHODE.

Trivium : *Grammaire; rhétorique; vocabulaires; auteurs classiques.*

Logique; dialectique; philosophie; métaphysique; morale.

QUADRIVIUM OU SCIENCES MATHÉMATIQUES : *Comput (arithmétique et calcul en général); astronomie; musique.*

ERRATA.

—

Page 9, note 1. Concile de Lestines, *en Cambrésis;* lisez : aujourd'hui le village des Estines, *près de Binche.*
62, lig. 16. Le célèbre *Albert;* lisez plutôt : *Olbert.*
63, » 19. *Thierri;* lisez plutôt : *Théodéric.*
79, » 3. *Les Saints on dit;* lisez : *les Saints ont écrit.*
112. Les renseignements tirés de la chronique de Nicolas Altaterra paraissent être inexacts. L'*Histoire de Bruxelles*, par MM. Henne et Wauters, t. I, page 29, nº 1, ne mentionne pas de châtelain de Bruxelles du nom de Léon Vander Aa, dans la liste des châtelains dressée d'après des documents authentiques.

FIN.

SECONDE NOTICE

SUR

DES ANTIQUITÉS GALLO-ROMAINES

TROUVÉES

DANS LE HAINAUT;

PAR

M. ALEXANDRE PINCHART,

SECOND COMMIS AUX ARCHIVES DU ROYAUME.

(Lue à la séance du 10 janvier 1848.)

SECONDE NOTICE

SUR

DES ANTIQUITÉS GALLO-ROMAINES

TROUVÉES

DANS LE HAINAUT.

Fidèle à la promesse que nous avons faite dans notre première notice nous venons présenter à l'Académie le tableau d'une foule de nouvelles localités du Hainaut, où des vases, des médailles ou d'autres objets d'antiquités ont été récemment trouvés [1].

Havré. En 1844, on a recueilli sur le territoire de cette commune une trentaine de monnaies, module grand bronze, aux effigies des empereurs Antonin-le-Pieux, Marc-Aurèle, et Faustine, sa femme.

Nimy. M. Ch. Petit possède une pièce en argent, module ordinaire, trouvée dans ce village, sur un terrain qui avoisine l'ancienne chaussée romaine de Bavai à Utrecht par Assche [2] : *Avers :* IMP. CAEL. SEP. SEV. PERT. AVG. COS. II.—*Revers :* CERER. F. AVG. Cérès debout.

Maisières. A droite et à gauche de la chaussée de Mons à Bruxelles, et près de cette même chaussée de Bavai à Utrecht, dite chemin d'Enghien, entre la barrière appelée *le Grenadier* et les premières maisons de

[1] Nous n'avons point prétendu, comme on pourrait l'inférer du rapport de M. Roulez (voy. *Bull. de l'Acad.*, t. XV, n° 5), donner ici une liste *complète* des découvertes d'antiquités faites dans le Hainaut ; nous le remercions cependant d'avoir rappelé à notre souvenir la trouvaille de Liberchies, dont ce savant a entretenu l'Académie (voy. les *Bull.*, t. X).

[2] Cette chaussée est appelée *piécente de Bavai* au midi de Mons, et *chemin d'Enghien* au nord de cette ville : à partir d'Hyon, elle formait un grand coude vers l'Est et se dirigeait de là sur Nimy.

Maisières, les débris de tuiles, de potiches, d'urnes cinéraires, de vases de toute espèce abondent, et chaque année la bêche et la charrue amènent la découverte de quelques morceaux de bronze et de plusieurs médailles.

Si jusqu'aujourd'hui l'on n'a recueilli que peu d'objets entiers parmi cette quantité de débris plus ou moins curieux, il est hors de doute qu'une fouille opérée avec ordre aurait les plus heureux résultats.

Selon le rapport des ouvriers qui travaillaient sur un de ces champs où l'établissement de la sucrerie de Nimy fait annuellement creuser pour y planter des betteraves, on y a trouvé une petite statuette en bronze et d'autres ornements de moindre importance du même métal. Ils nous ont encore assuré qu'à la profondeur de trois ou quatre pieds, il existait une chaussée. Cette chaussée n'est autre que la route de Bavai à Utrecht.

La plupart des médailles que l'on a trouvées à Maisières sont des grands bronzes et appartiennent aux empereurs Domitien, Nerva, Antonin-le-Pieux, Faustine, sa femme, Alexandre-Sévère, Gallien et Aurélien. M. Eug. Accarain, à Mons, possède un Nerva moyen bronze : *Av.* DIV. NERVA TRAIAN. AVG ......—*Rev.* TR. POT. COS. II. Femme assise. Un grand bronze d'Alexandre-Sévère existe dans la même collection : *Av.* IMP. ALEXANDER PIVS AVG.—*Rev.* MARS VICTOR. Mars marchant tenant une haste et un bouclier; dans le champ : S. C.

M. Désiré Toilliez et moi nous nous sommes rendus plusieurs fois à Maisières; nous y avons recueilli :

1° Des fragments d'urnes et de vases de diverses formes et de pâtes différentes;

2° Des débris d'amphores;

3° Des fragments d'autres poteries fines et d'une pâte grise ou noirâtre, polie à l'extérieur;

4° Des morceaux de scories métalliques, de verre noirâtre ayant subi l'action du feu, de roche ardoisière ottrélithique, d'ossements humains, etc.

Plus heureux que nous, M. Alb. Toilliez a rencontré dans de semblables investigations un morceau de bracelet et deux fibules en bronze, et une petite coupe en terre rouge sigillée, quelque peu garnie d'ornements, et sur laquelle on lit le nom du potier : CLEMENS.

Casteau. Dans l'hiver de 1846 à 1847, différents vases et urnes, et une quarantaine de monnaies, grand bronze, du IIe siècle, ont été trouvés dans le bois de Casteau vers Saint-Denis [1].

Obourg. Une médaille en argent d'Alexandre-Sévère, ramassée dans un

[1] La pièce suivante existe aux Archives du royaume (archives des finances, carton intitulé : *Académies civiles et médailles d'Étrennes*, n° 1205). C'est le rapport qu'adresse le conseiller-avocat-fiscal de Hainaut au Gouvernement à Bruxelles, sur une trouvaille de monnaies faite à Casteau, et dont le fisc prétendait avoir une partie à titre de *bien épave*, d'après les chartes du pays. Nous croyons que cette trouvaille n'est autre que celle dont le marquis du Chasteler a entretenu l'Académie en 1787 (voy. notre première notice, p. 10).

« Messeigneurs,

» Comme Vos Seigneuries Illustrissimes, par leur dépêche du vingt-six de ce mois, me mandent qu'elles désirent que je tâche de leur donner des notions détaillées sur des médailles d'argent qu'on leur a dit avoir été trouvées en remuant la terre sur la bruyère de Casteaux, je crois être en état de les appaiser pleinement à cet égard, en leur joignant ici la déclaration que m'a faite aujourd'hui le mayeur de ce lieu, de laquelle on voit qu'on a trouvé, pendant cet hiver, quantité de médailles sur la jurisdiction du seigneur de la Roquette, dont il m'en a montré trois de la grandeur d'une plaquette, mais épaisses du double; sur l'une desquelles on trouvoit cette inscription : IOVI STATORI, et sur le revers : GORDIANVS PIVS BEL. PVG.

» Ces médailles ne sont pas d'argent, mais d'un métal en composition qui a la couleur et la ressemblance à l'argent, et qu'on regarde pour le gras bronze.

» Il y a cinq ou six ans qu'on a encor trouvé sur les bruïères dites de Brocqueroye ou d'Hasnon, dont celle de Casteaux est censée faire partie, une certaine quantité de médailles de cuivre ou laiton, ou composition approchant, telles que celles qu'on voit communément qui ont été fabriquées par les anciens Romains.

» Dans une partie desdites bruyères, le long du chemin de Mons à Enghien, à la distance de cinq quarts de lieue de Mons, sur la gauche, en bêchant la terre, on a découvert, à un ou deux pieds de profondeur, quelques centaines de pots ou urnes funéraires, toutes de matière argilleuse, les unes vernissées, les autres d'argille simple.

» Ces urnes contenoient des fragmens d'os qui paroissoient avoir été brûlés, et dans le fond de la plupart de ces pots, surtout de ceux vernissés, il y avoit, une, deux et quelquefois trois médailles, jamais plus : dans ceux non vernissés, il ne s'en trouvoit régulièrement aucune.

» Le locataire défructuateur de cette partie a vendu une quantité de ces médailles à des fondeurs de Mons, qui les lui ont païées à raison de vingt pattars à la livre, et qui les ont fondu pour faire des boucles et des chandeliers, et qui en ont revendu à quelques curieux au prix de sept, huit et dix pattars la pièce.

» Ayant sçu dans le tems cette trouvaille, et la vente faite aux fondeurs, j'avois offert à ce fermier-cultivateur de lui païer à un bon prix chaque des médailles qu'il pourroit m'apporter; mais je n'en ai pu avoir que deux que j'ai envoïées au marquis du Chasteler.

» J'ai encor appris, il y a cinq à six ans, qu'un autre fermier-cultivateur d'un terrein scitué à portée du précédent, en relevant un fosset, avoit trouvé un pot qui s'était fracturé en le touchant, et qu'il y avoit trouvé à peu près plein deux chapeaux de médailles de la même cathégorie que les autres, et qu'il les avoit secrètement vendues à un fondeur de Mons au prix de quinze pattars la livre. J'ai vu chez ce fondeur plusieurs de ces médailles.

» J'estime, parmi ce, d'avoir fourni l'éclaircissement que Vos Seigneuries Illustrissimes m'ont demandé, relativement à la trouve des médailles dont il s'agit.

» Du depuis l'on vient de me remettre une de ces médailles que je joins ici pour que Vos Seigneuries Illustrissimes puissent appercevoir ce que c'en est.

» Je suis, etc.

(*Signé*) L.-J. Papin.

» Mons, le 30 avril 1784. »

champ, vis-à-vis de la maison de campagne de M. Coppée, fait partie de la collection de M. Van Miert, à Mons.

Ghlin. En 1841, des ouvriers, en creusant pour le tracé du chemin de fer de Bruxelles à Mons, mirent au jour un squelette enterré debout, et trois pièces de monnaies. Deux étaient indéchiffrables; la troisième fut attribuée à Faustine, femme de Marc-Aurèle, ou à Lucille, femme de Lucius Verus.

Baudour. Un vase qui contenait plus de 600 monnaies, module grand bronze, a été découvert, en 1839 ou 1840, en défrichant un petit bois près du hameau de Malgarni. M. Van Miert fit l'acquisition de la plus grande partie de ce trésor : elles se rapportent aux empereurs Vespasien, Sabine, femme d'Adrien, Antonin-le-Pieux, Faustine, sa femme, Marc-Aurèle, Faustine, sa femme, Lucius Verus, Lucille, sa femme, Commode et sa femme Crispine. L'enfouissement paraît donc avoir eu lieu sous les règnes de ces derniers, c'est-à-dire entre les années 180 à 193.

Villerot. Deux différentes trouvailles ont été faites, en 1841 et 1842, sur le territoire de cette commune. La première consistait en monnaies d'argent aux effigies des empereurs Septime-Sévère, Gallien et sa femme Salonine; la seconde se composait de quatre vases qui renfermaient quelques centaines de médailles d'or, d'argent et de bronze, des règnes d'Antonin-le-Pieux, Faustine, sa femme, Alexandre-Sévère, Sabina Tranquillina, femme de Gordien-le-Pieux, Philippe, père et fils, M. Otacilia-Severa, Dèce, Etruscilla, sa femme, Herennius, Hostilien, Gallus, Volusien, Émilien, Valérien, Gallien, Salonine, sa femme, Valérien-le-Jeune et Posthume. (Collection de M. Van Miert.)

Wasmes. Les travaux de déblai pour la construction d'un chemin de fer ont amené à la surface des débris de tuiles, une urne cinéraire et quelques pièces de monnaies; le tout a probablement fait partie d'une sépulture.

Wasmuël. De semblables travaux ont fait découvrir, en 1841, plusieurs médailles à l'effigie de différents empereurs romains.

Pâturages. Au midi de cette commune, dans l'endroit appelé le *Castiau dé Diale* (Château du Diable), on a trouvé une meule à bras, différents vases et des monnaies d'argent et de bronze.

Boussu. En construisant le chemin de fer de l'État, on a recueilli dans le parc du château de Boussu, plusieurs pièces, module grand bronze, et une pièce d'or d'Adrien.

Dour. La collection de M. Van Miert renferme des pièces d'argent des règnes d'Auguste, de Vitellius, d'Adrien, d'Antonin-le-Pieux, de Marc-Aurèle et de Faustine, sa femme, trouvées sur le territoire de cette commune.

Élouges. Le P. Lambiez parle, dans son *Histoire monumentaire du nord des Gaules,* t. I[er], p. 240, d'une éminence sablonneuse parsemée de débris d'anciens édifices, qui existe dans le territoire d'Élouges et qui paraît, dit-il, montrer l'emplacement d'un temple consacré à Éleusis. Sans discuter la valeur de cette opinion, nous ferons remarquer que ces débris d'antiquités prouvent au moins la présence d'habitations.

Audregnies. On y a trouvé un tuyau cylindrique en terre cuite, dont nous possédons des fragments.

Hensies. Des débris de tuiles et de vases ont été remarqués sur divers champs du côté de Montrœul-sur-Haine.

Montroeul-sur-Haine. Déjà dans notre premier mémoire nous nous sommes hâté de faire part à l'Académie (séance du 7 février 1847) de la découverte d'un trésor faite dans ce village, au mois de décembre 1846. D'après la note que M. le curé Dartevelle nous communiqua, les pièces du module grand bronze appartiennent aux règnes de Trajan, Adrien, Sabine, sa femme, L. Ælius, Antonin-le-Pieux, Faustine, sa femme, Marc-Aurèle, Faustine, sa femme, Lucius Verus, Lucille, sa femme, Commode, Crispine, sa femme, Septime-Sévère, Julia Domna, sa femme, Alexandre-Sévère et Gordien-le-Pieux. Les pièces d'argent, qui, pour la plupart, étaient bien conservées, portaient les effigies de Trajan, Commode, Crispine, sa femme, Cl.-Sept. Albin, Septime-Sévère, Julia Domna, sa femme, Caracalla, Géta, Macrin, Diaduménien, Elagabale, Julia Mæsa, son aïeule, Julia Soæmias, mère d'Elagabale, Julia-Cornelia Paula, sa première femme, Alexandre-Sévère, Julia Mamæa, sa mère, Maximin, Balbin, Pupien, Gordien-le-Pieux, Philippe, père, M. Otacilia-Severa, Philippe, fils, Dèce, Etruscilla, sa femme, Herennius, Hostilien, Gallus, Volusien, Valérien, père, Gallien, Salonine, sa femme, Valérien, fils, et Posthume.

Toujours officieux, M. le curé Dartevelle nous donna, dans sa lettre du 30 juillet 1847, les plus grands détails sur la découverte récente, faite dans la même localité, de plus de 200 sépultures, et sur les objets si curieux et si variés qu'elles contenaient. M. Schayes a rendu compte à l'Académie, dans un des derniers bulletins, de l'exploration que nous avons faite à Montrœul, conjointement avec lui et en société de M. D. Toilliez.

Pommeroeul. En creusant les fondations de l'établissement des hauts-fourneaux vers 1839, les ouvriers ont trouvé une lampe en terre cuite, des médailles romaines, des urnes cinéraires qui furent brisées, et des os d'animaux fossiles.

Peruwelz. On lit dans les *Mémoires et Publications de la Société des Sciences, des Arts et des Lettres du Hainaut*, t. III, 1842-1843, la note suivante que nous reproduisons, parce qu'elle a trait à notre sujet : « M. L'Hoest nous » a fait connaître le résultat inattendu de fouilles qu'il a fait pratiquer » sur le territoire de cette ville; elles ont mené à la découverte d'antiqui- » tés consistant pour la plupart dans des vases et des médailles qui sem- » blent accuser la présence en ce lieu d'une cité ou bourgade romaine » des premiers temps de l'Empire. »

Quevy-le-Petit. M. Eug. Accarain, à Mons, possède cinq pièces de billon, module ordinaire, trouvées sur le territoire de cette commune vers Havay. En voici la description :

Gordien-le-Pieux.

Rev. FELICIT. TEMP. La Félicité debout, tenant un caducée et une corne d'abondance.

Philippe, père.

Av. IMP. M. IVL. PHILIPPVS AVG. — *Rev.* AEQVITAS AVGG. L'Équité debout avec ses attributs.

Posthume.

Rev. LAETITIA AVG. Une trirème.
Rev. HERC. DEVSONIENSI. Hercule nu debout, tenant la massue et les dépouilles du lion.

Rouveroy. Près de la Trouille, qui forme à cet endroit la limite des royaumes de France et de Belgique, existe un emplacement connu sous le nom de *Castelet de Rouveroy*. M. Piérart, professeur au collége de Maubeuge, a eu l'extrême obligeance de nous faire parvenir le tracé de cette partie de terrain qui offre la plus grande analogie possible avec la construction ordinaire des camps romains. La dénomination que la tradition a conservée, et les objets que l'on a découverts prouvent qu'il y a eu dans cet endroit un poste militaire sous l'Empire. Si l'aspect physique de ce camp a été, par la suite des siècles, quelque peu modifié, on ne peut s'empêcher de reconnaître, à la première vue, le plateau, les circonvallations, les ravins, et même les portes. Nous joignons ici le dessin de M. Piérart, qui a essayé de reconstituer quelque peu la forme primitive de ce camp, sans toutefois altérer celle qu'il conserve encore aujourd'hui.

On sait que la chaussée romaine de Bavai à Tongres, dite *chaussée Brunehaut,* passe sur le territoire du village de Rouveroy.

Vellereille-lez-Brayeux. Dans la *Gazette de Mons* du 2 mai 1847, on lit : « Il y a quelques jours, des ouvriers terrassiers occupés au déblai pour la construction de la route de Binche à Merbes-le-Château, ont trouvé dans le bois de Pincemaille, à un mètre et vingt-cinq centimètres de profondeur, plusieurs objets d'antiquités consistant en poteries, monnaies, etc. »

Estinnes-au-Val. M. Ch. Petit a acquis, vers 1840, une centaine de monnaies de bronze, module quinaire, qui avaient été trouvées près de la chaussée Brunehaut. Ces monnaies paraissent avoir été enfouies vers le milieu du Ve siècle : toutefois, le mauvais état de conservation des pièces qui appartiennent aux successeurs de Valens ne nous a point permis de les reconnaître. Nous faisons suivre ici la description des plus beaux exemplaires :

Gallien.

Rev. ABVNDANTIA AVG. Femme debout versant des richesses d'une corne d'abondance.

Rev. APOLLINI CONS. AVG. Centaure tirant de l'arc.

Rev. FORTVNA REDVX. Fortune debout tenant un gouvernail et une corne d'abondance.

Rev. VOLVNTAS AVG. Femme debout; dans le champ : XI.

Rev. PAX AVG. Femme debout tenant une branche de laurier et une haste transversale.

Rev. IOVIS STATOR. Jupiter Stator debout.

Rev. SECVRITAS. Femme debout.

Rev. DIANAE CONS. AVG. Chèvre debout.

Rev. VBERTAS AVG. Femme debout tenant une corne d'abondance.

Victorin.

Av. IMP. C. VICTORINVS P. F. AVG. — *Rev.* SALVS AVG. Femme debout.

Rev. SALVS AVG. Figure militaire debout.

Tetricus, père.

Av. IMP. TETRICVS P. F. AVG. — *Rev.* HILARITAS AVGG. Femme debout tenant une corne d'abondance.

Rev. SALVS AVGG. Femme debout.

Rev. SPES PVBLICA. L'Espérance debout.

Rev. LAETITIA AVGG. Femme debout tenant une couronne de la main droite.

Rev. VICTORIA AVG. La Victoire marchant.

Rev. FIDES MILITVM. Femme debout.

Tetricus, fils.

Rev. SPES PVBLICA. Figure militaire.

Rev. PAX AVG. La Paix debout.

Rev. PIETAS AVG. Instruments de sacrifice.

Rev. SALVS AVG. Femme debout.

Claude II.

Rev. VICTORIA AVG. La Victoire passant.

Rev. GENIVS EXERCIT. Génie debout tenant une patère et une corne d'abndaonce.

Rev. ANNONA AVG. Femme debout tenant des épis et une corne d'abondance.

Quintillus.

Av. IMP. C.M. AVR. CL. QVINTILLVS AVG. — *Rev.* FIDES MILIT. Femme debout.

Probus.

Av. IMP. C. PROBVS P.F. AVG. — *Rev.* PAX AVG. La Paix debout; à l'exergue : IIII.
Av. IMP. C. M. AVR. PROBVS AVG. — *Rev.* MARS VICTOR. Mars nu marchant, tenant une lance et portant un trophée sur l'épaule; à l'exergue : II.

Licinius, père.

Av. IMP. LIC. LICINIVS P.F. AVG. — *Rev.* IOVI CONSERVATORI AVGG. N.N. Jupiter Nicéphore debout, ayant un aigle à ses pieds; dans le champ : AI.
Av. IMP. LICINIVS AVG. — *Rev.* PROVIDENTIAE AVGG. Castre prétorienne; à l'exergue : SMHB.

Constantin-le-Grand.

Av. IMP. CONSTANTINVS AVG. — *Rev.* SOLI INVICTO COMITI. Le soleil; dans le champ : S. F.; à l'exergue : PLN.
Av. CONSTANTINVS AVG. — *Rev.* PROVIDENTIA F. AVG. Castre prétorienne surmontée du labarum.

Crispus.

Av. CRISPVS NOB. CAES. — *Rev.* CAESARVM NOSTRORVM. Une couronne au milieu de laquelle on lit : VOT. V.

Constantin II.

Av. CONSTANTINVS IVN. NOB. C. — *Rev.* GLORIA EXERCITVS. Deux figures militaires debout armées d'une haste et d'un bouclier; entre elles, deux enseignes militaires; à l'exergue : TR. P.

Valens.

Av. D.N. VALENS P.F. AVG. — *Rev.* GLORIA ROMANORVM. Un homme traînant un enfant par les cheveux; à l'exergue : SNA. Q. S.

Nous rappelons, en terminant l'article d'Estinnes-au-Val, que le

P. Lambiez fait mention [1] d'une pierre haute de quatorze pieds, large de six, et épaisse de trois, qui existait à Bray, village voisin. Il ajoute qu'elle fut détruite en 1755, et que les fragments furent employés aux réparations d'un aqueduc.

Waudrez. Les *Mémoires et publications de la Société des sciences, arts et lettres du Hainaut* [2] relatent encore une communication faite par M. François. Voici ce qu'on lit : « A gauche de la chaussée Brunehaut, de Bavai à » Tongres, on a découvert plusieurs puits en grès, qu'a fait nettoyer » M. le comte de Robiano. On y a trouvé plusieurs médailles à l'effigie » des premiers Césars, et des débris de meules en pierre volcanique » ayant probablement appartenu à des moulins à bras. »

Anderlues. M. Sadin, aspirant des mines, nous a dit que, vers 1838, on avait rencontré dans une sablonnière, et à une profondeur de trois ou quatre pieds, une quarantaine de petites potiches en terre grise.

Thuin. En travaillant au chemin de fer d'Erquelines à Manage, on a trouvé, en 1846, plus de 200 monnaies d'argent, qui embrassent les règnes de Septime-Sévère à Philippe, fils (193 à 259). M. Van Miert, qui s'en procura une grande partie, possède entre autres celle-ci, qui n'est pas la moins curieuse : *Av.* Tête laurée : IMP. MANT. GORDIANVS AFR. AVG. —*Rev.* PROVIDENTIA AVGG. Femme debout appuyée sur un piédestal et tenant une corne d'abondance de la main gauche.

Landelies. Dans la séance de l'Académie du mois de février 1787 [3], l'abbé Ghesquière lut une lettre de Gérard, abbé d'Aulne, qui lui annonçait la découverte de sépultures romaines dans l'endroit dit *Hamiau*, situé à une lieue du monastère, sur le haut des montagnes qui bordent la rive gauche de la Sambre, au-dessous du champ et hameau de Monceau, entre Marchiennes-au-Pont et Landelies. L'abbé Gérard écrivait que ces monuments étaient composés de quatre grandes tuiles à rebords, et qu'ils renfermaient, outre plusieurs vases cinéraires, tous recouverts d'un plateau en terre blanche, des médailles d'Antonin-le-Pieux, deux fioles

[1] *Hist. monum. du nord des Gaules*, t. Ier, 154.
[2] Année 1838, p. 18.
[3] V. *Anciens Mémoires de l'Acad.*, t. V.

lacrymatoires en verre, avec deux anses chacune, un fer de flèche ou de javeline en bronze, etc.

Courcelles. Nous trouvant à Courcelles l'année dernière, il nous revint en mémoire que le marquis du Chasteler avait, en 1787, communiqué à l'Académie [1] une note relative à des antiquités recueillies sous le pied d'un vieux chêne, au hameau de Rianwels. Un vieux paysan auquel nous nous adressâmes, se rappela ce fait et nous dit que l'on trouvait assez souvent, sur le territoire de la commune de Courcelles, des monnaies et des poteries.

Viesville. Plusieurs habitants de ce village conservent encore aujourd'hui, au dire d'une personne digne de foi, des mords de brides, des morceaux d'armes, des tuiles, des potiches, etc., qui proviennent d'une découverte d'antiquités faite depuis quelques années.

Liberchies. A diverses reprises, on y a ramassé à fleur de terre des monnaies et des grains d'ambre provenant de colliers.

Tel est le résultat de nos investigations archéologiques en Hainaut [2]. Nos deux mémoires réunis présentent un total de trente-cinq communes où des antiquités de la période gallo-romaine ont été découvertes jusqu'ici [3]. En présence de ces faits, on est amené à conclure que notre pays était donc bien plus peuplé, à l'époque de la domination romaine, et même à l'arrivée de César, que les auteurs ne l'ont avancé. Une autre déduction que l'on peut encore en tirer, c'est que les habitations n'étaient point toutes alors construites sur des terrains élevés, et à l'abri des eaux, mais qu'on les établissait aussi dans des endroits marécageux, tels qu'à Montrœul-sur-Haine, Tertre, etc. Il est vrai cependant que l'aspect physique de notre pays a considérablement changé, et que nous ne devons pas-

[1] *Anc. Mém. de l'Acad.* V, fol. LXV, séance du mois d'octobre 1787.

[2] Nous devons ici remercier MM. Van Miert, Dartevelle, curé de Montrœul-sur-Haine, Alb. Toilliez, Ch. Petit, Eug. Accarain, et particulièrement MM. Désiré Toilliez et Piérart, pour leurs bienveillantes communications.

[3] M. Désiré Toilliez est revenu, dans ses deux *Notices sur des antiquités découvertes dans le Hainaut* (*Bull. de l'Acad.*, t. XV, n° 8, et t. XVI, n° 6), sur plusieurs localités dont nous parlons dans ce mémoire. Nous y renvoyons pour les curieux détails qu'il a ajoutés aux faits que nous connaissions.

nous étonner de rencontrer des traces d'habitations là où existent aujourd'hui des marécages, et même dans des terrains que nos documents historiques nous renseignent comme n'ayant été que prairies, marais et waressaix [1].

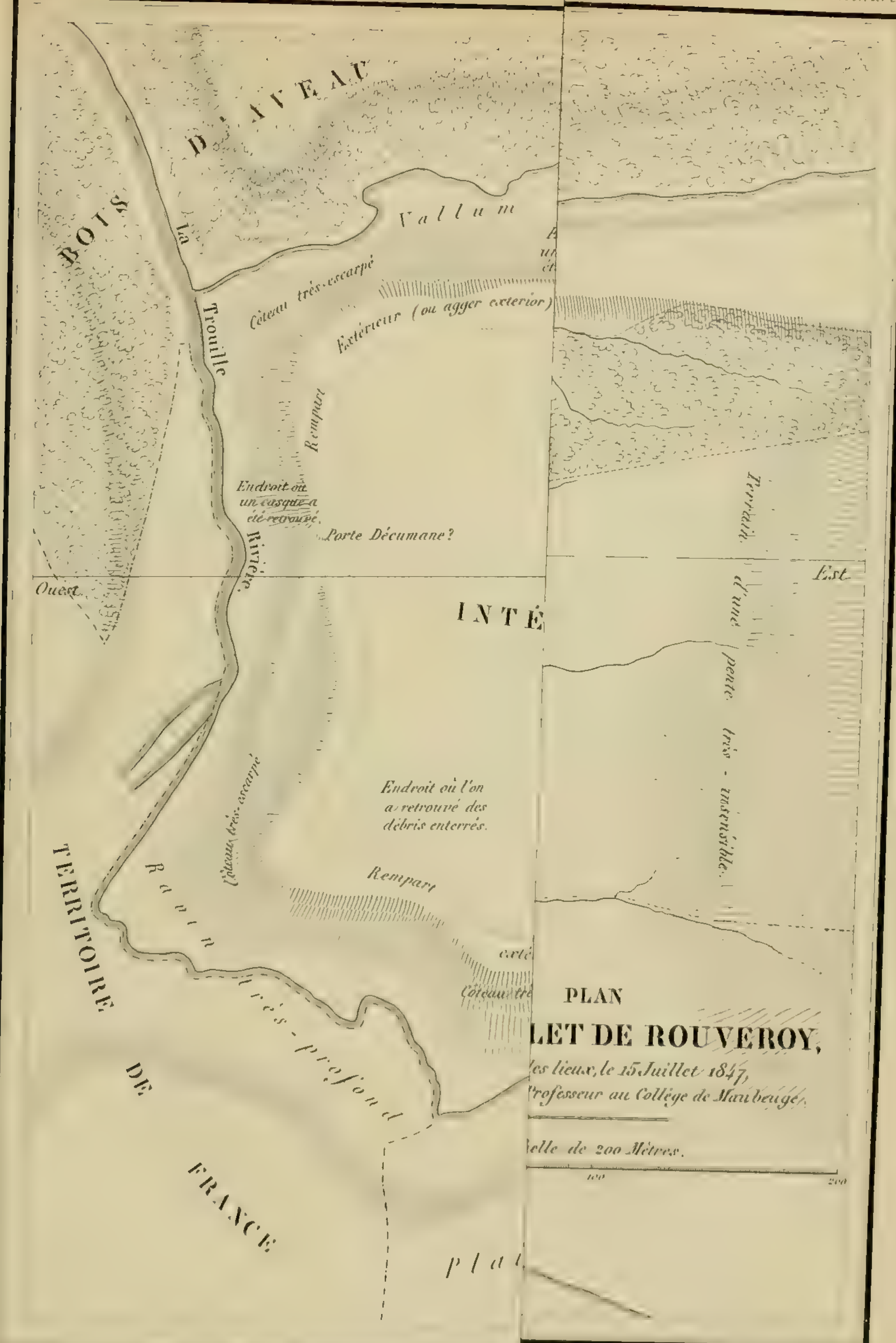
Avant de terminer, nous mentionnerons les localités de l'arrondissement d'Avesnes où l'on a fait des découvertes semblables à celles qui sont le sujet de nos mémoires. Il nous paraît utile d'en donner la liste d'après un ouvrage fort rare en Belgique [2], afin de faciliter l'étude d'une époque de notre histoire sur laquelle l'on a déjà beaucoup écrit, et qui est encore restée bien obscure. Ces communes sont : Bas-Lieu, Bavai, Bellignies, Berlaimont, Elesnes, Eth, Etrœungt, Ferrière-la-Grande, Floursies, Hargnies, Jeumont, les Fontaines, Pont-sur-Sambre [3], Ruesmes, Sains, Saint-Hilaire, Saint-Remi-mal-Bâti, Saint-Vaast, Solre-le-Château, Vieux-Reng et Waudrechies.

[1] Ordonnance concernant la répartition des dépenses faites pour le desséchement des prairies de Baudour, Hautrage, Ville et Pommerœul, situées à la rive droite de la Haine, et pour celui des prairies de Montrœul et de celles d'Hensies, situées à la rive gauche de la même rivière, etc. etc., 1775. (Le comte JOSEPH DE SAINT-GENOIS, *Monuments anciens*, I, CXXX.) — Voir aussi *Placards, édits et ordonnances concernant les chartes générales du Haynaut*, et le mémoire de M. A. Lacroix sur le *Défrichement des terrains vagues, marais, bruyères et waressaix en Hainaut*, BELGIQUE COMMUNALE, août 1847.

[2] *Annuaire statistique du département du Nord, rédigé par MM.* DEMEUNYNCK *et* DEVAUX, *employés de la Préfecture.* Les volumes des années 1836, 1837 et 1838 contiennent des *Notes historiques et statistiques*, excessivement intéressantes, *sur les communes de l'arrondissement d'Avesnes.*

[3] L'année dernière, le Gouvernement belge a acquis pour le musée d'antiquités, d'armures et d'artillerie, un grand et beau trépied-lampadaire en bronze, et une énorme lampe du même métal, récemment découverts, avec plusieurs autres objets, au village de Pont-sur-Sambre (le *Locus Quartensis* désigné dans la Notice de l'Empire).

FIN.


BOIS D'AVEAU
la
Trouille
Rivière
Vallum
Côteau très-escarpé
Extérieur (ou agger exterior)
Rempart
Endroit où un casque a été retrouvé.
Porte Décumane?
Ouest
Est
INTÉ
Terrain d'une pente très-insensible.
Endroit où l'on a retrouvé des débris enterrés.
Côteau très-escarpé
Rempart
TERRITOIRE DE FRANCE
Ravin très-profond
Côteau trè
PLAN
LET DE ROUVEROY,
les lieux, le 15 Juillet 1847,
Professeur au Collège de Maubeuge.
helle de 200 Mètres.
100
200
plat

Nord

BOIS D'AVEAU

Vallum naturelle

Endroit où un casque a

(ou agger exterieur)

la Trouille

Porte

Porte Décumane

Rivière

Est

INTÉRIEUR DU CAMP

Puits bouché

Porte

TERRITOIRE DE FRANCE

Ravin très-profond

Porte Prétorienne

Champ

Vallum

Plaine de Malegne

Sud

PLAN

DU CASTELET DE ROUVEROY,

dressé sur les lieux, le 15 Juillet 1847,

par M. PIÉRART, Professeur au Collège de Maubeuge

Echelle de 200 Mètres

100

NOUVELLES CONSIDÉRATIONS

SUR

LE LIBRE ARBITRE,

PAR

M. J. TISSOT,

PROFESSEUR DE PHILOSOPHIE A LA FACULTÉ
DE LETTRES DE DIJON

(Mémoire présenté à l'Académie, dans sa séance du 7 février 1849.)

NOUVELLES CONSIDÉRATIONS

SUR

LE LIBRE ARBITRE.

En lisant ce titre, beaucoup de gens ne manqueront pas de s'en tenir là. On a tant écrit déjà sur la liberté, que ceux qui ne savent qu'en penser, ceux qui y croient comme ceux qui n'y croient pas, s'imaginent généralement qu'il n'y a plus rien à dire, et que ce qu'on peut faire de mieux, c'est de rester dans son doute ou dans sa persuasion. Mais d'où vient cependant que les opinions ne sont pas unanimes sur ce point? Ce dissentiment n'accuse-t-il pas assez haut l'obscurité du fait, l'insuffisance des recherches, et l'erreur même quelque part? D'un autre côté, cette question manque-t-elle d'intérêt philosophique, moral et religieux? Il pourrait donc se faire qu'il y eût plus de suffisance et de légèreté que de raison dans ce parti pris de ne plus s'occuper d'une question, sous prétexte que ceux qui l'ont traitée jusqu'ici n'ont pas encore réussi à s'entendre.

Quant à nous, nous ne pouvons que nous applaudir d'avoir lu, étudié même avec soin l'un des travaux les plus sérieux et les plus complets qui aient été faits sur ce sujet, nous voulons parler d'un certain nombre de chapitres consacrés à cette question dans les *Méditations critiques sur l'homme et sur Dieu*, par M. Gruyer. Nous aussi, nous aurions pu dire que nos idées étaient arrêtées, que nous n'avions plus rien à apprendre sur ce

sujet, d'autant plus que nous avions à différentes fois publié nos réflexions sur le libre arbitre. Mais nous connaissions par d'autres écrits tout ce qu'il y a de pénétration, de bonne originalité, de candeur et de sincérité parfaite dans la manière de philosopher de M. Gruyer. Une première lecture nous a fait sentir la nécessité d'en entreprendre une seconde. Mais cette fois, c'est la plume à la main que nous l'avons faite. Nous avons voulu nous rendre compte de la valeur des raisons alléguées par M. Gruyer contre une des convictions les plus universellement partagées, et les plus importantes au point de vue moral. C'est donc une appréciation (je n'ose dire une réfutation) des objections si inflexiblement soulevées et poursuivies par M. Gruyer que nous allons tenter dans les paragraphes suivants.

§ 1er.

DE L'ACTIVITÉ.

Il ne faut pas confondre le *mouvement* et *l'activité* : le mouvement n'est que le déplacement du corps dans l'espace, que ce déplacement s'exécute en vertu d'une force étrangère, et qu'ainsi le corps déplacé soit entièrement passif dans son mouvement même, ou qu'il ait lieu en vertu d'une force interne qui animerait le corps.

Un corps qui est mû purement et simplement n'est donc pas un corps agissant : pour qu'il agît, il faudrait qu'il se mût lui-même, qu'il eût en lui le principe de son mouvement. Y a-t-il des corps actifs? C'est une question que nous n'avons pas à résoudre. Ceux qui font de la force l'essence de toutes choses ne peuvent manquer d'admettre qu'elle est aussi la substance dernière des corps, la raison de leur impénétrabilité tout au moins.

Nous distinguons très-nettement en nous plusieurs sortes de mouvements : ceux des fonctions de la vie végétative et animale, telles que la respiration, la circulation, etc.; ceux qui tiennent aux lois générales des corps, par exemple, le mouvement de gravitation ou de chute lorsque

nous perdons l'équilibre; le mouvement mécanique ou d'impulsion extérieure; enfin le mouvement que nous imprimons à notre corps.

Les trois premières sortes de mouvements sont appelés involontaires, et celui de la quatrième espèce, volontaire.

Il peut se distinguer en deux espèces inférieures, suivant que la volonté est indélibérée, spontanée, ou qu'elle est au contraire délibérée ou réfléchie. Dans le premier cas, on peut dire qu'il y a liberté négative ou que la volonté n'est, en quelque sorte, qu'un mouvement simple et tout d'abandon, sans aucune résistance intérieure dans ses volitions. Dans le second cas, comme la volonté est éclairée par la délibération, par la réflexion, elle prend un caractère plus positif : c'est la volonté pour ainsi dire portée à sa seconde puissance. Elle est contenue jusqu'à ce que la délibération soit conclue, jusqu'à ce qu'il y ait détermination. Et s'il faut que l'action soit soutenue par la réflexion, la volonté prend alors un caractère de persévérance et de force que n'aurait pas la volonté spontanée.

Le produit immédiat de la volonté, c'est la volition. La volition est un acte interne, animique, indépendant de son objet ou du succès désiré. C'est ainsi qu'un prisonnier peut vouloir briser ses chaînes, un paralytique exécuter des mouvements, sans que ni l'un ni l'autre viennent à bout de leurs fins; mais l'acte du vouloir ne s'accomplit pas moins en eux; la volonté a tout son effet spirituel. Seulement, dans un cas, les choses extérieures et, dans l'autre cas, l'organisme s'opposent à ce que la volition soit suivie de son effet.

Agir s'est se modifier soi-même, se donner des états, des déterminations; mais se modifier soi-même ce n'est pas agir sur soi-même. Il n'y aurait qu'un corps qui pût agir sur lui-même, si d'ailleurs il était capable d'action. Et encore n'y aurait-il qu'une partie du corps qui pût agir sur une autre : elle n'agirait pas sur elle-même.

S'il fallait, dans toute action, qu'il y eût un agent et un patient, comme on l'a soutenu, il s'ensuivrait :

1° Que l'agent lui-même ne pourrait agir, puisqu'il est obligé de se modifier lui-même en agent, avant d'atteindre l'objet sur lequel doit

porter son action : il y a là une priorité chronologique souvent très-sensible, et, en tout cas, une priorité logique incontestable ;

2° Que Dieu, qui est sans doute un être simple, indépendant, n'aurait pu agir sans avoir une matière qui fût le terme de son action ;

3° Que le moi, qui est indivisible, ne pourrait lui-même agir, se porter sur son organisme et en obtenir les effets voulues par les lois qui président à leur union.

Or, en fait, nous sommes simples, nous voulons, nous agissons ; et dans cette action nous nous donnons une modification. Donc agir c'est se modifier.

Notons, du reste, qu'agir et vouloir diffèrent comme le genre et l'espèce : vouloir, c'est bien encore agir, mais agir ce n'est pas toujours vouloir. Rien ne se passe dans l'âme sans action, sans une cause qui soit la raison immédiate ou animique du phénomène, même dans la sensation, où nous croyons être purement passifs : il y a là une certaine réaction qui tient à la nature essentiellement active de l'âme. Que de sentiments, que d'idées, que d'opérations intellectuelles ou autres ne s'accomplissent pas dans notre esprit sans que notre volonté s'en mêle ! Eh bien ! tous ces phénomènes sont des effets, et des effets internes ; comme tels ils sont dus à une cause, à une cause interne ou immédiate et involontaire. Cette cause ne peut donc être qu'une activité plus profonde que la volontaire, et antérieure à elle : pour vouloir un acte, il faut l'avoir exécuté sans le vouloir, il faut l'avoir produit d'instinct, ou quelque autre acte analogue du moins, avant de l'émettre avec intention ou connaissance.

Il est vrai, du reste, que la volonté ne *se détermine* pas elle-même, à proprement parler, parce qu'elle ne veut pas vouloir ; elle veut purement et simplement ; ou plutôt le moi veut par elle, et il sait pourquoi : il a donc connaissance de tout ce qui se passe alors en lui. C'est là ce qu'entend le sens commun par une volonté qui se détermine, ou par les expressions intentionnellement équivalentes : *Nous nous déterminons.*

On fait un grand nombre de difficultés contre l'existence d'une causalité interne propre ou indépendante : on dit d'abord qu'un « agent qui posséderait en lui-même le principe de son action, agirait toujours et né-

cessairement, parce qu'alors l'activité ferait partie de son essence, et qu'une activité essentielle est essentiellement, nécessairement agissante; qu'elle ne peut non plus avoir des degrés variés en plus ou en moins; et qu'ainsi elle est encore soumise à la nécessité, quant à l'action elle-même et quant à la mesure de l'action. »

Voilà bien des objections en peu de mots. Essayons d'y répondre successivement.

Nous ne savons si l'on peut soutenir avec Leibnitz qu'une puissance qui n'est pas continuellement en action est une chimère, mais le fait est, que nous pouvons vouloir et que nous ne voulons pas toujours; et cependant la faculté de vouloir est bien un attribut de l'âme humaine. Si ce n'est pas un attribut essentiel, c'est du moins un attribut constant, car nous naissons avec l'aptitude à vouloir, toutes les fois que les circonstances l'exigent ou le permettent. Or, ces circonstances ne donnent certes pas la faculté; elles n'ajoutent rien à l'âme.

De plus, et en fait, il est très-présumable que si nous ne voulons pas toujours, du moins notre âme agit toujours : cesser d'agir, pour elle, ce serait cesser de vivre, cesser d'être. Les lacunes du souvenir ne prouvent absolument rien contre la perpétuité de la pensée, puisqu'il y a des maladies et des folies où la sensibilité, l'intelligence et l'activité sont incontestablement en jeu, sans cependant qu'elles laissent après elles le plus léger souvenir.

D'ailleurs une faculté comprimée n'est pas une faculté anéantie : la gravitation ne cesse pas d'exister dans les corps qui sont en repos à la surface de la terre. L'action de l'âme pourrait être suspendue, empêchée dans ses effets sans qu'on pût en conclure ni que la tendance à produire ces effets, l'action dans son effet premier, n'existe pas, ni à plus forte raison que le principe de cette tendance, la force ou faculté qui l'engendre, est anéantie.

En deux mots, on prouverait qu'il n'y a pas toujours action dans l'âme, qu'on ne prouverait pas pour cela que la faculté d'agir est anéantie, puisqu'au contraire les actes futurs démontrent qu'il n'en est rien.

Nous disons, en troisième lieu, qu'il n'y a point de rapport nécessaire,

du moins réciproquement nécessaire, entre la *perpétuité* de l'action et sa nécessité. En effet, il n'y a de nécessaire que ce qui ne peut pas ne pas être, que ce dont le contraire implique. Si donc l'agir était nécessaire d'une nécessité absolue dans l'âme humaine, il faudrait que cette âme fût éternelle. Il n'y a pas même nécessité d'une nécessité relative, pas plus qu'il n'y a nécessité que les corps célestes, qui sont en mouvement depuis la création, y persistent éternellement.

Ainsi donc, l'agir ou la pensée (sentir, connaître et vouloir) peut être constant dans l'âme sans être nécessaire. Et s'il n'est pas nécessaire, il n'en est pas l'essence première.

En quatrième lieu, l'activité fût-elle essentielle à l'âme, on ne pourrait pas en conclure que ses effets devraient être invariables en degrés, alors même qu'elle serait invariable en essence. Or, nous ne la connaissons que par ses effets, et il est très-vrai que ces effets semblent varier, suivant les sujets et dans le même sujet; mais ces variations s'expliquent par la résistance de forces contraires et par les degrés divers d'énergie. Une puissance est indivisible quant à son essence *(quoad qualitatem)*, mais elle peut varier quant aux degrés *(quoad quantitatem)*. Or, c'est dans l'essence, et non dans ce degré, que consiste l'absolu d'une chose; autrement il n'y aurait qu'une seule puissance possible, la puissance divine; une seule cause, la cause première.

Nous accordons enfin très-volontiers que si l'activité est essentielle en nous, nous ne pouvons pas ne pas agir, que nous ne sommes, par conséquent, pas libres d'agir ou de n'agir pas, que nous agissons donc nécessairement. Cela est vrai; mais ici la nécessité porte sur une abstraction, sur l'agir considéré en général; ce qui ne veut point dire du tout que les actions réelles soient nécessaires. D'ailleurs, de quel droit pourrait-on conclure que nous ne sommes pas libres, si nous ne pouvons nous empêcher de l'être, si nous le sommes fatalement? Quant à nous, il nous paraît nécessaire seulement qu'alors nous ne soyons pas contraints.

« Essentielle ou non, l'activité ne peut agir d'une manière particulière, dit-on, que par des raisons spéciales. Or, toute action est particulière, et les raisons dont il s'agit sont des causes; donc l'activité n'est pas libre dans ses déterminations. »

Il est vrai, répondrons-nous, qu'il n'y a que des déterminations spéciales, et qu'il y a toujours des raisons pour qu'elles soient telles plutôt que telles autres. Mais ces raisons sont des causes occasionnelles, médiates, et non la cause efficiente de la détermination, et moins encore de l'action qui la suit. Nous distinguons donc : 1° les *raisons* d'après lesquelles nous pouvons arrêter que nous ferons telle chose; 2° la *détermination* ou la résolution de la faire, résolution qui est déjà un acte de la volonté; 3° l'*exécution* de cette détermination. C'est ce que nous verrons mieux encore tout à l'heure, en examinant le rapport des motifs de nos actions avec ces actions mêmes.

§ II.

DES MOTIFS DE NOS ACTIONS.

Un des côtés de la question sur lequel on est généralement d'accord, c'est que nous n'agissons jamais sans raison.

Il faut distinguer toutefois, suivant que ces raisons sont des *mobiles* ou des *motifs*, c'est-à-dire suivant qu'elles émanent de la sensibilité ou de l'intelligence.

Les animaux, et nous-mêmes dans beaucoup de cas, *agissons* par suite d'un état affectif, sans volonté, sans connaissance même. Mais nous *voulons* quelquefois sans affection, contrairement à l'appétit sensitif actuel, et même à l'appétit que l'on se conçoit dans l'avenir. On agit alors par des motifs, par des raisons de l'ordre moral.

L'appétit est-il ici déguisé, et peut-on dire qu'alors le goût du bien, le besoin d'y rester fidèle, est supérieur à l'appétit physique qu'il combat et paralyse? — On a répondu à cette difficulté, en disant que toute comparaison est impossible ici, puisqu'il s'agit de phénomènes de nature essentiellement différente[1]. Mais enfin ces phénomènes sont l'un et l'autre de

[1] M. Jouffroy, dans son *Droit naturel.*

l'ordre affectif, et nous accorderons encore qu'il y a une sorte de comparaison possible. Il n'en est pas moins vrai que des considérations de l'ordre moral peuvent quelquefois triompher des instincts d'un ordre inférieur. Nous verrons plus tard à quelles conditions.

Il suffit de distinguer ici entre l'*agir* et le *vouloir*, entre les *mobiles* et les *motifs* d'action.

Les mobiles sont les sensations, les sentiments, tout ce qui tient à la sensibilité en général, tout ce qui la détermine ou pourrait la déterminer en bien ou en mal, en plaisir ou en peine; les mobiles comprennent donc non-seulement l'agréable et le désagréable actuels et immédiats, mais encore l'agréable et le désagréable futurs et médiats, c'est-à-dire l'utile et le nuisible.

Les motifs sont proprement l'honnête, le juste et le bien. Ils se distinguent de l'agréable et de l'utile, parce qu'ils sont le fruit de la raison morale, et qu'ils ont un caractère obligatoire ou d'élévation supérieure, tandis que l'agréable et l'utile sont ou une sensation présente, ou une sensation jugée possible par des moyens connus. La sensibilité et l'entendement sont ici les seules facultés en jeu. La raison morale proprement dite, celle qui donne les notions d'honnête, de juste et de bien moral, n'intervient point dans la production de ces idées.

Cela posé, nous pouvons dire que mobiles et motifs sont tout intérieurs du reste; la sensation, l'idée de l'entendement, la conception de la raison, tout cela est interne. En sorte que nous n'agissons que par suite d'états déjà réels ou effectués dans notre âme. Ces premiers états, nous ne les produisons pas d'abord volontairement; ils se produisent ou sont produits par suite de nos rapports passifs avec le monde extérieur. Malgré l'action de ce monde sur notre organisme, et par conséquent sur notre âme, il est cependant vrai de dire que, sans les états animiques qui en sont la conséquence, et dans la production desquels l'âme intervient déjà par une réaction fatale, les actes qui suivent d'ordinaire ces états ne s'accompliraient point. On ne peut donc pas dire que les choses extérieures donnent par elles-mêmes ou immédiatement l'impulsion à notre activité.

Peut-on dire, maintenant, que ce soit les états internes qui l'excitent,

la mettent en jeu, et soient la véritable cause de ses opérations spontanées ou volontaires?

C'est ici le point pour ainsi dire culminant de la difficulté : le rapport des mobiles et des motifs à l'activité, à la volonté.

Ce rapport est bien celui de la succession : un état affectif ou intellectuel précède toujours l'action; mais en est-il cause médiate par la volonté, ou immédiate sans la volonté?

Pour simplifier la question, ne parlons que des actes volontaires, puisqu'on les admet. Demandons-nous donc si la puissance ou faculté de vouloir est un *effet d'états antérieurs*, ou si ses actes seuls ont ce caractère.

Nul, jusqu'ici, n'a prétendu que la volonté, comme faculté, fût un effet de la sensation, du sentiment ou de l'idée. Il faut donc admettre que la faculté ou le pouvoir de vouloir existe antérieurement à la sensation, à l'idée, et n'en dépend point quant à l'existence.

Qu'est-ce, à présent, qu'une puissance qui serait destinée à ne rien pouvoir, à ne rien faire? Il faut donc convenir, quand on admet la volonté, ou qu'on n'entend par là qu'un vain mot, ou que c'est un pouvoir, une force, une cause, le moi avec puissance de réaliser certains actes, avec le pouvoir d'agir de cette manière spéciale qu'on nomme volontaire.

Mais si la volonté est une faculté, une cause, ne produit-elle pas ses volitions, ne les produit-elle pas sans intermédiaire, fût-elle, du reste, mise en jeu par ce qu'on appelle les motifs en général, entendant par là et les motifs proprement dits et les mobiles eux-mêmes, ce qu'il s'agit d'examiner?

Qu'est-ce qu'une sensation, un sentiment, une idée? Pas autre chose, remarquons le bien, qu'un *état affectif* ou *intellectuel* du moi, un *simple mode;* quelque chose, par conséquent, qui n'est *rien en soi,* qui n'est ni *substance, ni agent;* quelque chose à quoi la notion de cause ne peut donc absolument point convenir. Un *mode,* un *accident* n'a qu'une *existence d'emprunt;* et si les notions de passivité ou d'activité lui étaient compatibles, ce serait assurément la première à l'exclusion de la seconde.

Et cependant c'est à la suite de ces états que nous voulons et que nous agissons. Il y a là, nous l'avons reconnu, un rapport de succession. Mais

il n'est pas possible, nous venons de l'établir, d'y reconnaître le plus léger rapport de causalité.

Il est donc évident que l'activité volontaire ou autre, se met d'elle-même en jeu, à la suite de ces états, qu'elle n'en est point stimulée, dans le sens actif et propre du mot. Le moi n'est jamais, ne peut jamais être que passif dans ces états et par ces états. S'il devient actif ensuite, c'est en vertu d'une puissance qui n'a rien de commun avec eux, qui ne s'y rattache même par aucun lien concevable.

Il y a un abîme, un abîme sans fond, infini, entre être passif et être actif.

Qu'est-ce qui comble cet abîme, et comment l'action peut-elle succéder à la passion? Je ne le comprends pas; je vois seulement qu'il en est ainsi. Mais je ne m'abuse point; ce n'est pas un rapport de causalité que je conçois ici, ce n'est qu'un rapport de succession pur et simple. Le rapport de causalité emporte assurément celui de succession; mais celui-ci ne suppose point du tout l'autre.

Et cependant il y a une cause ici, puisqu'il y a un effet. Or cette cause n'étant ni les états animiques qui précèdent l'action, ni rien de ce qui leur est antérieur et semble les faire naître, il s'ensuit que cette cause doit être interne, substantielle. Or, il n'y a d'interne et de substantiel dans le moi que le moi lui-même : c'est donc lui, lui seul qui produit ses états consécutifs ou ultérieurs, qui les produit immédiatement, sans le vouloir ou en le voulant, d'une volonté spontanée ou d'une volonté délibérée ou réfléchie. L'activité, la volonté n'est donc pas une cause isolée du moi, c'est le moi agissant, voulant. C'est ainsi qu'il faut toujours entendre ces deux mots, comme tous ceux qui servent à désigner une fonction de l'âme.

Reste à savoir, nous ne l'ignorons pas, comment à cette profondeur le moi se détermine, dans les actions dites volontaires, si c'est nécessairement ou librement. Une chose seulement est établie, c'est que s'il n'y a pas liberté, la contrainte ne peut venir des états animiques qui précèdent l'action, ni des agents extérieurs qui occasionnent certains de ces états, puisque ces agents n'ont aucune prise directe sur le moi.

S'il y avait contrainte, dans les actes que nous appelons volontaires, il faudrait donc ou qu'elle fût due à une force secrète, surnaturelle, comme

l'ont rêvé les partisans des causes occasionnelles; ou bien qu'elle fût un des modes mêmes de l'action volontaire, puisqu'il ne peut y avoir deux agents, deux forces différentes dans le moi, qui est essentiellement un.

Mais comment concevoir alors cette contrainte? La contrainte ne suppose-t-elle pas deux forces, l'une qui exerce une violence, l'autre qui la subit en résistant? Ces deux forces n'existent pas dans le moi : l'*homo duplex* de saint Paul et de la vérité se compose de sensibilité et de raison, d'animalité et d'humanité, de corps et d'âme; mais l'âme en elle-même ne contient pas cette dualité : l'âme éprouve comme un retentissement du corps, une influence : mais en tant qu'influencée elle est passive. Dès qu'un mouvement, un penchant, une inclination surgit en elle, c'est d'elle-même qu'il part; son activité lui appartient, n'appartient absolument qu'à elle.

C'est à tort, nous le croyons, qu'on l'a conçue dans cette circonstance par analogie avec un corps, un mobile qu'une impulsion étrangère mettrait en mouvement : son activité serait, d'après cette conception, sa mobilité même, et les impressions qu'elle reçoit, seraient le choc qui la ferait passer de la mobilité au mouvement. Ces comparaisons peuvent convenir en poésie, ou dans le langage vulgaire; mais elles doivent être bannies d'une étude scientifique : mieux vaut s'arrêter court, renoncer à concevoir ou à rendre, que de substituer des imaginations et des figures à des notions saines et à des termes propres.

Ou l'âme n'agit pas du tout, ou son activité lui appartient, que, du reste, elle soit montée de façon à agir fatalement (c'est le terme propre, celui de nécessité n'a proprement qu'un sens logique), ou, qu'au contraire, elle dispose de son activité suivant ses lumières et son bon plaisir, que ce bon plaisir et ces lumières puissent ou ne puissent pas varier au gré de la réflexion; ce qu'il faut examiner, car il y a dans tout ceci un cercle, ou plutôt une série en apparence infinie. Voyons donc les objections : c'est le meilleur moyen de pousser encore notre pensée.

On dit donc :

« Un état interne quelconque, idée ou sentiment, est déjà un effet indépendant de notre volonté; et comme notre détermination en dépend, puisque les partisans de la liberté conviennent eux-mêmes qu'on ne peut

vouloir sans motif, il s'ensuit que tout est ici en dehors de la volonté libre : d'abord les états, ensuite le vouloir, qui en est la conséquence. »

Nous convenons qu'on ne peut vouloir sans motifs; que souvent nos états se produisent sans la volonté, contrairement même à la volonté; que la détermination en général dépend de ces états. Mais nous soutenons que nous pouvons, dans une certaine mesure, nous mettre dans les circonstances intellectuelles, morales ou physiques propres à nous faire concevoir et sentir d'une façon plutôt que d'une autre, et qu'en ce sens nous tenons notre intelligence et notre liberté pour ainsi dire dans notre main; mais qu'une fois dans ces circonstances, il ne dépend pas de nous d'être affectés autrement que nous le sommes, soit intellectuellement soit sensiblement. Il y a donc ici, dans le phénomène total, deux positions distinctes et consécutives : celle de la volonté d'abord, et celle de la fatalité ensuite.

Nous soutenons encore que, dans toute position possible, lorsque l'idée d'agir ou de nous abstenir se présente à notre esprit, il dépend toujours de nous, si l'action peut ou doit être volontaire, de nous placer, par l'intelligence et la volonté, dans une position contraire purement négative. En d'autres termes, le *contradictoire* d'une idée est toujours possible : ce contradictoire est le négatif pur, dont la conséquence pratique est l'abstention s'il s'agit d'abord d'agir, ou l'action s'il s'agit d'abord de s'abstenir; c'est le doute pur et simple s'il est question de juger.

Nous pouvons donc très-bien accorder, après cela, que nous ne pouvons directement nous donner à volonté des idées positives, des sentiments surtout; que, pour essayer d'avoir une idée, il faut déjà en avoir l'idée, etc. Écoutons cependant l'objection : « Soit que je réfléchisse à mon insu, ou » même malgré moi, soit que je le fasse volontairement, il aura bien » fallu qu'un motif quelconque, dans le premier cas, m'ait porté à ré- » fléchir, et dans le deuxième, m'ait déterminé à vouloir : et il serait » absurde de prétendre que ce motif, dans le dernier cas, est subordonné » lui-même à la volonté. On aura beau faire, il faudra toujours, quel que » soit l'acte, ou corporel ou intellectuel, que l'on considère, et dès que » la volonté y entre pour quelque chose, remonter à une première voli-

» tion produite par une première cause, par un premier motif, antérieur
» à tout acte volontaire. » (P. 217; voir aussi p. 218.)

Tout cela est vrai; mais ce qui ne l'est pas moins, c'est qu'en présence de toute détermination à prendre, dans tous les instants de la vie, depuis le moment où nous avons eu connaissance de nous-mêmes par une réflexion volontaire, nous avons toujours la faculté de nous abstenir, d'attendre de nouvelles inspirations, de leur ouvrir la porte pour ainsi dire. En d'autres termes, il dépend toujours de nous d'avoir des idées purement négatives, par opposition à celles qui se présentent à notre esprit, et de chercher à en avoir de positivement *contraires*. Nous savons en quoi consiste en général ce caractère d'opposition positive ou de contrariété, et c'est assez pour faire appel à ces sortes d'idées encore inconnues, quant à leur espèce propre.

S'il s'agit de sensations qui n'existent pas, mais dont on connaît l'espèce, sans doute *elles* ne peuvent être un mobile, mais leur *idée* peut très-bien être une raison d'agir ou de s'abstenir.

Nous pouvons de même faire naître en nous des sentiments, des idées que nous n'éprouvons pas, que nous n'avons pas actuellement, mais dont nous avons seulement l'idée. C'est pour cette raison que nous allons au spectacle, au sermon, et que nous étudions. Nous recourons à des moyens, il est vrai, mais ces moyens, s'ils nous sont connus, et qu'ils soient à notre disposition, pourquoi ne pourrions-nous pas y recourir si nous le voulons?

Si nous le voulons! telle est, dit-on, la grande affaire.

Cette affaire est si loin d'être embarrassante qu'elle ne prouve qu'une chose, c'est que nous ne pouvons vouloir que des actes dont nous avons l'idée, et que nous n'avons pas toujours l'idée de beaucoup d'actes qu'autrement nous pourrions vouloir ou exécuter. Ce qui est très-vrai, mais qui ne porte aucune espèce d'atteinte à la liberté. De ce qu'on ne pense pas à tout, il ne s'ensuit pas qu'on ne pense à rien. De ce que les uns ont plus d'idées et les autres moins, il s'ensuit seulement que la sphère d'action n'est pas la même pour tous les agents libres, mais cela ne veut point dire du tout que chacun ne soit pas libre dans les limites de ses idées et de ses connaissances.

De ce qu'enfin nous ne faisons pas, de ce que nous ne *pouvons pas songer* à faire une action dont nous n'avons pas l'idée, il ne s'ensuit point qu'elle nous soit dynamiquement impossible, ou que nous soyons *empêchés positivement* de la faire.

On confond ici le fait pur et simple *de ne pas penser à une chose*, de *ne pas la faire*, avec la *contrainte* de s'abstenir, ou plutôt on confond une simple condition intellectuelle de l'action, la *pensée à cette action* avec l'*activité* même, et l'on conclut de l'absence de la première à l'absence de la seconde. Conclusion de tout point abusive.

Ce n'est pas non plus argumenter le moins du monde contre la liberté que de dire qu'il ne dépend pas de nous de toujours voir, juger et raisonner juste (p. 218, 225). Cela est vrai, dirons-nous encore, mais la question de la vérité n'est pas celle de la liberté. Nous pouvons nous tromper jusque dans nos jugements pratiques, et agir encore librement en conséquence de notre erreur. Le fait est cependant que si nous voulions faire un usage sévèrement critique de notre liberté en matière de jugement, nous ne nous tromperions jamais. Il suffirait pour cela de nous décider à douter quand nous ne sommes pas certains, ou si ce doute nous semblait trop dur, de ne prononcer jamais que sur la valeur subjective de nos jugements, comme le voulaient les sceptiques. La preuve qu'on croit beaucoup trop encore, et que nous péchons bien plus par excès de dogmatisme que par excès de scepticisme, c'est le grand nombre d'erreurs dans lesquelles nous tombons. Que serait-ce, hélas! si nous les connaissions toutes!

Si les principes d'action (mobiles ou motifs) ne sont pas des forces, des causes, bien que, par suite de leur présence, il y ait tendance à l'activité, commencement d'action intérieure, toute la mécanique qui fait reposer le fatalisme sur l'hypothèse contraire, tombe irrévocablement.

Quand donc on dit que nous restons *nécessairement* inactifs si ces mobiles n'existent pas ou s'ils se font équilibre; que nous agissons *nécessairement* au contraire s'ils existent dans un seul sens, ou si, tout en se combattant, les uns sont plus forts que les autres (p. 220, 221), on parle au figuré, on poétise, on ne fait pas de métaphysique.

— Qu'importe, nous dira-t-on peut-être, que l'âme agisse alors par elle-même, mais en conséquence de ses états, pourvu qu'elle agisse nécessairement?

Il importe beaucoup, parce que, dans la réalité, le principe causateur est en elle et nullement dans ses états ni dans ce qui les excite, et qu'il faut, par conséquent, renoncer ici à toute application des idées mécaniques, et se bien persuader qu'il n'y a dans ces images physiques appliquées aux faits spirituels qu'une trompeuse analogie.

Cette comparaison, fût-elle moins impropre, il resterait toujours à savoir ce qu'on entend par motifs plus forts, plus faibles, etc. Il semble qu'ils aient une force absolue, antérieure à tout acte de la réflexion, et que la volonté, aidée de l'intelligence ou de la sensibilité, ne puisse les modifier. Il n'en est rien pourtant, et l'on en convient même. Mais on soutient que si les motifs varient en force relative, c'est parce que d'autres motifs s'ajoutent ici ou là. Mais si l'intelligence peut à volonté (l'intelligence volontaire et la volonté intelligente se tiennent ici très-étroitement), rendre forts les motifs faibles, et faibles les forts, que peut-on demander de plus en faveur de son omnipotence? Qu'on cite donc un seul principe d'action à l'occasion duquel on démontre l'impuissance absolue de la volonté à y résister, et alors la fatalité sera établie; mais pour ce cas seulement.

Que veut dire, au surplus, le mot *nécessairement* dont on se sert ici? Sommes-nous donc *contraints* à ne pas agir, lorsque nous n'avons pas de motifs d'action? Peut-on dire que nous soyons alors empêchés? L'expression serait tout à fait impropre. Premièrement, nous n'agissons pas alors, tout simplement parce que nous n'avons aucune raison de le faire. Secondement, si nous étions *contraints* à rester dans l'inaction, nous serions donc libres d'une liberté intérieure; seulement, l'effet de notre activité serait empêché; mais l'activité elle-même se déploierait, puisque, par hypothèse, elle résisterait à la contrainte, quoique sans succès. En effet, l'idée de contrainte emporte celle de résistance.

Quand, au contraire, nous agissons et avec volonté, est-ce bien *nécessairement?* Si c'est nécessairement, ce n'est pas du moins par contrainte, puisque les deux forces dont nous avons parlé plus haut ne sont pas en présence.

A quoi donc se réduit cette nécessité? Est-ce à la nécessité d'agir, *en général,* y compris l'abstention? Nous l'accordons : l'activité, l'action même fait partie de notre nature, des lois qui la régissent fatalement. Est-ce à la nécessité de faire telle chose plutôt que telle autre dans des circonstances données : mais ici encore il faudrait distinguer la nécessité morale, qui n'est qu'une parfaite convenance, ou une obligation, et la nécessité physique, qui serait une puissance réelle à laquelle notre intelligence et notre activité volontaire seraient tellement soumises, que nous ne pourrions ni concevoir ni vouloir autre chose que ce qu'elle nous ferait vouloir et concevoir. C'est bien là une des difficultés capitales qu'on élève. Reprenons donc.

La convenance, la nécessité morale n'est qu'un jugement de la raison; ce n'est pas une puissance causatrice, un agent qui tienne en sa main notre volonté. Sans doute nous ne sommes pas libres, d'une liberté immédiate du moins, dans nos jugements sur l'honnête et le juste; ces jugements sont nécessairement portés par notre raison; c'est sa loi de procéder ainsi. Nous disons donc nécessairement, fatalement, telle action est honnête ou déshonnête, juste ou injuste. Nous faisons plus, et fatalement encore : nous jugeons que nous devons faire le bien et éviter le mal. Mais là s'arrête la nécessité. Cela est si vrai que, malgré ces jugements nécessaires, nous agissons souvent en sens contraire. Y aurait-il donc ici une nécessité qui serait opposée à la première? Celle-ci serait donc une nécessité qui ne serait pas nécessaire.

Si l'on s'écarte pratiquement des injonctions de la raison, et que ce soit par une sorte de nécessité, d'où vient que cette nécessité n'est pas la même pour tous les hommes, et que les uns font une chose là où d'autres font différemment? Je veux bien que les circonstances ne soient pas entièrement identiques, qu'elles diffèrent en degrés; mais ce n'est pas une différence de quantité, que d'être ou de n'être pas soumis à la nécessité; c'est au contraire une différence essentielle; si essentielle même que la nécessité ne connaît pas de plus et de moins. Or, vouloir que dans des circonstances semblables, au degré près, des hommes divers agissent les uns par nécessité les autres pas, ou plutôt les uns en vertu d'une né-

cessité et les autres en vertu d'une nécessité toute contraire, c'est affirmer une différence essentielle entre les hommes, c'est méconnaître l'identité de l'espèce humaine.

Qu'on dise, sauf encore à s'expliquer, que chez les uns la raison est plus forte que le mauvais penchant, chez les autres le mauvais penchant plus fort que la raison, mais qu'il n'y a nécessité chez aucun, je comprendrai ce langage, d'autant mieux même qu'alors toutes les différences en degrés deviennent possibles, et ouvrent à l'expérience un cadre assez vaste pour y faire entrer tous les cas de la vie réelle.

Il est contradictoire, ajoute-t-on, de prétendre que nous puissons en même temps faire et ne pas faire, vouloir et ne pas vouloir une même chose (219-220). Cela est vrai; mais personne, que nous sachions, ne le soutient. La question ne peut pas être de savoir si, voulant et faisant une chose dans un temps donné, nous pouvons en vouloir et en faire une autre dans *le même temps* indivisible, mais bien si, *avant* de l'avoir voulue ou de l'avoir faite, nous aurions pu en vouloir et en faire une autre; si nous pouvons suspendre ce vouloir et ce faire, dans le cas où l'action serait de nature à remplir une certaine durée. Or l'impossibilité dans la première position n'emporte en aucune manière l'impossibilité dans les deux autres. C'est donc à tort que l'on conclut de la première aux deux secondes.

De ce qu'il aurait fallu un autre motif ou un motif plus fort pour vouloir autre chose que ce qu'on a voulu, ou pour faire changer de résolution, cela ne prouve qu'une chose, que nous ne voulons point sans raison, mais nullement qu'une volition ou une action motivée soit nécessaire, forcée.

En général, toute l'argumentation se réduit au raisonnement suivant :

« La volonté ne peut se passer de principes d'action, et si elle est ambulatoire ou variable comme eux, elle en dépend nécessairement.

Or, elle ne peut s'en passer, et varie comme ils varient eux-mêmes.

Donc elle en dépend nécessairement. »

Nous répondons, en résumé, à la première proposition :

1° Que la volonté ne peut se passer en effet de principes d'action; qu'elle ne les produit pas tous à souhait; qu'elle n'en produit même

point, si l'on veut, mais que le moi qui veut est aussi le moi qui connaît, et qu'il dépend toujours de celui-ci, et, par conséquent, de celui-là, de concevoir la possibilité d'idées nouvelles et différentes, de sentiments opposés et nouveaux, de concevoir en tout cas l'abstention possible d'une action qui se présente à faire, ou l'action possible opposée à l'idée d'une abstention possible elle-même ; que le moi voulant peut se régler en conséquence et prendre celui des deux partis qu'il jugera le plus convenable; que si ce jugement a quelque chose de fatal, l'action en elle-même ne contient rien de semblable ; qu'elle est fatale en ce sens seulement qu'elle doit être *ou* n'être pas, et d'après telle *ou* telle idée, tel *ou* tel sentiment.

Mais, qu'on le remarque bien, ce qu'il y a de fatal ici, ce n'est point l'*action* elle-même, c'est son *alternative*, ainsi que son *rapport* à une idée ou à un sentiment *quelconque*, la *nature* et le *nombre indéterminé* de ces sentiments et de ces idées. Or cette fatalité n'est en rien nécessitante dans la volition et l'action *déterminées* qui suivent. Et c'est cependant cette action, cette volition qui devrait être fatale, si la thèse que j'attaque était vraie.

2° Alors même que la volonté varierait comme les principes d'action, ce qui n'est pas, puisqu'il n'y a qu'une détermination possible en présence de plusieurs motifs, il ne s'ensuivrait pas du tout qu'elle dépendît nécessairement de tel ou tel motif en particulier, qu'elle dût fatalement opter pour l'un plutôt que pour l'autre. Elle doit nécessairement opter pour *quelqu'un* de ces motifs en général ou indéterminément pris, mais pas nécessairement pour *tel* ou *tel* pris en particulier. C'est ce qui résulte de plusieurs considérations précédentes.

3° Affirmer qu'il en est autrement, c'est au moins commettre une pétition de principes.

Nous répondons à la seconde proposition en accordant la première partie, et en distinguant la seconde partie, comme nous venons de le faire pour la première, n° 2.

Nous distinguons, en conséquence, la conclusion, accordant la nécessité dans le sens général et indéterminé, et la niant dans le sens particulier.

§ III.

DE LA LIBERTÉ EXTERNE ET DE LA LIBERTÉ INTERNE OU LIBRE ARBITRE.

—

I. La liberté extérieure est limitée ou empêchée par toute force supérieure à la nôtre, et qui l'arrête ou la comprime.

Mais l'énergie musculaire n'en existe pas moins, et, quoique ses effets soient empêchés, elle ne perd absolument rien de sa nature, de son degré même de développement. Seulement elle ne se traduit point au dehors par une modification des corps qui nous environnent, ou du moins cette modification n'est pas sensible; par exemple, lorsque nous cherchons à imprimer un mouvement à un bloc de marbre que nous ne pouvons déplacer.

Il n'y aurait pas de liberté interne, qu'on pourrait toujours parler de la liberté extérieure, entendant par là l'absence de toute force mécanique qui s'oppose à nos mouvements musculaires.

La liberté extérieure n'est pas sujette à de grandes difficultés; aussi ne s'y arrête-t-on pas.

II. Tous les efforts des adversaires de la liberté, de M. Gruyer particulièrement, puisque ce sont ses opinions que nous examinons, comme étant peut-être les plus spécieuses qui aient été formulées au point de vue psychologique [1]; tous ces efforts, disons-nous, sont dirigés contre la

[1] Il a sagement dégagé la question de ses rapports avec les idées théologiques : la prescience divine et l'action de Dieu dans l'homme forment un point de vue particulier de la question totale, mais qui est subordonné au point de vue psychologique. Le premier de ces points de vue, qu'on peut appeler providentiel, en renferme un autre d'un intérêt supérieur, celui d'une certaine uniformité dans le monde moral, pris en grand. Nous croyons que les événements humains, chaque espèce prise dans son ensemble, sont soumis à des lois régulières, qui permettent, quand on en connaît les raisons, d'en calculer la marche à peu près comme on fait celle des comètes. C'est à dégager ces lois qu'aspire la *statistique morale*. On est déjà parvenu à des approximations fort remarquables dans certains ordres de faits, par exemple pour le suicide. Ces lois n'entraînent en aucune manière la fatalité des actes individuels : elles sont seulement comme le rayon qui mesure la sphère de l'activité libre. On voit par là que les présentes *Considérations* n'embrassent que la première partie, mais la principale, de la question totale du libre arbitre : il y en aurait deux autres à examiner encore.

liberté interne ou libre arbitre. Ici encore nous le suivrons pas à pas, sauf à éviter autant que nous le pourrons de tomber dans des redites. Nous regrettons vivement que ce philosophe n'ait pas pris la peine de résumer ses arguments et de les classer. Un très-grand nombre rentrent les uns dans les autres, ou ne diffèrent même que dans les termes.

« Il ne voit de liberté possible qu'à la condition de n'avoir des besoins d'aucune espèce, ni physiques, ni intellectuels, ni moraux (212)...

« Nous pouvons changer de maître, mais jamais nous affranchir (209)...

» La volonté n'est qu'une esclave soumise, alors même qu'elle commande le plus impérieusement (198, 222, 225)...

» Une foule de causes physiques ou morales nous privent de la liberté, ou nous empêchent d'en jouir comme nous le voudrions (214)...

» On est esclave ou de ses devoirs ou de ses passions, des lois de son pays ou du caprice d'un despote (197-198)...

» Se soumettre volontairement, c'est encore servir (198)... »

Nous avons déjà fait remarquer qu'avoir des besoins ou sentir n'est pas agir, et qu'il n'y a pas même de rapport de causalité concevable entre ces deux choses.

Être libre, ce n'est pas être dépourvu de sensibilité et d'intelligence; c'est rester maître d'agir ou de n'agir pas, d'agir d'une façon ou d'une autre malgré ces principes d'action, et par suite des modifications qu'on leur fait subir, si on le veut, modifications qui peuvent aller jusqu'à les tenir pour non avenus, ou à les transformer plus ou moins profondément, à changer leur valeur ou leur force respective.

La volonté n'a qu'une certaine sphère d'action, d'un rayon variable, en dehors de laquelle son impuissance est complète, mais dans l'intérieur de laquelle aussi elle peut se mouvoir librement. Nous ne sommes libres que de cette liberté, c'est-à-dire de la longueur de notre chaîne; ce qui veut dire que notre nature a des lois, même notre nature active volontaire et libre. Celle de Dieu même n'en est pas exempte. Tout ce qui est, par cela seul qu'il est d'une certaine manière, qu'il a une essence, a des lois, et ces lois sont fatales. C'est pour cette raison que si nous sommes libres, nous le sommes fatalement; il ne dépend pas de nous de ne l'être pas.

On peut admettre maintenant toutes les influences physiques ou morales; ces influences n'ont rien de nécessitant, puisqu'elles n'aboutissent qu'à des états affectifs ou intellectuels. Ce sont plutôt les circonstances, un grand nombre du moins, qui sont fatales. C'est ainsi qu'il ne dépend pas de nous d'être nés de tels parents plutôt que de tels autres, dans un pays, dans un temps, etc., plutôt que dans un autre pays et dans un autre temps. Tout cela, et bien d'autres choses, fait partie de notre chaîne. Mais une position étant ainsi fatalement donnée, la liberté s'y exerce dans une certaine mesure; nous nous créons librement de nouvelles positions qui deviennent à leur tour des circonstances fatales, au sein desquelles un nouveau mouvement libre est possible. En sorte que nous avons sans cesse un pied dans la liberté et un autre dans la fatalité.

Qu'est-ce donc, s'écriera-t-on, que cette liberté qui fait de la vie comme un tissu dont la chaîne est imposée par la fatalité?

« Si la liberté est le pouvoir de vouloir et que ce *pouvoir* soit la *faculté* de vouloir, la liberté ne sera que la faculté de vouloir. Si ce pouvoir n'est ici, au contraire, que la *possibilité* de vouloir, la liberté ne serait non plus que la possibilité de vouloir, c'est-à-dire la réflexion ou la faculté de faire usage de sa volonté. Ce serait, en tout cas, le pouvoir de nous déterminer d'après des motifs, ce qui n'exclut certainement pas la nécessité (307-308).... Si peu qu'il ne dépend pas de nous de *vouloir*, *à volonté*, réfléchir ou ne pas réfléchir (314)...

» Prétendre que l'on peut à volonté vouloir ou ne vouloir pas, c'est dire que si l'on *veut vouloir* on pourra vouloir, que si l'on *ne veut pas vouloir*, on pourra de même ne pas vouloir. Il faudrait montrer comment tout cela est possible (298)... La volonté peut être subordonnée à des attributs qui ne dépendent point d'elle, mais on ne peut pas supposer qu'elle soit subordonnée à elle-même... Vouloir volontairement est une absurdité; vouloir librement, une contradiction. Je n'ai donc pas le *pouvoir* de vouloir (quoique j'en aie la possibilité), comme j'ai celui de marcher... On n'est pas plus libre dans le vouloir que dans le sentir... On veut toujours et nécessairement. *Ne vouloir pas* faire une chose, c'est *vouloir* ne pas la faire (297-299). »

Il s'agit, dans tout ceci, du rapport de la liberté à la volonté.

La liberté diffère-t-elle de la volonté? Si elle en diffère, la volonté est-elle libre, et la liberté est-elle volontaire; ou plutôt toute volition est-elle libre, et tout acte libre est-il voulu?

La liberté, dans le sens le plus général du mot, est l'activité propre à l'agent, activité en vertu de laquelle il se modifie. Sous ce rapport, la liberté est antérieure à la volonté, et la volonté ne serait alors que l'activité accompagnée de réflexion, l'activité ayant conscience d'elle-même, et appropriant ses actes (qui deviennent alors des volitions) à un but que l'intelligence propose et que la sensibilité semble quelquefois solliciter.

La liberté, dans le sens plus étroit du mot, n'est que la volonté spontanée ou réfléchie.

La volonté spontanée est un premier degré de liberté, dans cette seconde acception. La volonté réfléchie, qui se contient, délibère avant d'agir et pour agir, est un nouveau degré de liberté.

D'où l'on voit que la liberté est ou l'activité pure et simple, ou l'activité conçue avec volonté, que la volition soit ou ne soit pas délibérée, mais que la liberté mérite surtout ce nom dans le dernier cas. Elle est donc pour nous, excellemment, l'activité volontaire réfléchie ou délibérée.

Il ne dépend pas toujours de nous de réfléchir, mais nous le pouvons dans tous les actes qui ne sont pas instinctifs ou qui, sans être instinctifs, ne sont pas d'une spontanéité tellement subite que la réflexion ne puisse trouver place. L'idée de réfléchir est alors possible, et la réflexion de même. Si elle a lieu, elle prend un caractère volontaire et libre. Mais la réflexion n'amène pas toujours l'avis le plus salutaire, ce qui est une question d'erreur ou de vérité, et non plus celle de la liberté.

Le *pouvoir* de vouloir ou la faculté de vouloir n'est pas autre chose que la volonté même; et ce pouvoir, loin de n'être pas, existe fatalement en nous, puisqu'il fait partie de notre nature. La *possibilité* de vouloir serait plutôt du domaine de la liberté, puisqu'il s'agit de la volonté dans ses rapports avec les faits qui semblent l'influencer. Si par possibilité de vouloir on entend la *faculté* de réfléchir, cette possibilité est fatale encore, puisqu'elle fait également partie de nos aptitudes naturelles. Si au contraire on

entend par là un acte de la réflexion, une réflexion, la volition qui devrait suivre ne serait plus nécessaire, il est vrai, mais elle serait toujours possible, toujours en notre pouvoir lorsque nous sommes appelés à agir avec connaissance de cause; car toujours nous pouvons réfléchir alors, toujours nous pouvons prendre un parti après la réflexion, toujours même nous en prenons un, et même nécessairement.

Mais il faut remarquer que cette nécessité ne porte que sur l'*alternative* de vouloir positivement ou négativement, et, dans le premier cas, sur l'*alternative* de vouloir une chose ou une autre, et non sur la volition précise, qui est l'objet de la préférence. Ce sont là des faits qui n'ont besoin que d'être constatés, qui ne se prouvent pas autrement, et dont la possibilité est démontrée par là même. Un fait est tout prouvé quand il est décrit.

De ce que, maintenant, on n'a pas toujours l'idée de réfléchir, et qu'alors la volition n'a pas le caractère délibéré et réfléchi, il ne s'ensuit pas qu'elle soit nécessaire; elle est purement et simplement non réfléchie, ou spontanée. On n'a pas assez fait attention à ce milieu entre la fatalité et la liberté à son plus haut degré, la liberté positive dans le sens le plus propre, le plus strict du mot.

Si, de plus, il fallait accorder que nous ne sommes pas libres de réfléchir dans beaucoup de cas, de *vouloir réfléchir à volonté,* cela ne prouverait en aucune manière ni que nous ne voulons jamais réfléchir, ni que nous ne sommes pas libres à la suite de la réflexion.

Je suis d'avis qu'on ne peut pas dire que, pour vouloir, il faut *vouloir vouloir,* parce qu'alors le vouloir serait impossible : l'idée d'une chose se présente à faire, avec des raisons pour et contre je suppose; on examine ces raisons volontairement ou spontanément, et l'on veut ensuite purement et simplement l'action ou l'abstention. Plusieurs volitions peuvent sans doute se succéder, aboutir à une seule action, et former comme une chaîne, mais elles n'ont pas le même objet. Par exemple, l'une tend immédiatement à susciter de nouvelles idées, une autre à les comparer, une troisième à faire choix d'un parti à prendre, une quatrième à fixer l'époque de son exécution, une cinquième à l'exécuter.

Si vouloir volontairement est une absurdité, ou plutôt une tautologie, vouloir librement n'est pas une contradiction, d'après tout ce que nous avons dit ; ce serait plutôt encore dire deux fois la même chose en termes différents.

Il est cependant vrai qu'on veut toujours, et même nécessairement [1]; mais la nécessité ne tombe que sur le fait général et abstrait de *vouloir*, et non sur chaque volition en particulier ou sur l'objet du vouloir. Il en est ici comme de la forme d'un corps, d'un morceau de cire, par exemple ; il est nécessaire que ce corps ait une forme, mais il ne l'est pas que cette forme soit sphérique plutôt que cubique ou pyramidale. Ainsi la forme est nécessaire comme genre, et n'est pas nécessaire comme espèce, c'est *la* forme *indéterminée* et non *telle* forme *déterminée* qui est nécessaire. Or, la forme indéterminée n'est qu'une abstraction; il n'y a de forme véritable que la forme concrète, qui *informe* réellement le corps.

De même, le vouloir en général, n'est qu'une abstraction, et peu importerait qu'il fût nécessaire, on n'en pourrait absolument rien conclure contre la liberté de chaque vouloir spécial ou déterminé; et c'est précisément des déterminations particulières qu'il s'agit ici.

§ IV.

SI LA SATISFACTION D'UNE BONNE CONSCIENCE ET LES REMORDS, SI L'ÉLOGE ET LE BLAME, LES PEINES ET LES RÉCOMPENSES SONT COMPATIBLES AVEC LA FATALITÉ DE NOS ACTIONS.

—

Ces sentiments et ces institutions supposent, on n'en peut douter, la persuasion que nous sommes libres.

A coup sûr tout n'est pas notre œuvre dans notre destinée ; mais nous

[1] Dans l'état de veille, bien entendu ; encore serait-il plus juste de dire que souvent la chose voulue s'exécute plus ou moins longtemps comme d'elle-même; par exemple, la promenade, la rêverie, etc. S'il y a ici volonté, c'est plutôt une volonté spontanée et prolongée dans ses actes, qu'une volonté réfléchie et positivement soutenue.

croyons y avoir assez de part pour nous applaudir du bien et nous reprocher le mal que nous faisons, pour penser que nous méritons et déméritons. Que signifieraient d'ailleurs les notions de bien et de mal moral, la loi morale tout entière, avec son caractère absolu, si nous n'étions pas libres, et comment Dieu serait-il alors absous de contradiction ?

Sans doute nous ne naissons pas tous également portés au bien, mais il suffit que nous soyons libres à un certain degré pour que nous ayons une certaine responsabilité de nos actions. Je ne dis pas une responsabilité absolue. Dieu, qui est la justice même, saura tout peser et tout apprécier.

Je regarde donc comme beaucoup trop absolues les propositions suivantes : « Il ne dépend pas plus de nous d'être, par nature, vertueux ou vicieux, bons ou méchants, que d'être beaux ou laids, judicieux ou imbéciles. Il ne dépend pas de nous de vouloir le bien ou le mal comme tels, parce qu'il ne dépend pas de nous d'avoir ou de n'avoir pas une bonne ou une mauvaise intention. » (234.)

De même que nous pouvons jusqu'à un certain point corriger notre laideur, rectifier un peu notre jugement ou tout au moins le contenir, faire disparaître en partie notre imbécillité (si elle ne va pas jusqu'à l'idiotie); de même nous pouvons corriger un peu notre mauvais naturel. Il suffit de n'être pas né monstrueux du côté moral, de n'être pas entièrement privé des idées et des sentiments qui composent cette partie de notre nature. Sans doute il y a des monstruosités possibles de cette espèce, mais la question de la liberté ne les regarde pas.

Au surplus, nous nions la parité entre ces différents ordres de choses, et nous croyons que la part de la liberté dans l'embellissement moral de notre être est bien plus considérable que celle qu'elle peut avoir dans l'embellissement de notre personne physique. Quiconque connaît le bien, et tout le monde le connaît assez d'abord pour désirer le connaître davantage encore, l'aime plus ou moins, et désire s'y conformer. Il est peu d'hommes, s'il en est un seul, qui n'aimât mieux satisfaire ses passions sans passer par le mal, qu'en subissant cette triste condition.

On a très-bien vu, du reste, que le remords implique un reproche qu'on se fait à soi-même, parce qu'on se croit libre, et que si nous ne

sommes pas libres, ce reproche est sans fondement réel; il n'est plus que la conséquence d'une illusion intellectuelle.

La difficulté serait de savoir comment cette illusion se concilierait avec les notions de juste et d'injuste et les autres conceptions morales, que nous n'inventons point. Qu'il y ait illusion, erreur à l'occasion de certaines idées de rapport qui n'ont rien de primitif, cela se comprend; mais que nous nous trompions dans des conceptions radicales, qui n'ont que des antécédents empiriques, et qui sont, par conséquent, des conceptions mères dans leur espèce, c'est ce qu'il est difficile d'expliquer psychologiquement et théologiquement.

« Il n'est pas nécessaire, dit-on, que le juste et l'injuste soient dans les actions; il suffit qu'elles nous paraissent telles. » (247). Nous jugerions donc que les actions sont justes ou injustes sans qu'elles eussent rien de semblable. En vain nos intentions seraient bonnes ou mauvaises, conformes ou contraires à la loi morale, ce fait serait complétement insignifiant, parce que nous ne serions pas libres, tant dans l'exécution de nos desseins que dans leur conception, et dans les intentions. L'ordre moral tout entier ne serait donc plus qu'illusion, depuis le premier fait jusqu'au dernier. Une opinion qui aboutit à un pareil renversement n'est-elle pas justement suspecte?

S'il ne s'agissait que d'une de ces prétentions qu'on prête fort gratuitement au sens commun pour ou contre une question de métaphysique qu'il ne s'est jamais posée, qu'il n'a, par conséquent, jamais résolue, je conçois qu'on pût dire « que l'opinion universelle ne fait rien ici. » (226-228, 232); mais il s'agit d'une conception première, d'intuition immédiate, *sui generis*, qu'il est incontestablement dans les lois de la nature humaine d'avoir et de croire; le sens commun a donc ici une autorité qu'il n'a pas dans les questions de métaphysique, où M. Gruyer cependant l'invoque, et dont il reconnaît l'autorité [1].

Quant à l'exception qu'on oppose à l'unanimité du sens commun, elle n'est pas recevable; sans doute, il s'est trouvé des hommes qui n'ont pas

[1] Dans plusieurs autres parties de ses ouvrages.

cru au libre arbitre, mais leur nombre a toujours été si restreint qu'il n'a pas compté. Encore est-il vrai de dire que c'est plutôt le philosophe que l'homme qui n'y croit pas.

On dit très-bien, du reste, que l'unanimité absolue du genre humain ne prouverait pas la liberté. En effet : 1° il n'y a aucune liaison nécessaire entre l'unanimité d'une opinion et la vérité de cette opinion ; 2° parce que la notion de liberté est beaucoup plus difficile à constater par le sens commun que celles de juste et d'injuste. Ce n'est qu'en faveur de ces dernières que nous reconnaissons la compétence du sens commun; la logique se charge ensuite d'en déduire la liberté. Mais il faut convenir que si le sens commun ne prouve pas l'existence de la liberté, il ne prouve pas davantage, et un peu moins même, la fatalité de toutes nos actions.

On prête, aux partisans de la liberté interne deux raisonnements catégoriques un peu embarrassés dans la disposition de leurs termes, et qui peuvent se traduire sous la forme plus claire de ce raisonnement hypothétique :

« Si le libre arbitre est universellement admis, il existe ;

Or, il est universellement admis ;

Donc il existe. »

On prétend mal à propos pouvoir nier la liberté en niant l'antécédent, ou en disant *le libre arbitre n'est pas universellement admis*. J'accorde qu'il ne soit pas universellement admis; qu'en peut-on conclure? Pas autre chose sinon que le sens commun n'est pas une preuve de la liberté, et non pas que cette liberté n'existe pas. En effet, tout en admettant que tout ce qui est universellement admis existe, il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait d'existant que ce qui est admis universellement . Une chose peut donc n'être pas reconnue de tout le monde, et cependant exister.

Cette observation n'est d'ailleurs que la conséquence de la première règle des raisonnements hypothétiques : que l'affirmation de l'antécédent dans la seconde proposition permet l'affirmation du conséquent dans la conclusion, mais pas réciproquement. Il n'est donc pas logiquement per-

mis de conclure la négation du conséquent après avoir nié l'antécédent [1].

Le fait est qu'il n'y a point de liaison nécessaire ou logique entre l'antécédent et le conséquent, et que le raisonnement est nul, soit que, dans la seconde proposition, on affirme l'antécédent ou qu'on nie le conséquent, pour affirmer ensuite dans la conclusion le conséquent ou pour y nier l'antécédent. Mais, je le répète, si ce raisonnement ne prouve rien en faveur de la liberté, il prouve encore moins contre elle.

Nous ne pouvons pas admettre, pour faire voir la possibilité de l'erreur du sens commun, à l'endroit de la liberté, « que le sens intime nous trompe en certains cas sur ce qui se passe en nous » (229), parce que nous n'admettons pas : 1° que la liberté soit un fait de conscience; 2° ni que les faits de conscience véritables soient incertains.

Ce n'est pas en effet la liberté qui est un fait de conscience, c'est son produit, l'acte libre, la volition. Sa cause, en tant qu'elle est faculté pure, ou faculté agissante conçue distincte de son action ou de son produit est en dehors ou au delà de la conscience. C'est une des raisons pour lesquelles le sens commun n'est pas compétent dans la question. Mais son opinion, la conscience de chacun de nous, peut prononcer sur la liberté négative ou l'absence de la contrainte, par la raison qu'elle peut prononcer aussi sur la contrainte, comme force étrangère en opposition avec celle qui émane de nous.

Je ne suis pas, du reste, éloigné de penser avec M. Gruyer : « que le vulgaire n'entend pas la question de la liberté comme les philosophes; qu'il n'y a guère pour lui d'autre liberté que la liberté physique; que la liberté morale semble consister uniquement pour lui, à pouvoir se dire, quand il fait volontairement une chose, qu'il pourrait s'en abstenir ou en faire une autre, *s'il le voulait,* mais que jamais il ne s'est demandé s'il pourrait le vouloir. » (229.)

Je crois cependant que s'il ne s'est pas posé cette question, c'est parce que ce n'en est pas une pour lui, et que si on la lui adressait, sa réponse

[1] Nous supposons que le lecteur connaît la théorie du raisonnement hypothétique; elle est démonstrative, et les conséquences que nous en tirons ici participent de sa certitude mathématique.

serait en faveur de la liberté. Je crois de plus qu'il ne se tromperait pas en se figurant qu'il pourrait vouloir ce qu'il ne veut pas (250).

Je crois enfin que s'il n'y avait pas de liberté, il n'y aurait aucune responsabilité ni devant Dieu ni devant les hommes. On pourrait bien chercher à faire pencher l'activité dans un sens ou dans un autre à l'aide du plaisir et de la douleur, mais ce plaisir et cette douleur ne mériteraient pas plus les noms de récompense et de châtiment que la manière de traiter les animaux pour les plier à nos volontés, ou que les poids qu'on met dans les plateaux d'une balance pour établir ou pour rompre l'équilibre de cette machine.

Une loi pénale qui serait acceptée de ceux qui pourraient en être frappés plus tard n'en serait pas plus juste (p. 257, 258), puisqu'elle ne serait pas acceptée librement. C'est la liberté dans l'acceptation qui constitue la légitimité.

Alors la loi n'aurait pas pour but de punir le coupable, mais bien de prévenir le délit par la crainte de la douleur (258). Ce qui veut dire que la loi pénale ne serait plus pénale; elle serait mécanique.

Au surplus, M. Gruyer a tant argumenté contre la liberté, qu'il semble avoir fini par s'apercevoir « qu'il se pourrait néanmoins que l'homme fût réellement libre, comme il est porté à le croire (p. 251). » Cet aveu nous est précieux; il réduit au simple doute toute les objections de l'auteur. C'est au moins la moitié du chemin de fait de la fatalité à la liberté. Nous ne désespérons pas de l'autre moitié; mais peut-être M. Gruyer n'a-t-il pas encore assez attaqué le libre arbitre pour se réconcilier complétement avec lui. Nous n'attendons sa conversion que de ses derniers efforts : c'est lui-même qui doit se vaincre en s'épuisant. On fait dire à je ne sais plus qui : « J'ai tant prouvé l'existence de Dieu qu'à la fin je n'y crois plus. » Pourquoi quelqu'un ne dirait-il pas un jour avec infiniment plus de raison : « J'ai tant combattu l'existence du libre arbitre qu'à la fin j'en suis convaincu? »

FIN.


HISTORY





